

*«Незнающие пусть научатся,
знающие - вспомнят еще раз».
(Античный афоризм.)*

Показательные уравнения и неравенства

Учитель математики Попова И.Л.

ТЕМА: “РЕШЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ”.

□ Цели урока

□ Обучающие:

- обобщение знаний и умений учащихся по применению методов решения показательных уравнений и неравенств;
- закрепление свойств показательной функции в процессе решения показательных неравенств;
- формирование заинтересованности учащихся в решении нестандартных показательных уравнений и неравенств при подготовке к ЕГЭ.

□ Развивающие:

- развивать у учащихся умения анализа условия задачи перед выбором способа её решения;
- активизация познавательной деятельности посредством использования компьютерных технологий;
- развитие навыков самоконтроля и самооценки, самоанализа своей деятельности.

□ Воспитательные:

- формирование умения работать самостоятельно, принимать решения и делать выводы;

ТИП УРОКА: УРОК ОБОБЩЕНИЯ И СИСТЕМАТИЗАЦИИ ЗНАНИЙ.

- ▣ **Методы и приёмы проведения урока:** опрос-повторение (игра: на верное высказывание подними правую руку, на неверное – левую) , работа в парах(найди ошибку), разбери почту, самостоятельная работа в форме дидактической игры (отгадай зашифрованное слово), рефлексия.

1. Актуализация опорных знаний (на верное высказывание подними правую руку, на неверное – левую)

Вопрос 1. Функция называется показательной, если она задана формулой:

$$Y = 5^x, x - \text{больше } 0$$

$$Y = 9^x, x - \text{меньше нуля}$$

$$Y = a^x, a \text{ больше } 0, a \text{ не равно } 1$$

$$Y = x^a, x - \text{меньше нуля}$$

$$Y = 7a^7, a = 1$$

ВОПРОС2. ОБЛАСТЬЮ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ЯВЛЯЕТСЯ

$$D(y) = D$$

$$D(y) = \mathbf{R}$$

$$D(y) = \mathbf{N}$$

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$D(y) = \mathbf{Z}$$

$$D(y) = (0; +\infty)$$

ВОПРОС 3. ОБЛАСТЬЮ ЗНАЧЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ЯВЛЯЕТСЯ

$$D(y) = D$$

$$D(y) = \mathbf{R}$$

$$D(y) = N$$

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$D(y) = Z$$

$$D(y) = (0; +\infty)$$

ВОПРОС 4. ФУНКЦИЯ ВОЗРАСТАЕТ НА ВСЕЙ ЧИСЛОВОЙ ПРЯМОЙ.

Вопрос 4. Функция возрастает на всей числовой прямой.

- При:
- $a = 0$
- $a > 1$
- $0 < a < 1$
- $a \geq 1$
- $a < 1$

ВОПРОС 5. ФУНКЦИЯ УБЫВАЕТ НА ВСЕЙ ОБЛАСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

- При:
- $a = 1$
- $1 < a < 0$
- $0 < a < 1$
- $0 < a < 1$
- $a \geq 1$
- $a < 1$

ВОПРОС 6. ДЛЯ ЧЕГО НЕОБХОДИМО ЗНАТЬ СВОЙСТВА ВОЗРАСТАЮЩЕЙ И УБЫВАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ?

- для решения уравнений
- для построения графиков
- для сравнения степеней
- для общего развития
- для решения неравенств
- для решения систем уравнений
- для решения систем неравенств

2. НАЙДИ ОШИБКУ

□ Решите уравнение:

□ **1) $4^{5+x}=64^{3x}$**

□ Уравнение решается методом уравнивания оснований

□ $4^{5+x}=4^{3+3x}$

□ $5+x=3+3x$

□ $2x=2$

□ $x=1$

□ **Ответ: $x=1$**

НАЙДИ ОШИБКУ

- **2) $5^{3x} - 2 \cdot 5^{3x-1} - 3 \cdot 5^{3x-2} = 60$,**
- Уравнение решается методом вынесения общего множителя за скобки
- $5^{3x} (1 - 2 \cdot 5^{-1} - 3 \cdot 5^{-2}) = 60$,
- $5^{3x} = 60$, разделим обе части уравнения на дробь , получаем
- $5^{3x} = 125$,
- $3x = 3$,
- $x = 1$.
- **Ответ: $x = 1$.**

