

График функции $y=|x|$

.

Построение графика функции $y = (|x|)$

$$y = f(|x|) = \begin{cases} f(x), & \text{при } x \geq 0, \\ f(-x), & \text{при } x < 0. \end{cases}$$

Следовательно график функции $y = f(|x|)$ состоит из двух графиков: $y = f(x)$ – в правой полуплоскости и $y = f(-x)$ – в левой полуплоскости. График функции $y = f(|x|)$ получается из графика функции $y = f(x)$ следующим образом: при $x \geq 0$ график сохраняется, а при $x < 0$ отражает построенную часть симметрично относительно оси Oy .

Пример №1.

Построить график функции $y = 3|x| - 6$.

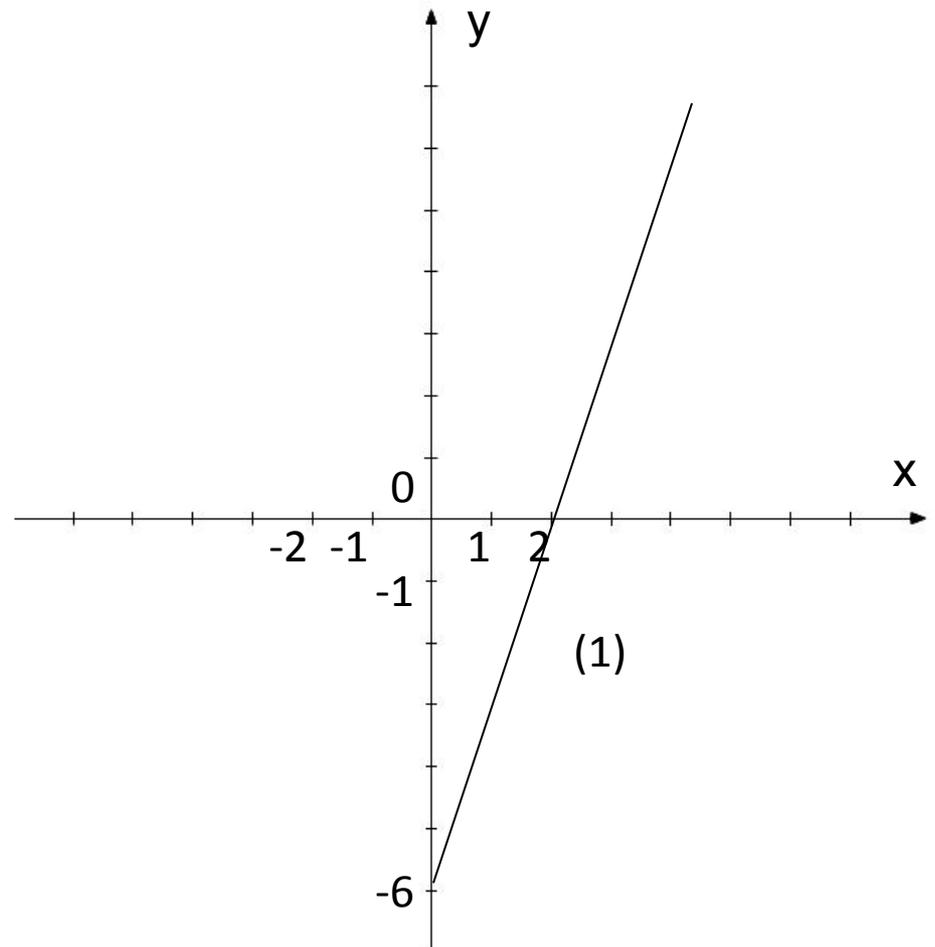
Построение.

$$\mathbf{1 \ способ:} \quad y = 3|x| - 6 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 6, x \geq 0 \text{ (1),} \\ y = -3x - 6, \text{ если } x < 0 \text{ (2).} \end{cases}$$

Пример №1.

Строим график функции
 $y = 3x - 6$ при $x \geq 0$.

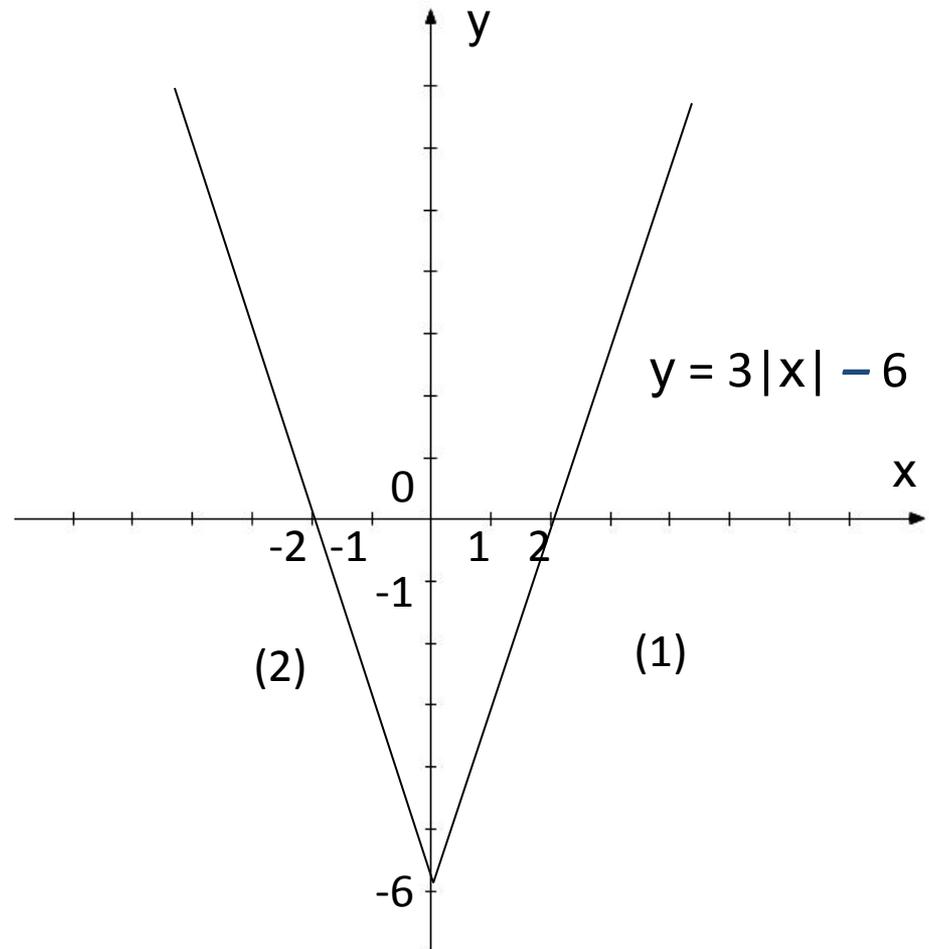
x	0	1
y	-6	-3



Пример №1.

Строю график функции $y = -3x - 6$ при $x < 0$.

x	- 1	- 2
y	- 3	0



Пример №1.

Построить график функции $y = 3|x| - 6$.

Построение.

