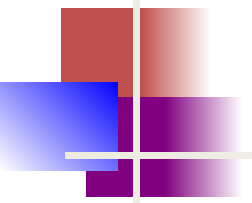


департамент профессионального образования Томской
области

Областное государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение



«Томский коммунально-строительный техникум»

Презентация к уроку математики на тему:
«Функции и их графики»

Преподаватель: Шевчук Наталья Сергеевна

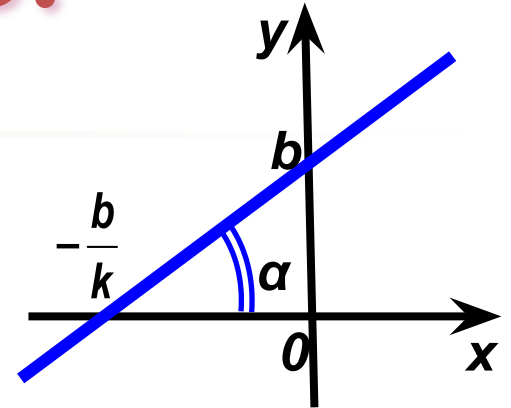
Томск – 2016 г.

Содержание:

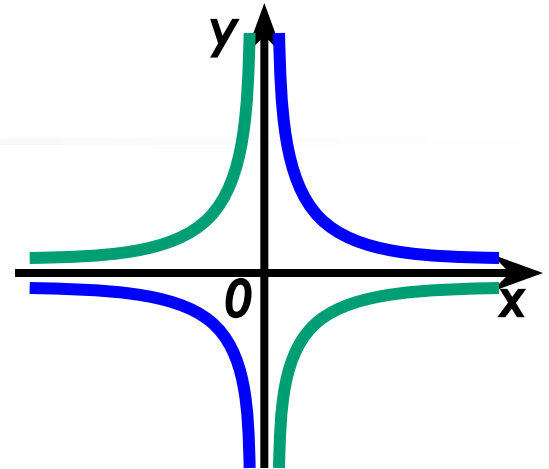
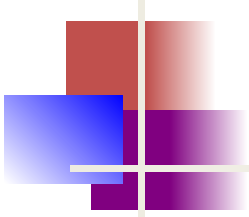
- Функции и их графики.

- Преобразование графиков функций.

- Свойства функций.



Функции



- ① Линейная функция
- ② Квадратичная функция
- ③ Степенная функция
- ④ Обратная пропорциональность
- ⑤ Показательная функция
- ⑥ Логарифмическая функция
- ⑦ Тригонометрические функции