НАЙДИ ОШИБКУ

□

$$\frac{4 * 3^x - 10}{3^{x+1} - 1} \leq 1$$

$$\frac{4 * 3^x - 10}{3 * 3^x - 1} - 1 \leq 0 \quad \text{пусть}$$

$$3^x = t$$

$$\frac{4t - 10 - 3t + 1}{3t - 1} \leq 0$$

$$\frac{t-9}{3t-1} \leq 0 \quad t \in \left(\frac{1}{3}; 9\right]$$

$$3^2 < 3^x \leq 3^{-1}$$

Ответ: $x \in (2; -1]$

РАЗБИТЬ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА НА ГРУППЫ

Приведение к одному основанию	Вынесение общего множителя за скобки	Замена переменного (приведение к квадратному)	Графический, метод подбора

$$2^{2x-4} = 4$$

$$2^{x-1} + 2^{x+1} = 5$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = x - 5$$

$$9^x + 3^{x+1} - 18 = 0$$

$$5^{x+1} + 3 \cdot 5^x = 80;$$

$$2^x \geq 6 - x$$

$$9^x + 3^{x+1} - 18 = 0$$

$$3^{x-1} = \frac{1}{27}$$

$$49^x - 8 \cdot 7^x + 1 = 0$$

ПРОВЕРКА

Приведение к одному основанию

$$2^{2x-4} = 4$$

Вынесение общего множителя за скобки

$$2^{x-1} + 2^{x+1} = 5$$

Замена переменного (приведение к квадратному)

$$9^x + 3^{x+1} - 18 = 0$$

Графический, метод подбора

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \boxed{X+11}$$

$$3^{x-1} = \frac{1}{27}$$

$$5^{x+1} + 3 \cdot 5^x = \boxed{\frac{20}{0}}$$

$$49^x - 8 \cdot 7^x + \boxed{7} = 0$$

$$2^x \geq 6 - x$$

$$2^{x+3} + 10 \cdot 11^{x+2} < 11^{x+3} + 2^{x+2}$$

Метод разложения на множители

$$2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 10^x - 5 \cdot 5^{2x} = 0$$

Деление каждого слагаемого на 5^{2x}

РАЗГАДАЙ СЛОВО

- Решив уравнения и неравенства поставь полученному ответу соответствующую букву и собери слово.
- L 3
- A 1
- K -2
- r 2
- K 0 и 1
- P -2
- I [2; +~)
- N (-2; +~)
- I -1
- N 1

LINKIN PARK



- Наиболее известной рок группой по версии различных опросов в Интернете является группа **Linkin Park**, американская альтернативная рок-группа. Известна тем, что не боится смешивать различные вокальные стили, а в первом альбоме группы используется большое количество электронных элементов. И, хотя группу довольно часто обвиняют в самокопировании (мол, структура у песен похожая или одинаковая), каждый сможет найти для себя в их творчестве песню для себя, родную и понятную, благо песни исполнены в разных жанрах – от альтернативного рока и метала до рэпкора.

МЕТОД РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ

□ $2^{x+3} + 10 * 11^{x+2} < 11^{x+3} + 2^{x+2}$
 $2^{x+2}(2 - 1) < 11^{x+2}(11 - 10)$
 $2^{x+2} < 11^{x+2}$ разделим на 11^{x+2}
$$\left(\frac{2}{11}\right)^{x+2} < 1$$

 $\frac{2}{11} < 1$, функция $y = \left(\frac{2}{11}\right)^t$ убывает
 $x+2 > 0, \quad x > -2$

МЕТОД ДЕЛЕНИЯ ОБЕИХ ЧАСТЕЙ УРАВНЕНИЯ НА ВЫРАЖЕНИЕ, СОДЕРЖАЩЕЕ ПОКАЗАТЕЛЬНУЮ ФУНКЦИЮ

$$2 * 2^{2x} - 3 * 10^x - 5 * 5^{2x} = 0 \quad \text{разделим на } 5^{2x}$$

$$2 * \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} - 3 * \left(\frac{2}{5}\right)^x - 5 = 0 \quad \text{пусть } \left(\frac{2}{5}\right)^x = t$$

$$2t^2 - 3t - 5 = 0$$

$$t = \frac{5}{2} \quad \text{или} \quad t = -1$$

$$2^x \left(\frac{2}{5}\right)^x = -1 \quad \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{5}{2}$$

$$\emptyset \quad x = -1$$

СУПЕР «Я». НЕОЧЕВИДНАЯ ЗАМЕНА

10) Неочевидная замена.