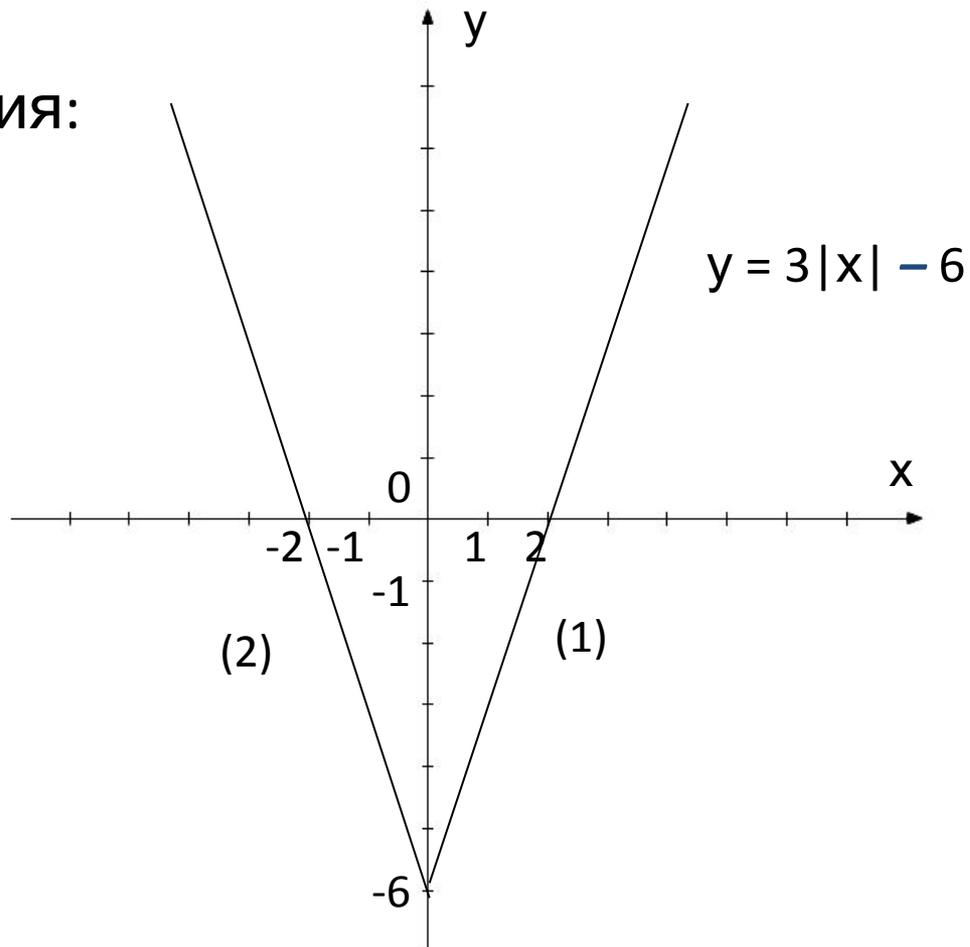
2 способ:

Строим график функции $y = 3x - 6$ для $x > 0$.

Достраиваем его левую часть для $x < 0$, симметрично построенной относительно оси Oy .

График функции $y = 3|x| - 6$.

2 способ
построения:



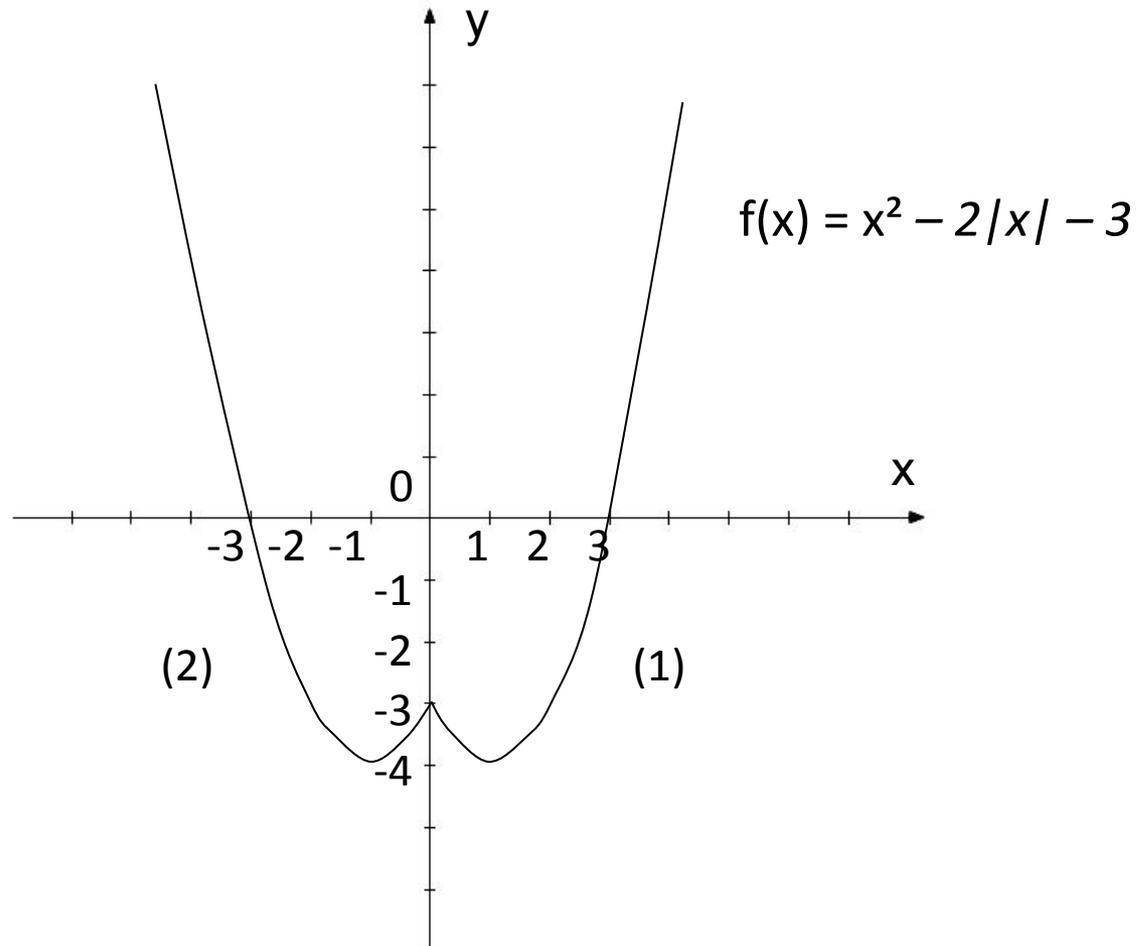
Пример №2.

Построить график функции $f(x) = x^2 - 2|x| - 3$.

Построение.

При $x \geq 0$ мы имеем дело с графиком $y = f(|x|)$, где $f(x) = x^2 - 2x - 3$. График функции $f(x) = x^2 - 2x - 3$ есть парабола с вершиной в точке $(1; -4)$, т.к. $x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$. Построим ту часть параболы $y = (x - 1)^2 - 4$, которая соответствует неотрицательным значениям аргумента. Затем достроим другую часть графика, симметричную первой относительно оси Oy . Получим график функции $y = x^2 - 2|x| - 3$.

График функции $f(x) = x^2 - 2|x| - 3$.



Построение графика $y = |f(x)|$

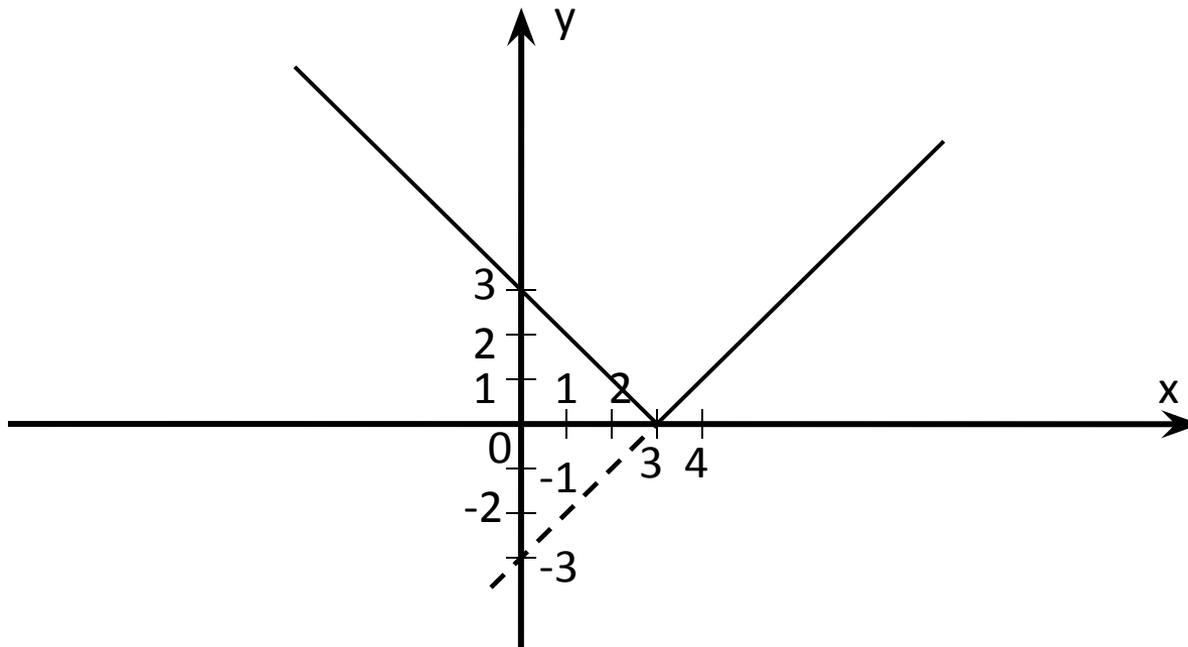
$$|f(x)| = \begin{cases} f(x), & \text{если } f(x) \geq 0 \\ -f(x), & \text{если } f(x) < 0 \end{cases}$$