Линейная функция

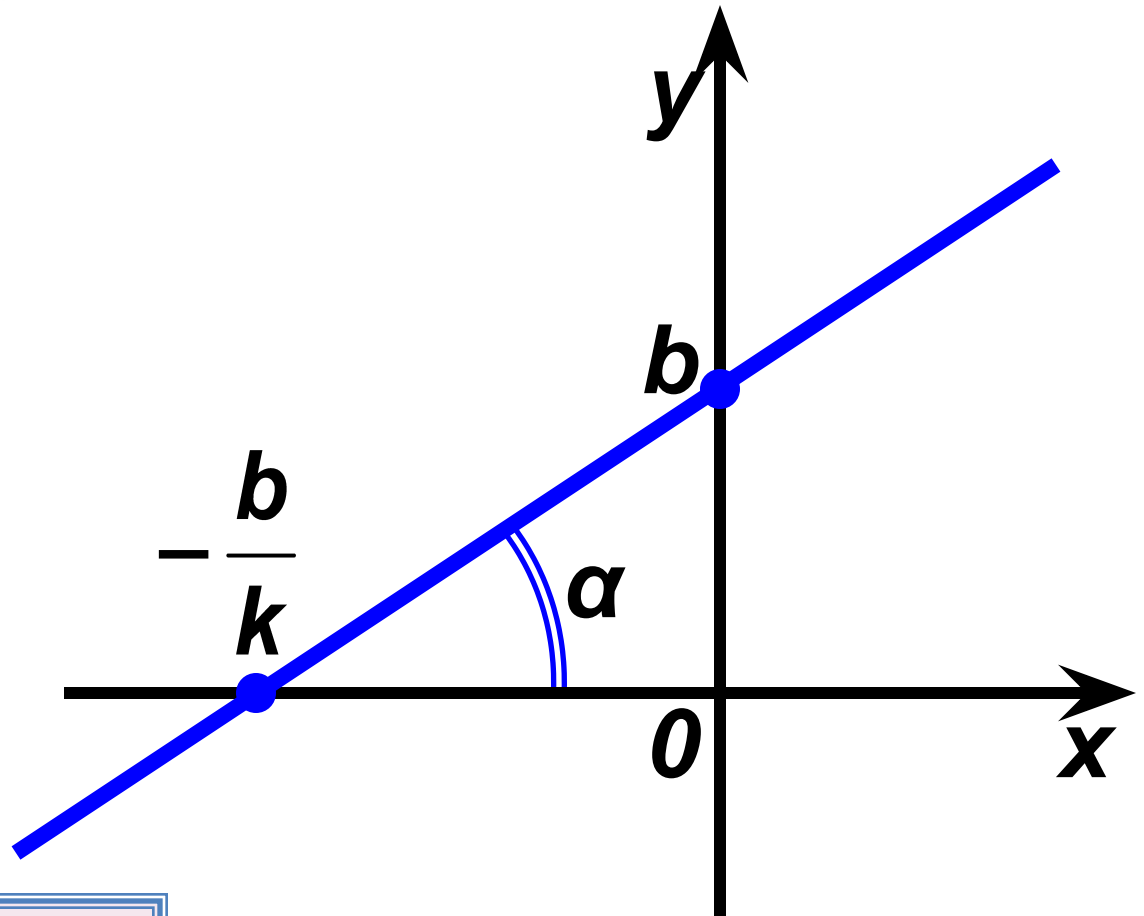
$$y = kx + b$$

b – свободный коэффициент

k – угловой коэффициент

$$k = \operatorname{tg} \alpha$$

Свойства линейной функции



Квадратичная функция

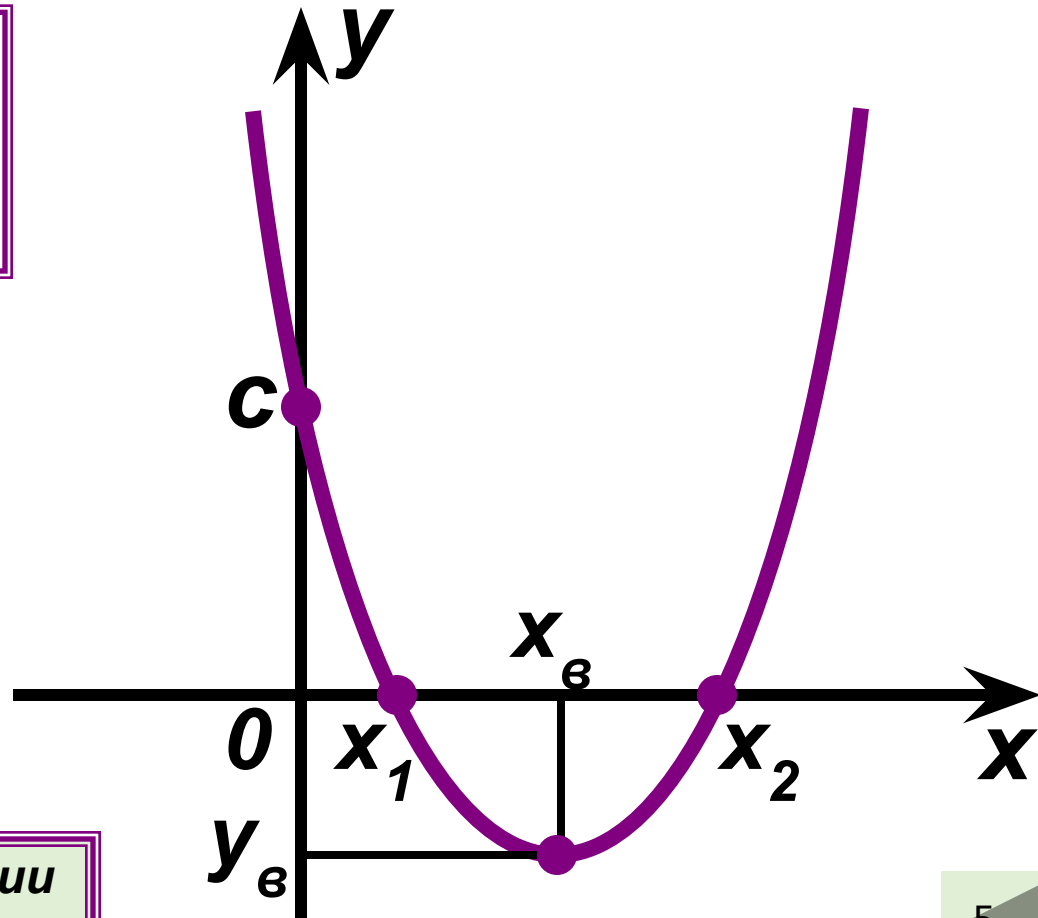
$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_B = -\frac{b}{2a}$$

$$y_B = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Свойства квадратичной функции