Показатели степеней преобразуют так, чтобы можно было ввести замену переменной.

Пример. $2^{\frac{3x-5}{x-2}} = 10 + 3 \cdot 2^{\frac{2x-5}{x-2}}$.

Заметим, что $\frac{3x-5}{x-2} + \frac{2x-5}{x-2} = \frac{5x-10}{x-2} = \frac{5(x-2)}{x-2} = 5$, откуда $\frac{2x-5}{x-2} = 5 - \frac{3x-5}{x-2}$.

Введем замену $2^{\frac{3x-5}{x-2}} = y$, $y > 0$, тогда $2^{\frac{2x-5}{x-2}} = 2^{5 - \frac{3x-5}{x-2}} = 2^5 \cdot 2^{-\frac{3x-5}{x-2}} = \frac{32}{y}$.

Имеем $y = 10 + 3 \cdot \frac{32}{y}$; $y^2 - 10y - 96 = 0$, откуда $y_1 = -6$, $y_2 = 16$.

$y_1 = -6$ не удовлетворяет условию $y > 0$.

Возвращаясь к переменной x , имеем: $2^{\frac{3x-5}{x-2}} = 16$; $2^{\frac{3x-5}{x-2}} = 2^4$;

$\frac{3x-5}{x-2} = 4$; $3x-5 = 4x-8$; $x = 3$.

Ответ. $x = 3$.

СУПЕР «Я» ЗАВУАЛИРОВАННАЯ ЗАМЕНА

9) «Завуалированное» обратное число.

Основания степеней взаимно обратные числа.

$$\text{Пример. } (4 + \sqrt{15})^x + (4 - \sqrt{15})^x = 62.$$

Заметим, что $(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15}) = 16 - 15 = 1$.

Используя подстановку $y = (4 + \sqrt{15})^x$, где $y > 0$, тогда $(4 - \sqrt{15})^x = \frac{1}{y}$,
получим уравнение $y + \frac{1}{y} = 62$.

$$y^2 - 62y + 1 = 0, \text{ откуда } y_{1,2} = \frac{62 \pm \sqrt{(-62)^2 - 4}}{2} = 31 \pm \sqrt{960} = 31 \pm 8\sqrt{15}.$$

Преобразуем выражение $31 \pm 8\sqrt{15} = 16 \pm 8\sqrt{15} + 15 = (4 \pm \sqrt{15})^2$

Возвращаясь к переменной x , имеем:

$$1) (4 + \sqrt{15})^x = (4 + \sqrt{15})^2, x = 2.$$

$$2) (4 + \sqrt{15})^x = (4 - \sqrt{15})^2, (4 + \sqrt{15})^x = \frac{1}{(4 + \sqrt{15})^2},$$

$$(4 + \sqrt{15})^x = (4 + \sqrt{15})^{-2}, x = -2.$$

Ответ. $x_1 = 2, x_2 = -2$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1 уровень.

□ Вариант 1.

□ №1 Решите уравнение:

□ б) $2^{x-1} + 2^{x+2} = 36$.

□ №2. Решите неравенства:

□ б) $4^x - 2^x > 2$.

2 уровень.

□ Вариант 1.

□ №1 Решите уравнение:

□ б) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 13$.

□ №2. Решите неравенства:

□ б) $5^x + 5^{1-x} > 6$.

3 уровень.

□ Вариант 1.

□ №1 Решите уравнение:

□ б) $6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2}$.

□ №2. Решите неравенства:

□ б) $4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1}$

□ Вариант 2.

□ №1 Решите уравнение:

□ б) $5^x - 5^{x-2} = 600$.

□ №2. Решите неравенства:

□ б) $9^x - 3^x > 6$.

□ Вариант 2.

□ №1 Решите уравнение:

□ б) б) $2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} = 7$.

□ №2. Решите неравенства:

□ б) $4^{1-x} + 4^x > 5$.

□ Вариант 2.

□ №1 Решите уравнение:

□ б) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 12^{x-1} + 12^x$.

□ №2. Решите неравенства:

□ б) $25^{x+0,5} - 7 \cdot 10^x + 2^{2x+1}$

РЕФЛЕКСИЯ

- 1. Изобразите схематично график показательной функции с основанием $a = 3$.
- 2. Отметьте точкой на графике показательной функции уровень готовности к написанию контрольной работы по пройденной теме.