Алгоритм построения:

1. Строим график функции $f(x)$
2. Часть графика $y=f(x)$, лежащая над осью Ox , сохраняется, а часть его, лежащая под осью Ox , отображается симметрично относительно оси Ox .

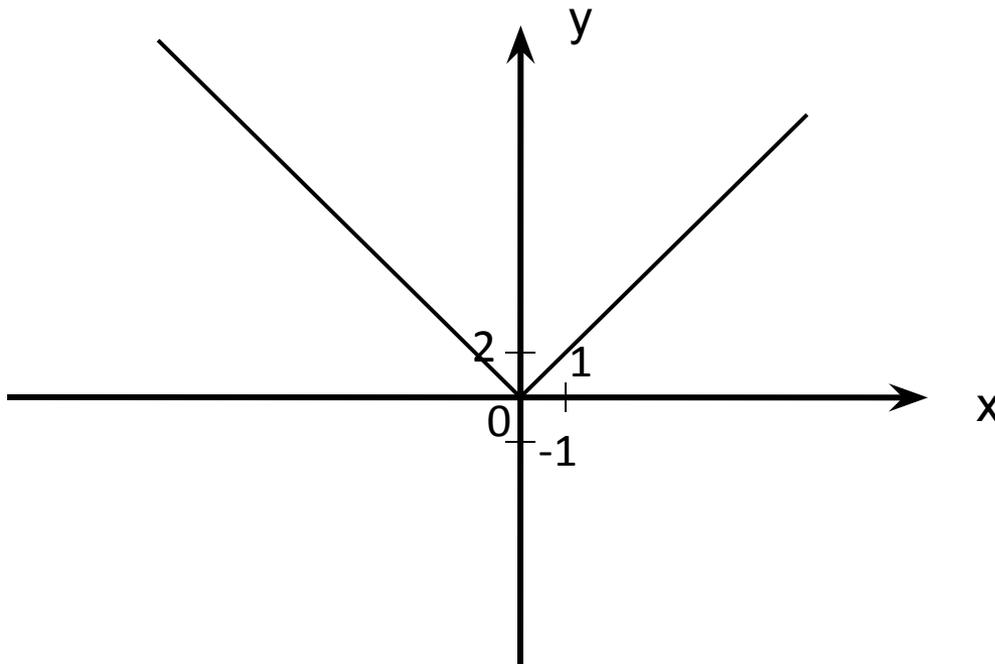
1 способ по определению.

$$y = |x - 3| \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3, \text{ если } x \geq 3 \\ y = -(x - 3), \text{ если } x < 3 \end{cases}$$

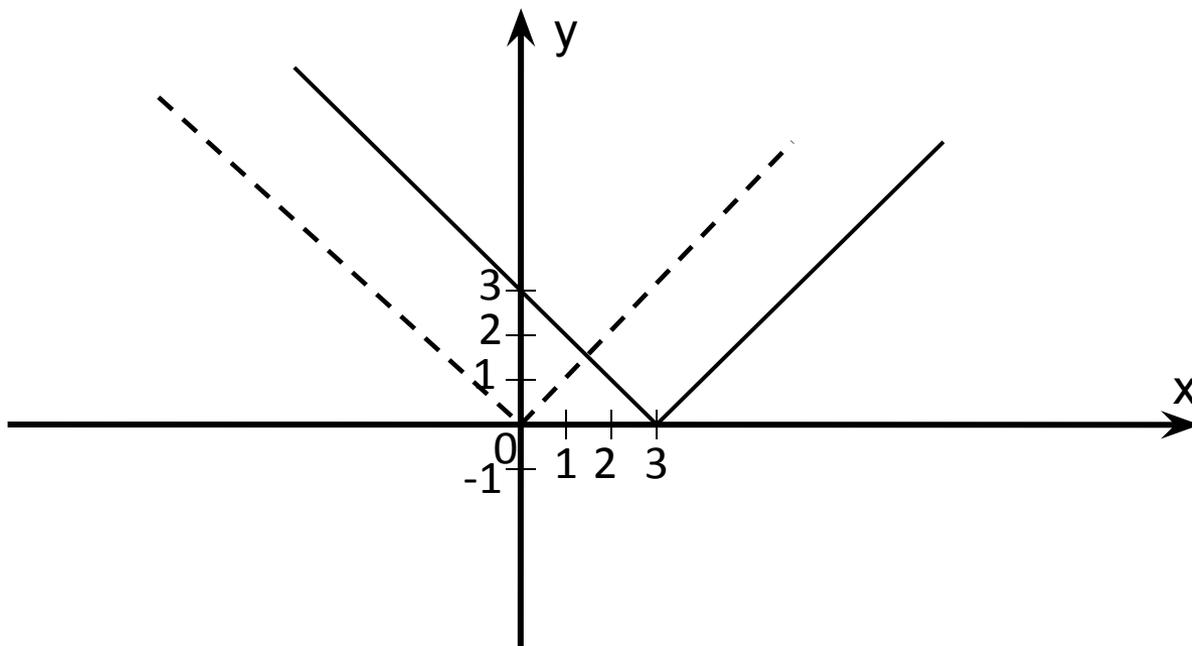


По правилу геометрических преобразований графиков.

- Строим график функции $y = |x|$



- Строим график функции $y=|x-3|$ путем параллельного переноса графика функции $y=|x|$ вдоль ox на 3 единицы вправо