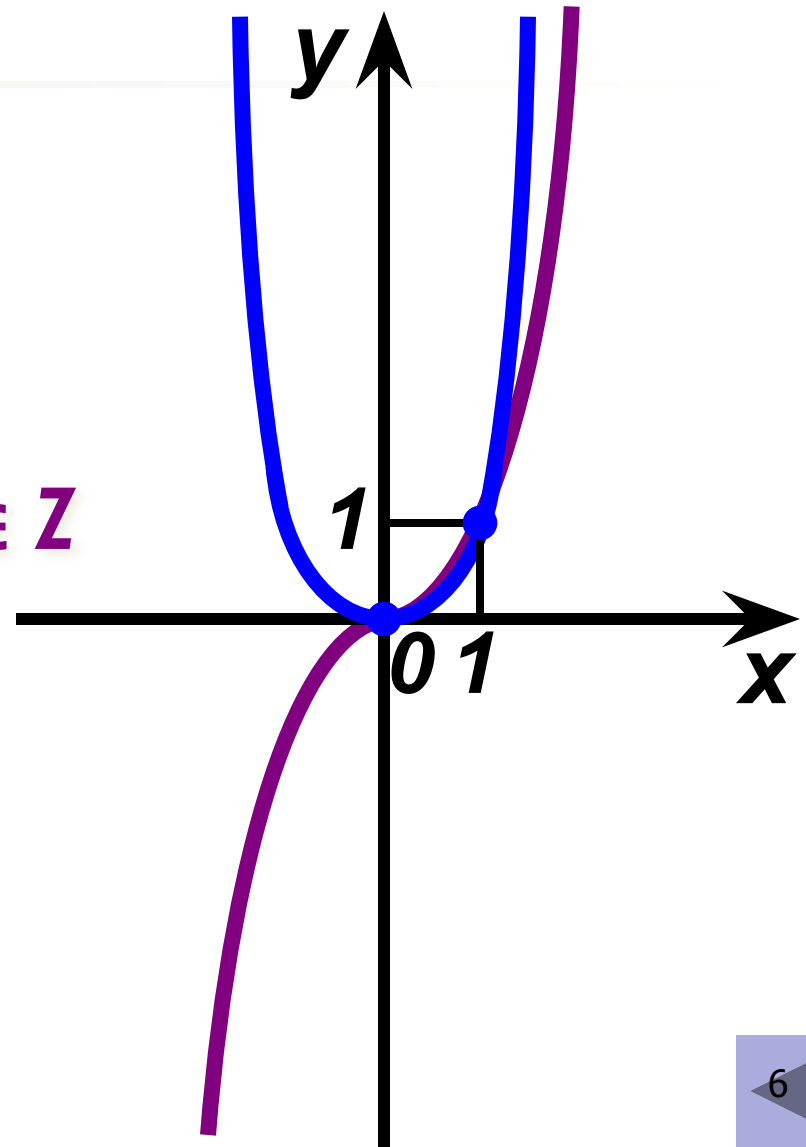


Степенная функция

$$y = x^n$$

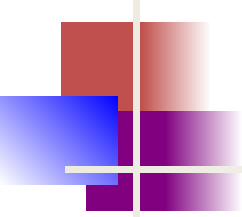
$$y = x^n, \text{ где } n = 2k, k \in \mathbb{Z}$$

$$y = x^n, \text{ где } n = 2k+1, k \in \mathbb{Z}$$

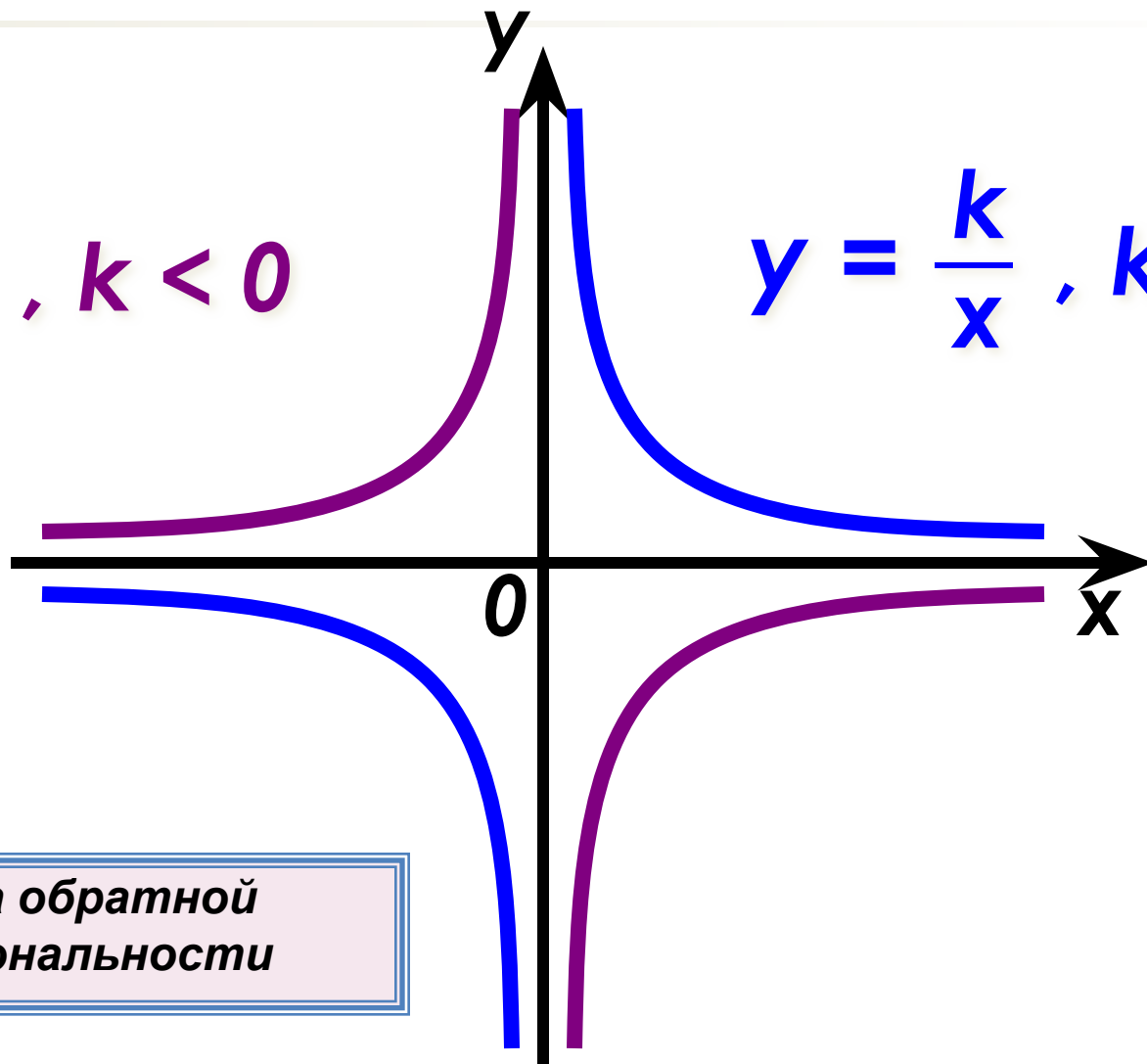


Свойства степенной функции

Обратная пропорциональность


$$y = \frac{k}{x}, k < 0$$

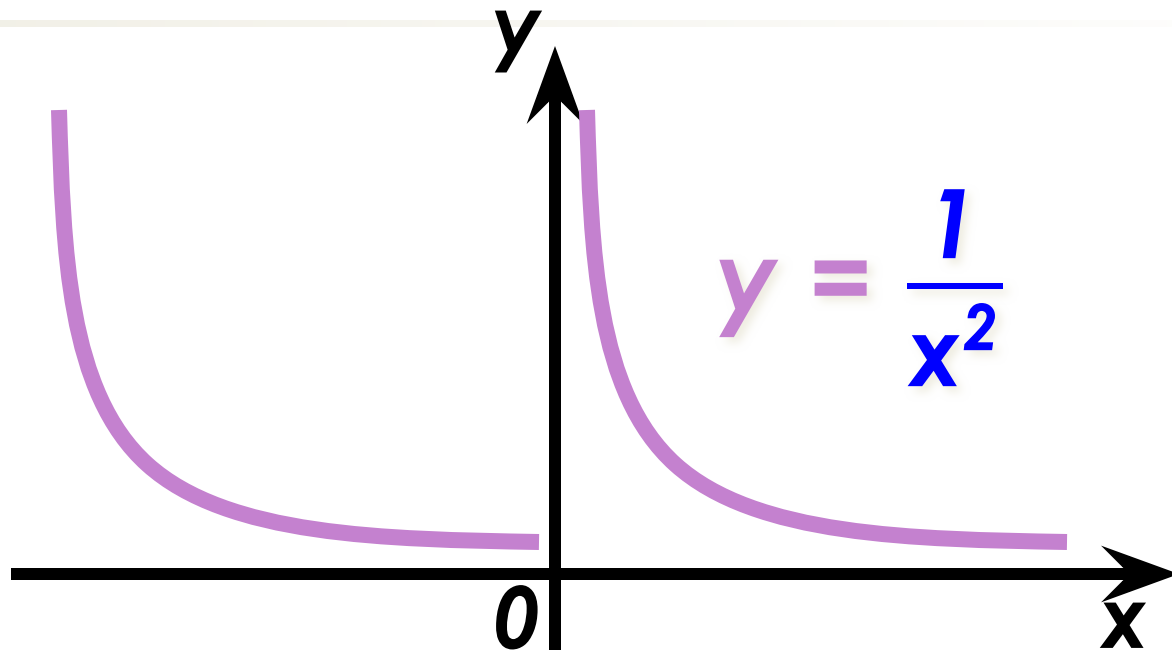
$$y = \frac{k}{x}, k > 0$$



Свойства обратной пропорциональности

Степенная функция

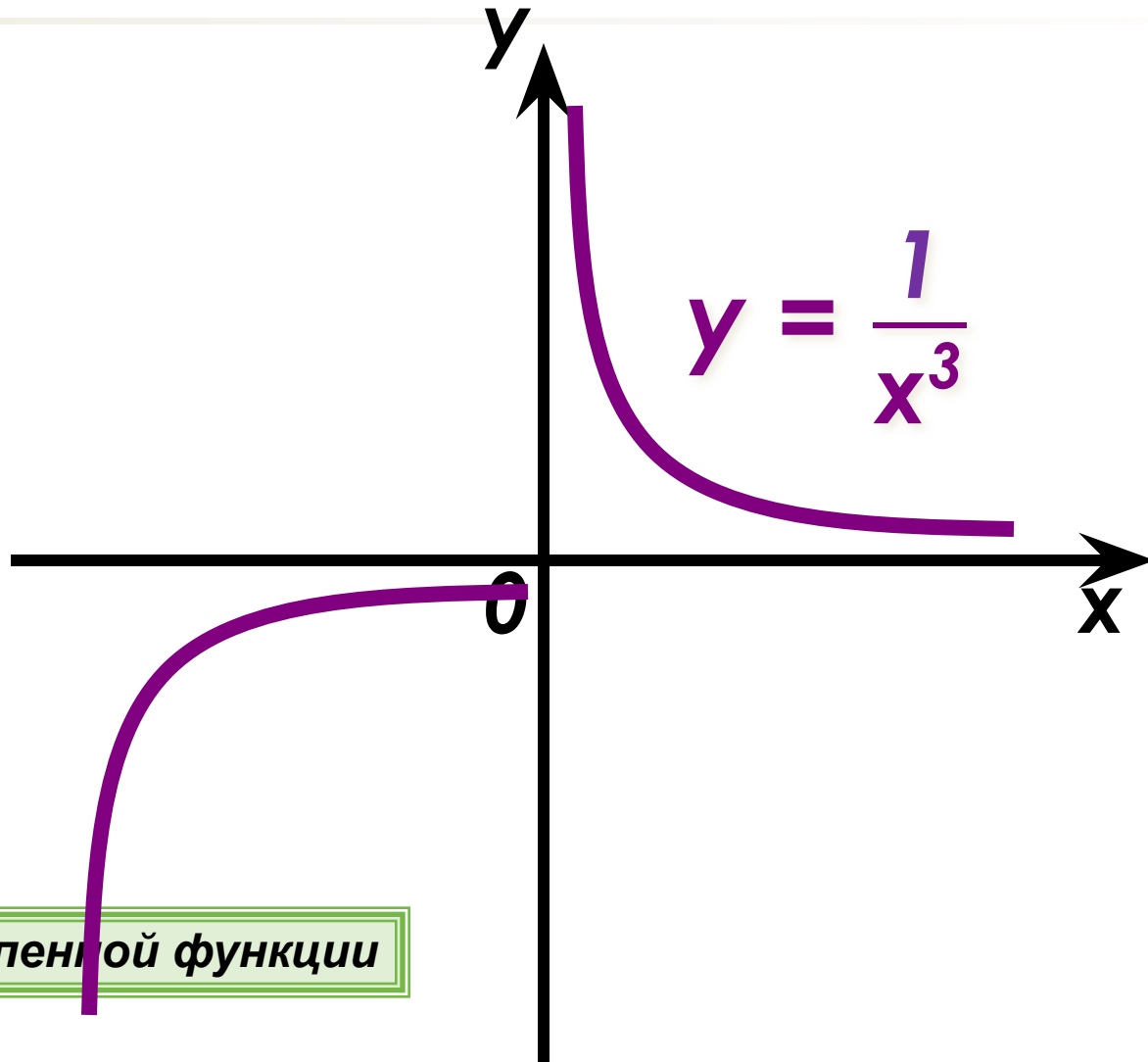