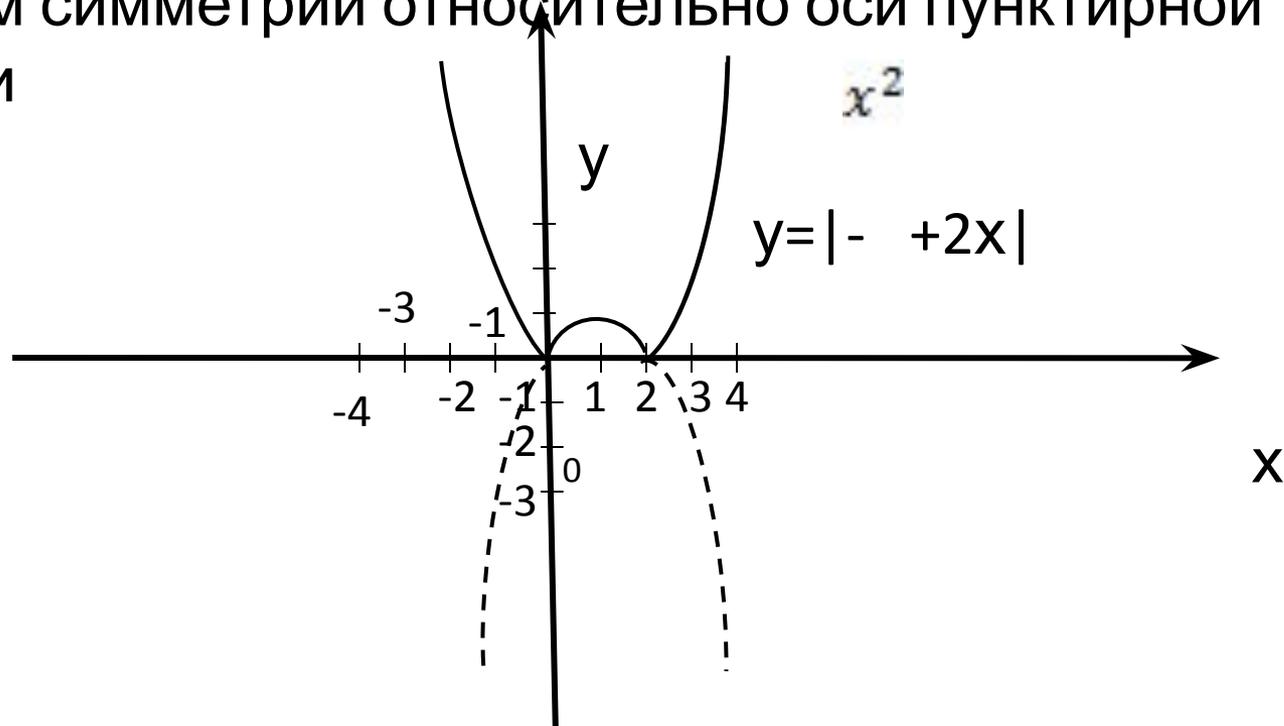


Построить график функции $y = |x^2 + 2x|$

Построение

1. Строим график функции $y = x^2 + 2x$ (ту часть графика, которая расположена ниже оси, наметим пунктиром)

2. Потом строим недостающую часть графика путем симметрии относительно оси пунктирной части



Построение графика функции

$$y = |f(|x|)|$$

Чтобы построить график функции $y = |f(|x|)|$,
надо сначала построить график $y = f(x)$ и
, при $x > 0$, затем при $x < 0$ построить
изображение, симметричное ему
относительно оси $f(|x|)$ и затем на интервалах,
где $f(x) < 0$, построить изображение $f(|x|)$
симметричное графику относительно оси
OX.

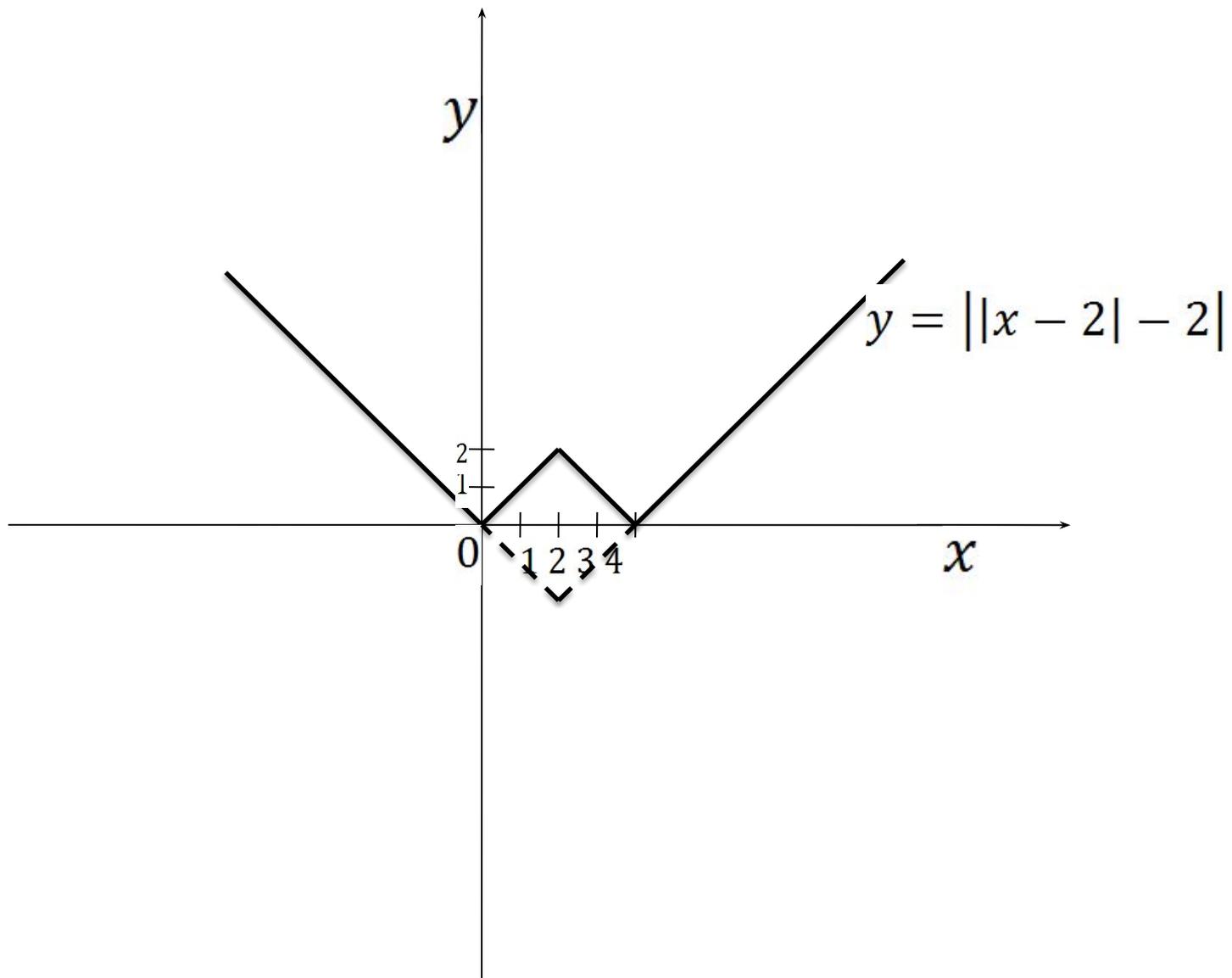
Пример 5.

Построить график функции $y = ||x - 2| - 2|$

Построение

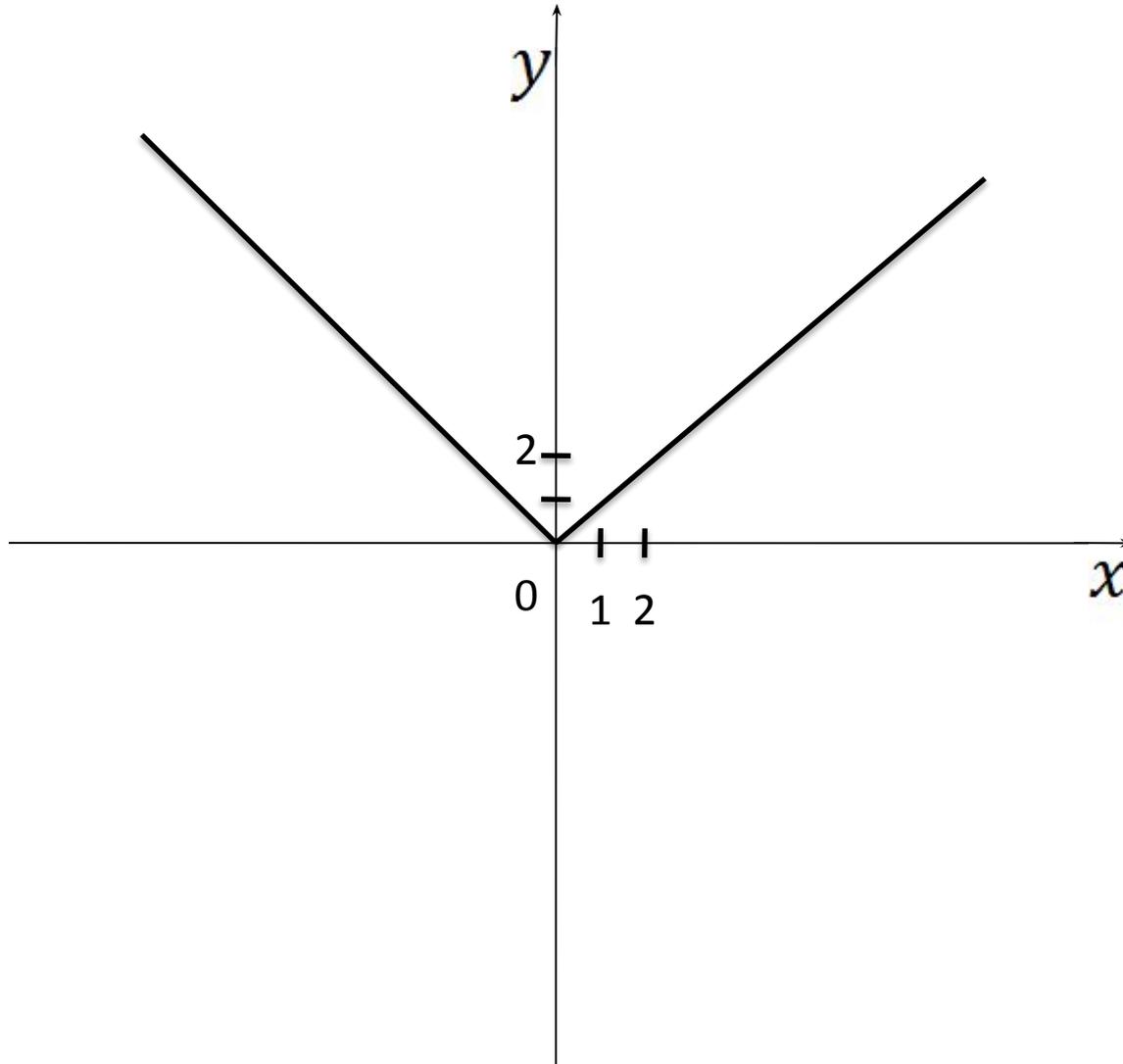
$$y = ||x - 2| - 2| \Leftrightarrow \begin{cases} y = |x - 4|, x \geq 2 \\ y = |-x|, x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x, x < 0, \\ y = x, 0 \leq x < 2, \\ y = -x + 4, 2 \leq x \leq 4, \\ y = x - 4, x > 4. \end{cases}$$