$$y = x^{-n}, n - \text{четное}$$



Свойства степенной функции

Степенная функция

$$y = x^{-n}, n - \text{нечетное}$$



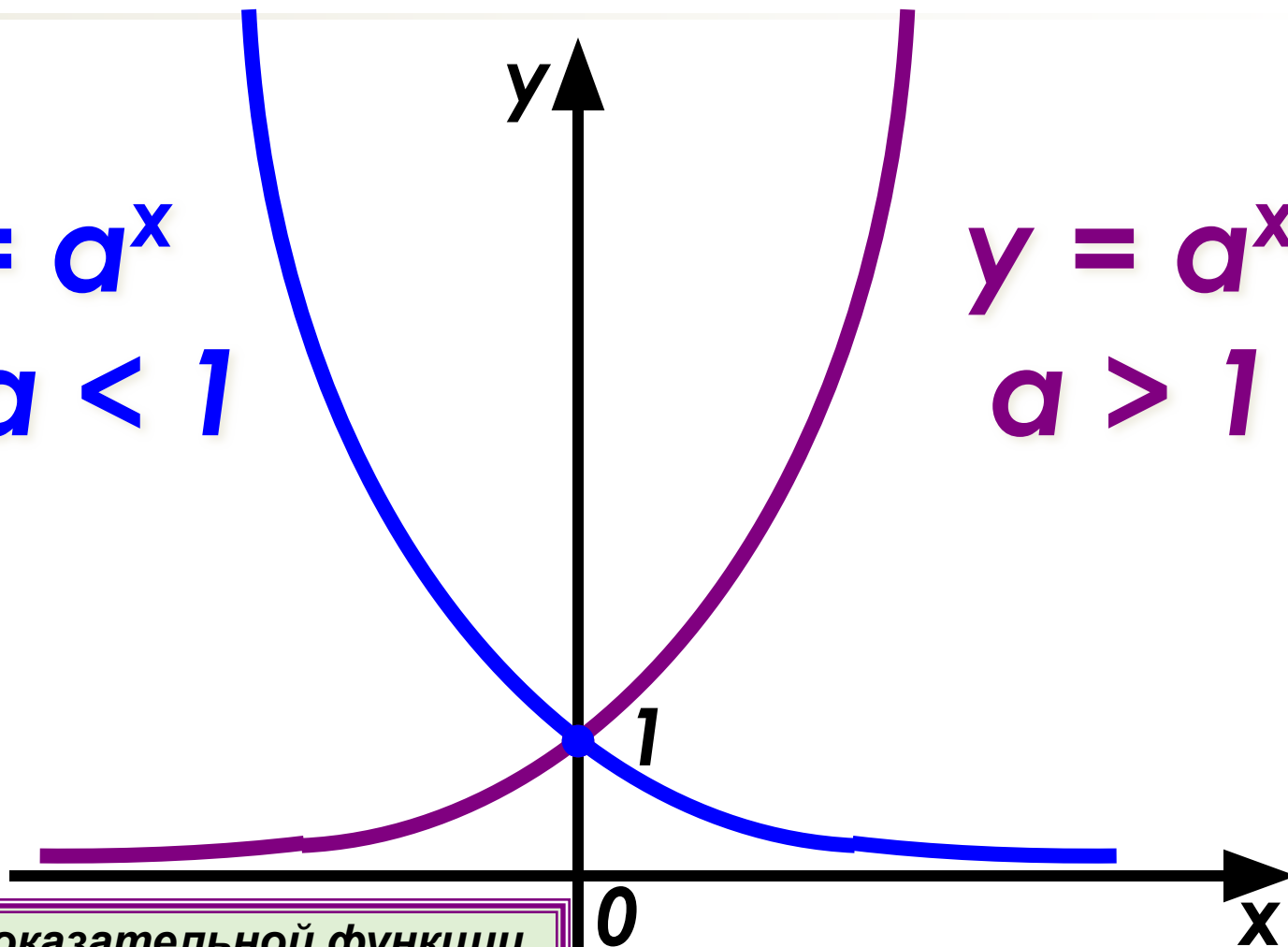
Свойства степенной функции

Показательная функция

$$y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

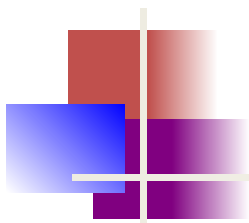
$$y = a^x$$
$$0 < a < 1$$

$$y = a^x$$
$$a > 1$$



Свойства показательной функции