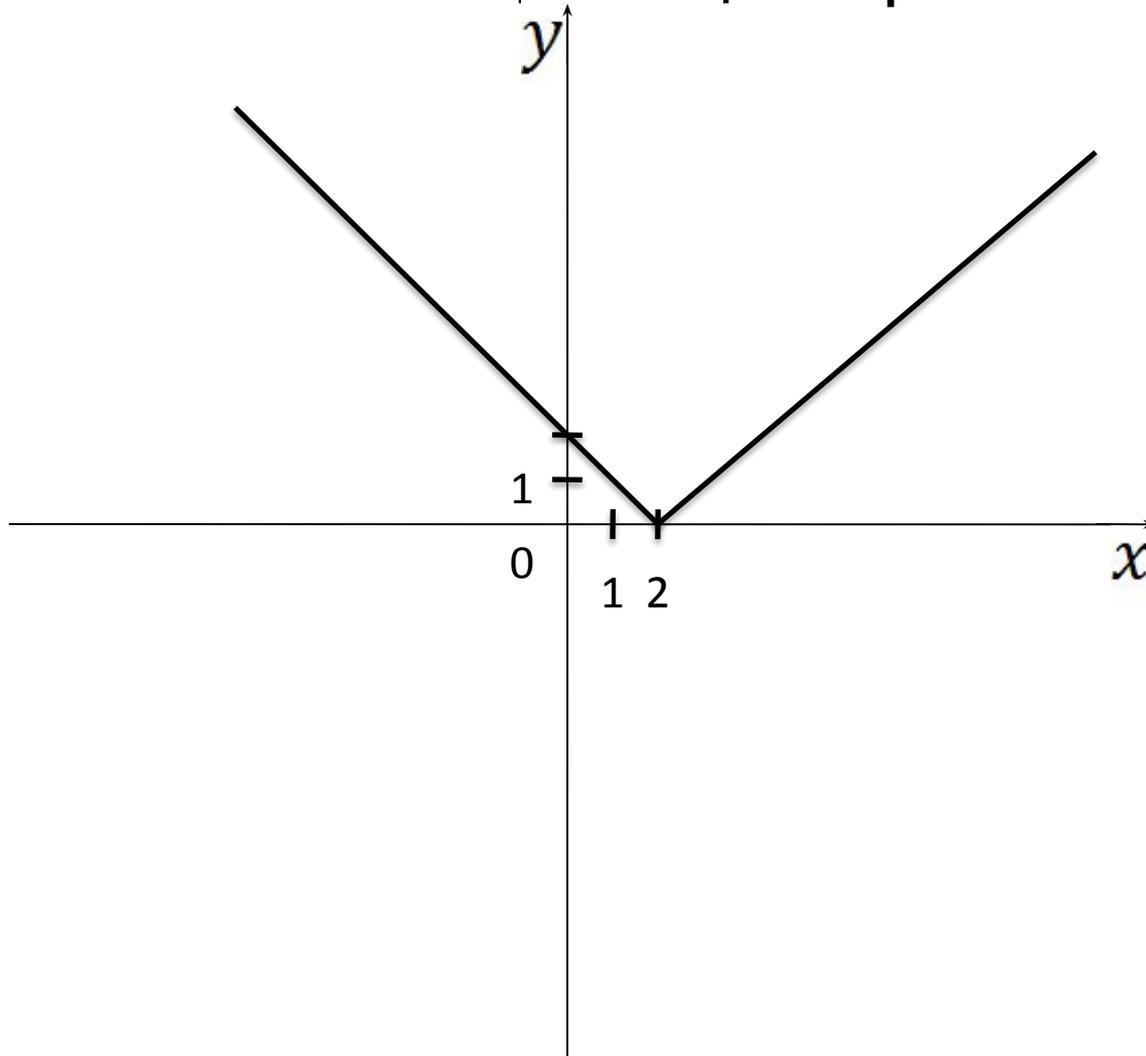


По правилам геометрических
преобразований
II способ

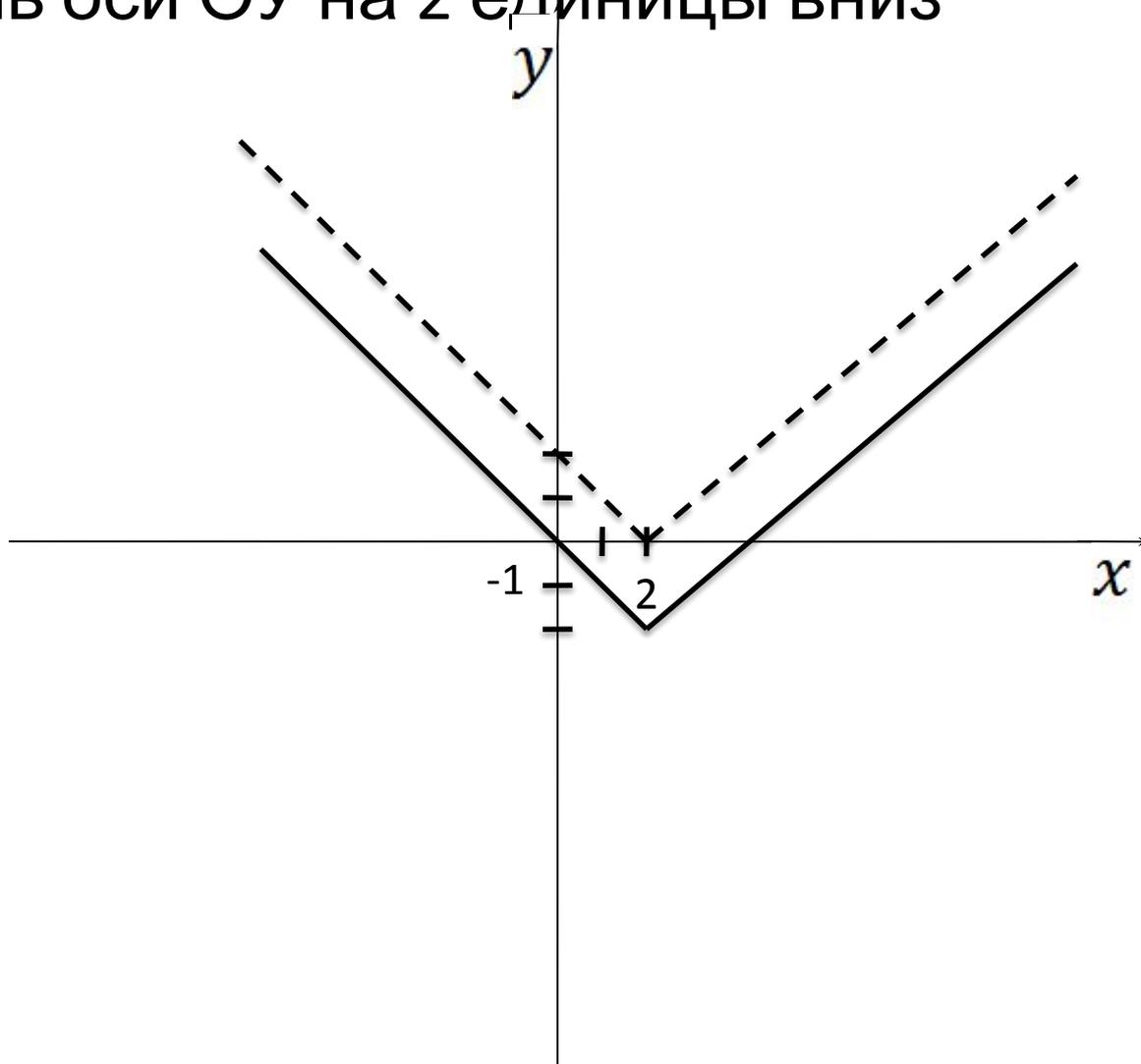
Строим график функции $y = |x|$



Строим график функции $y = |x - 2|$
путем сдвига графика функции $y = |x|$
вдоль оси Ox на 2 единицы вправо



Строим график функции $y = |x - 2| - 2$
путем сдвига графика функции $y = |x - 2|$
вдоль оси ОУ на 2 единицы вниз

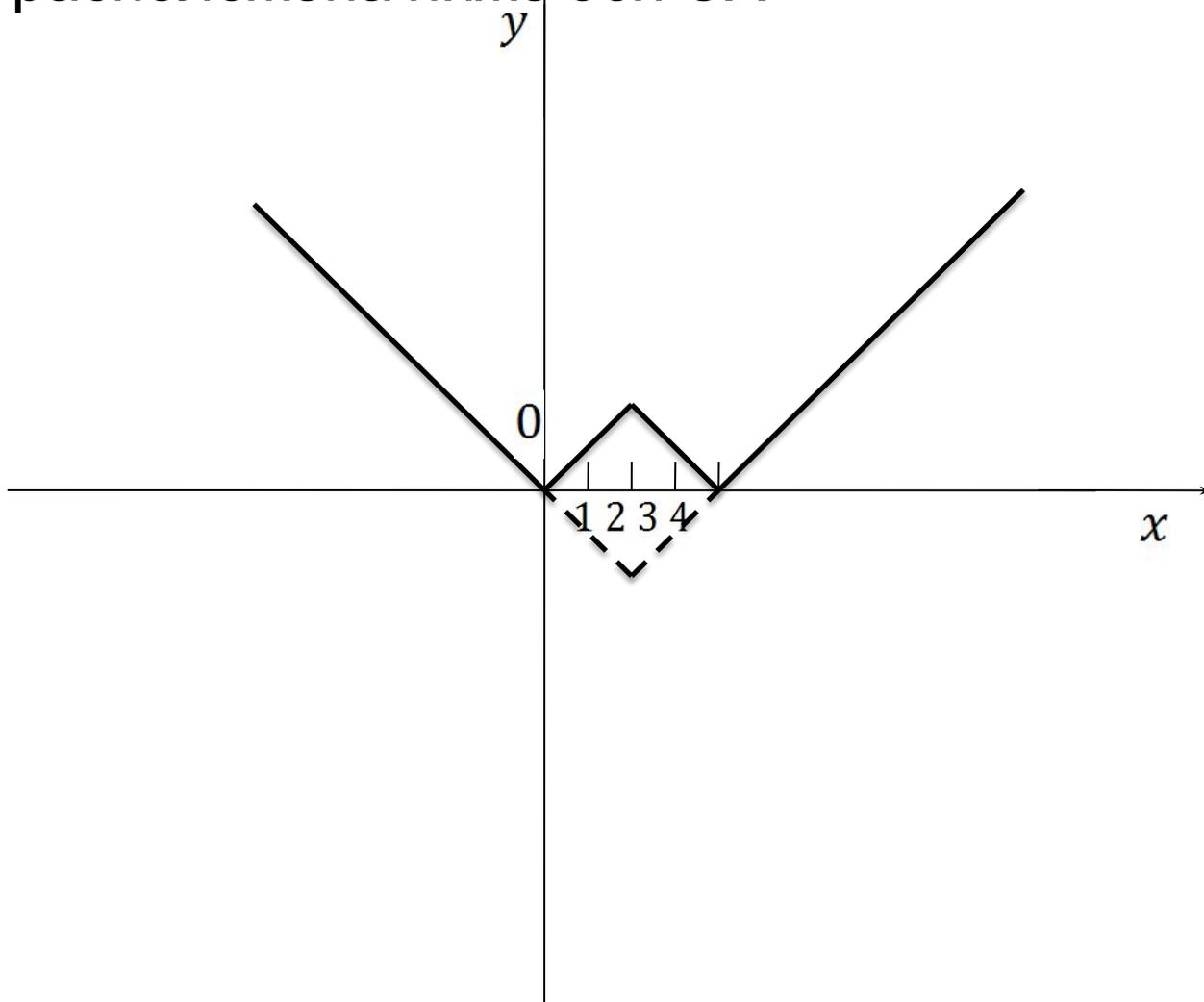


Затем строим график функции $y = ||x - 2| - 2|$ путем отображения относительно

OX

той части график $y = |x - 2|$

которая расположена ниже оси OX



Пример

№6

Построить график функции

$$y = |x^2 - 5|x| + 6|$$

Построение:

1. Строю график функции

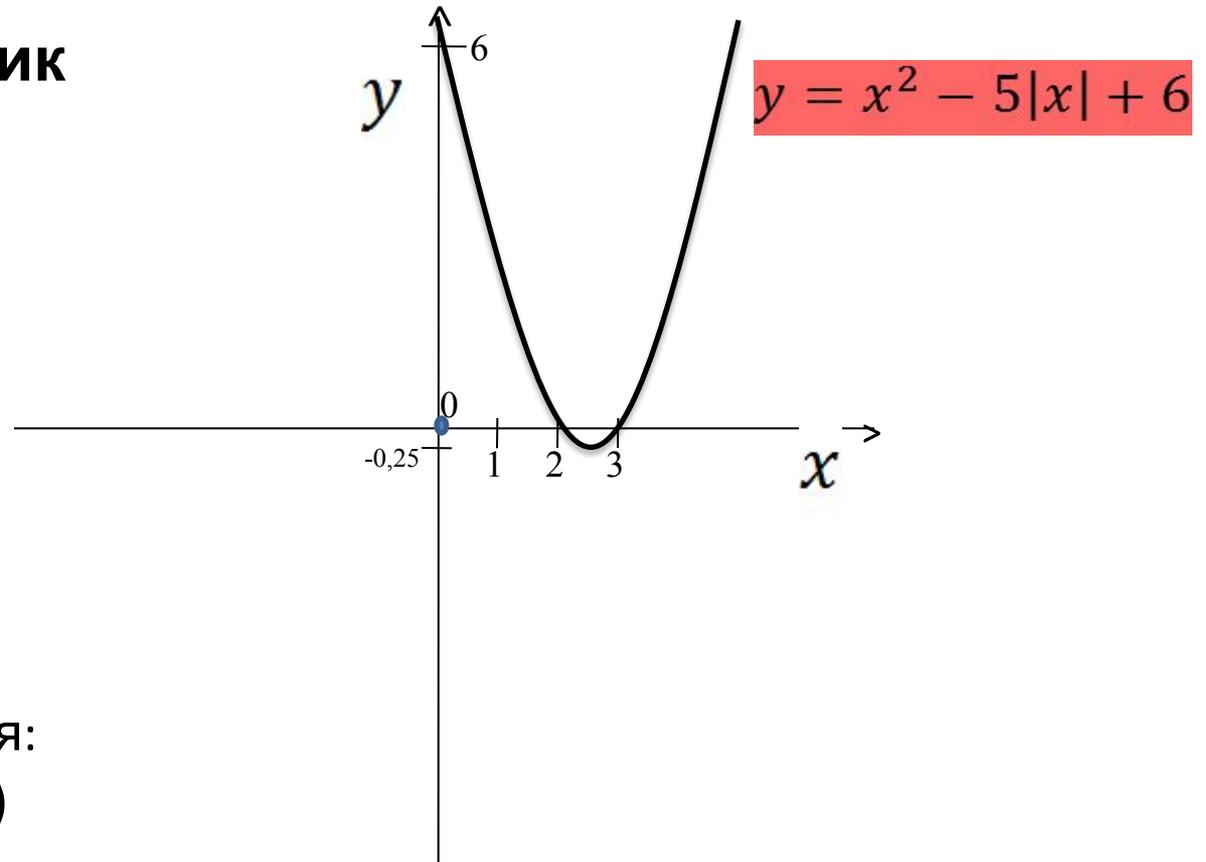
$$y = x^2 - 5|x| + 6$$

a) $A(2,5; -0,25)$

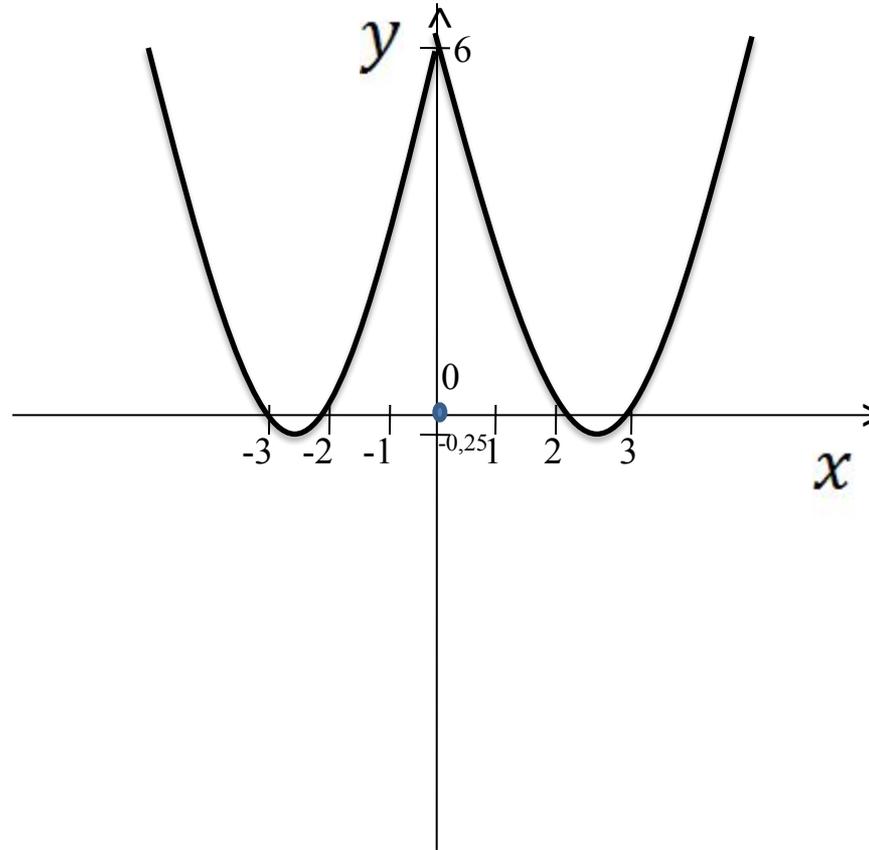
b) Точки пересечения:

с осью OX $(2; 0); (3; 0)$

с осью OY $(0; 6)$



$$y = x^2 - 5|x| + 6$$



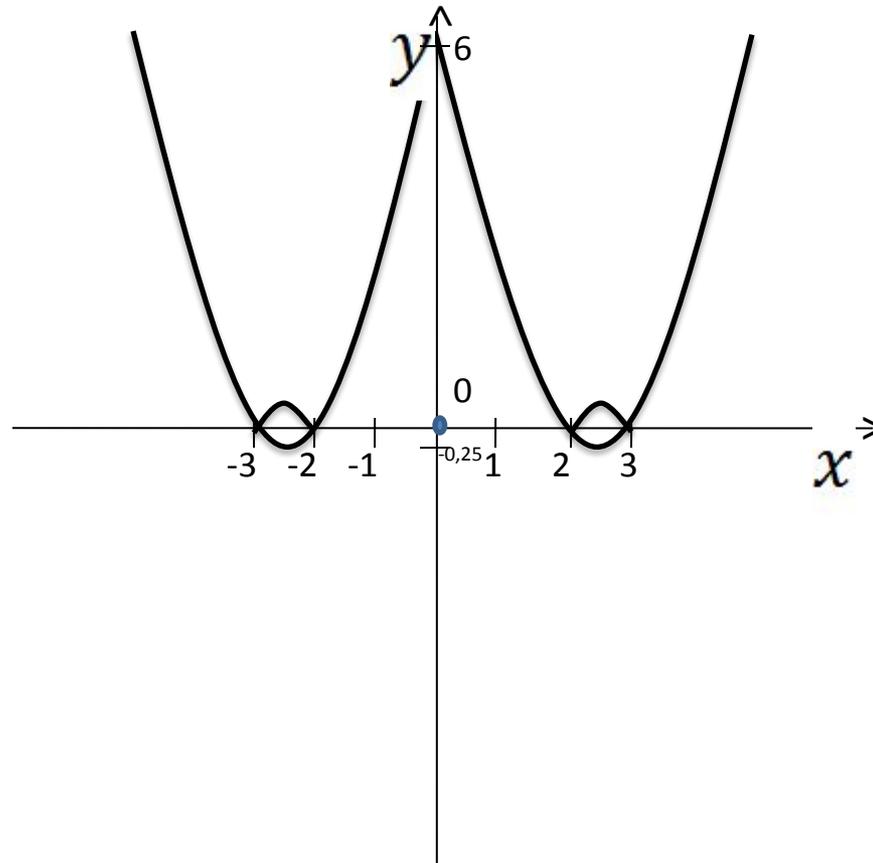
2. Отобразить график функции $y = x^2 - 5|x| + 6$ относительно оси ОУ.

$$y = x^2 - 5|x| + 6$$

3. Строю график функции

$$y = |x^2 - 5|x| + 6|$$

то, что $f(x) < 0$
отображаем
относительно
оси Ox



Построение графиков вида $y = |f_1(x)| + |f_2(x)| + \dots + |f_n(x)|$.

- При построении графиков функции такого вида наиболее распространенным является метод, при котором знак модуля раскрывается на основании самого определения модуля.
- В этом случае область допустимых значений данной функции разбивают на множества, на каждом из которых выражения, стоящие под знаком модуля, сохраняют знак. На каждом таком множестве функцию записывают без знака модуля и строят график. Объединение множества решений, найденных на всех частях области допустимых значений функции, составляет множество всех точек графика заданной функции.

Построить график функции $y=|x-1|+|x+2|$

Найдем значения X , при которых подмодульные выражения обращаются в нуль.

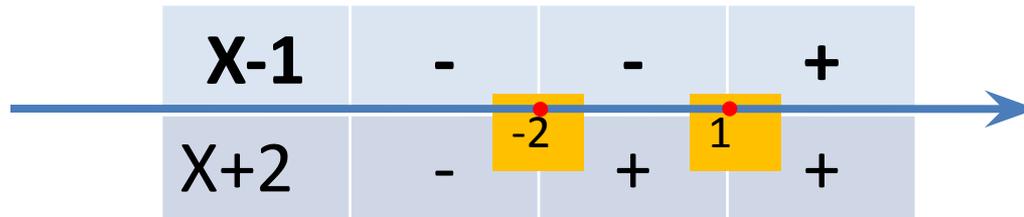
$$X-1=0$$

$$X+2=0$$

$$X=1$$

$$X=-2$$

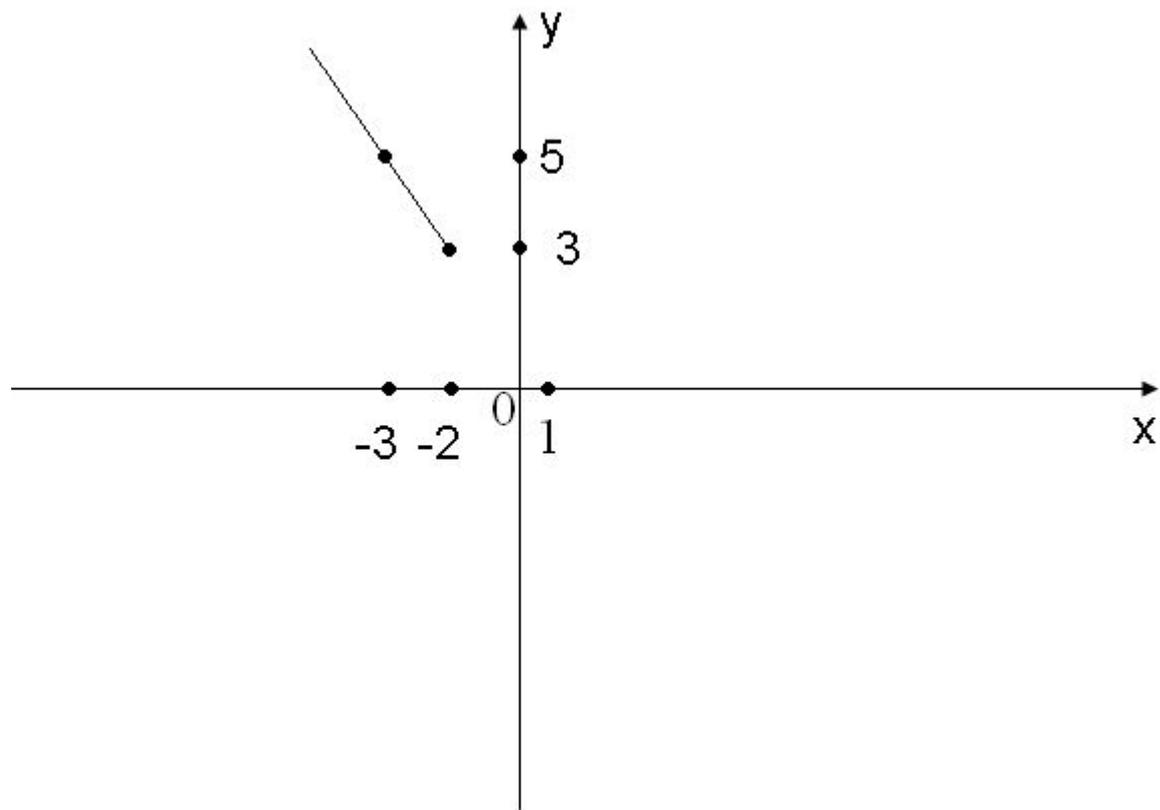
Эти точки разбивают числовую ось на три промежутка.



$$Y=|X-1|+|X+2|= \begin{cases} \text{При } X < -2 ; Y = -2X - 1 \\ \text{При } -2 \leq X < 1 ; Y = 3 \\ \text{При } X \geq 1 ; Y = 2X + 1 \end{cases}$$

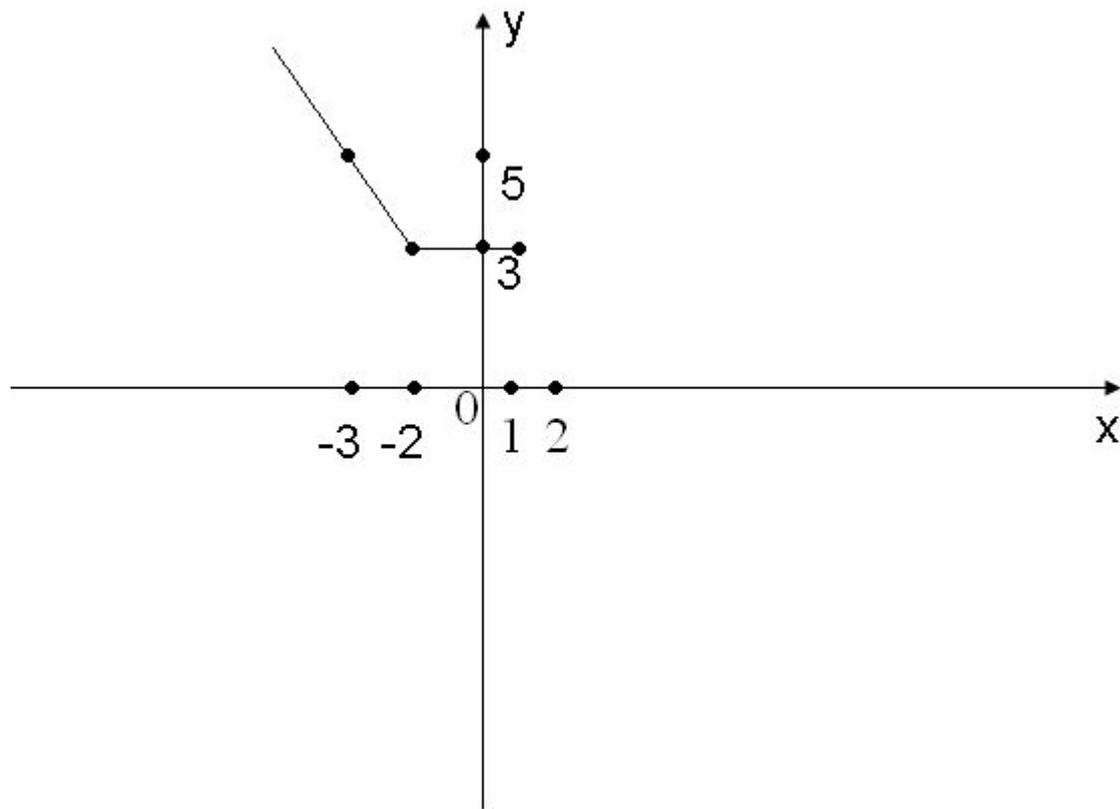
$$Y = -2X - 1, \text{ при } X < -2$$

X	-2	-3
Y	3	5



При $-2 \leq X < 1$

$y=3$



При $X \geq 1$

$$Y = 2X + 1$$

X	1	2
---	---	---

Y	3	5
---	---	---