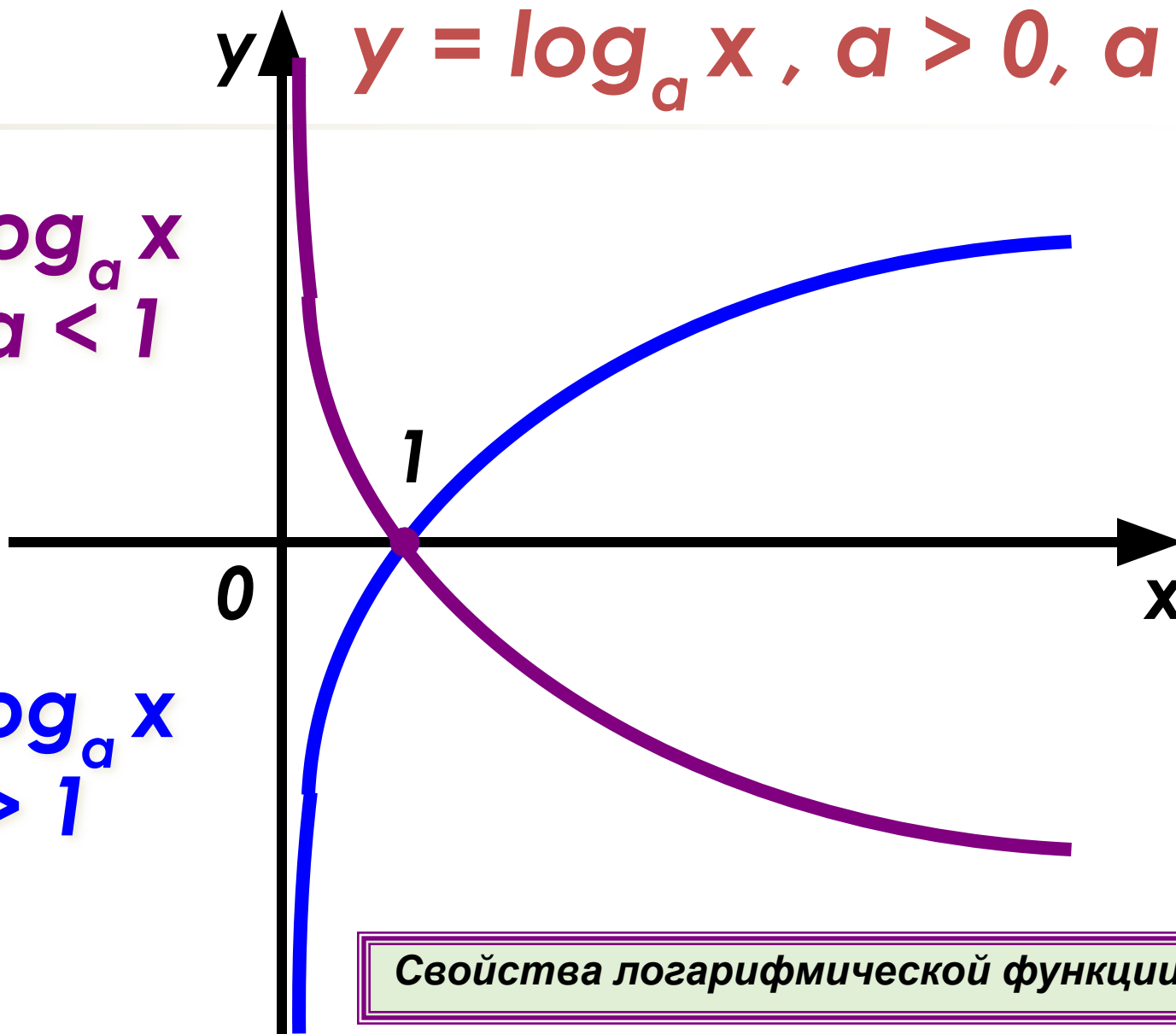
Логарифмическая функция



y

$$y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$$

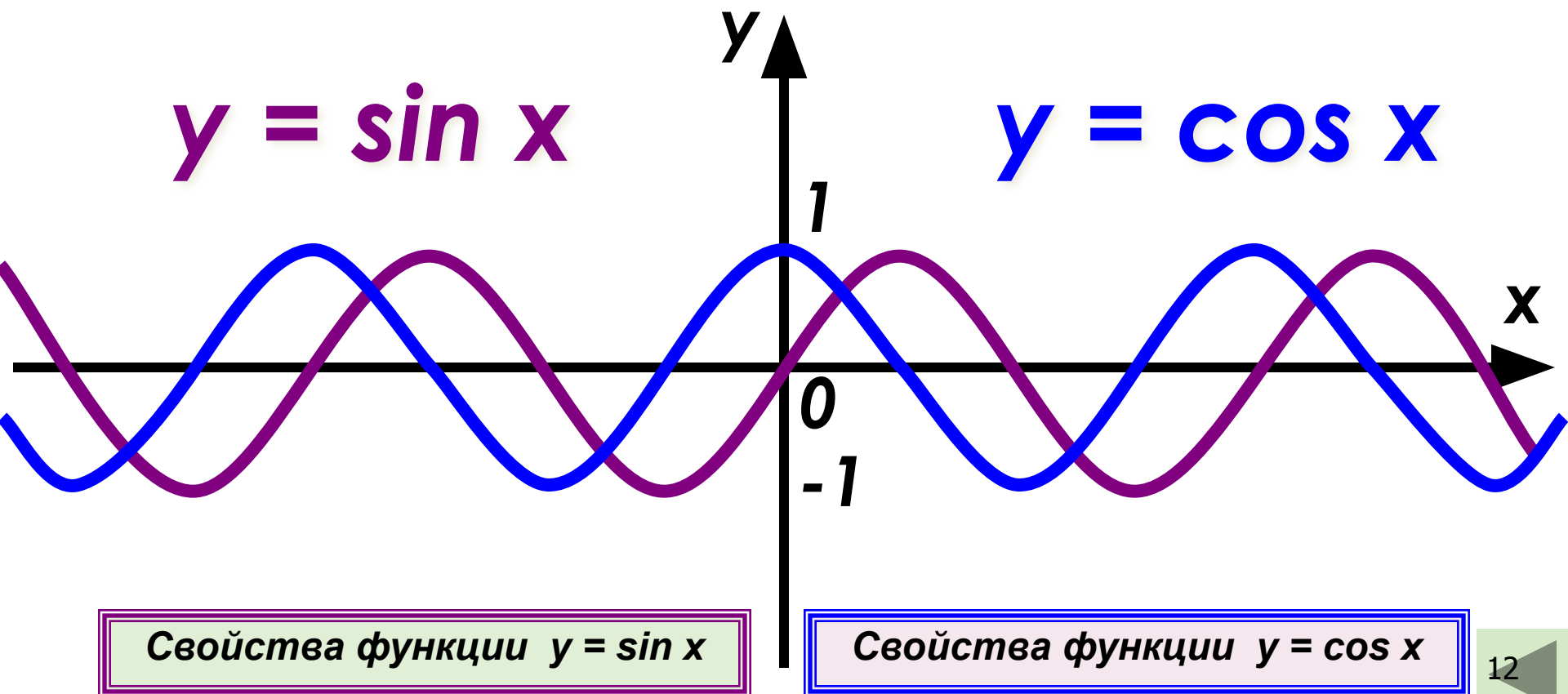
$$y = \log_a x$$
$$0 < a < 1$$



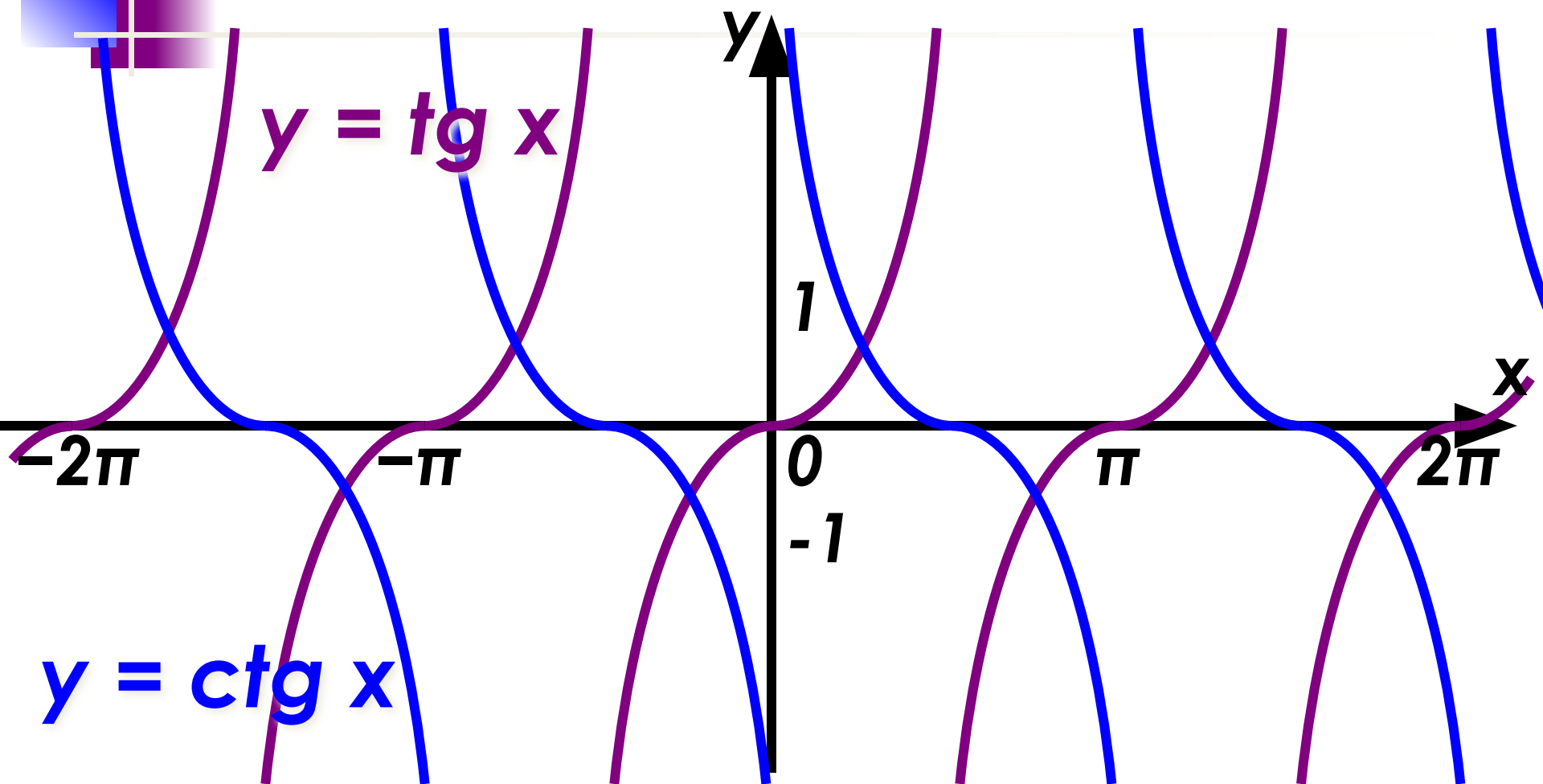
$$y = \log_a x$$
$$a > 1$$

Свойства логарифмической функции

Тригонометрические функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$



Тригонометрические функции $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$



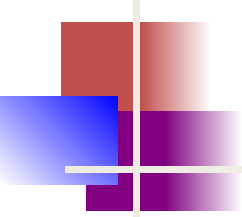
Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$

Свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$

Геометрические преобразования графиков

- ① Преобразование вида $y = f(x)$
 $f(x) \pm y = f(x) + \underline{b}$
- ② Преобразование вида $y = f(x - a)$
- ③ Преобразование вида $y = kf(x)$
- ④ Преобразование вида $y = f(mx)$
- ⑤ Преобразование вида $y = |f(x)|$
- ⑥ Преобразование вида $y = f(|x|)$
- ⑦ Преобразование вида $|y| = f(x)$

1. Преобразование вида $y = f(x) + b$



— Это параллельный перенос
графика функции $y = f(x)$ на b
единиц **вдоль оси ординат**

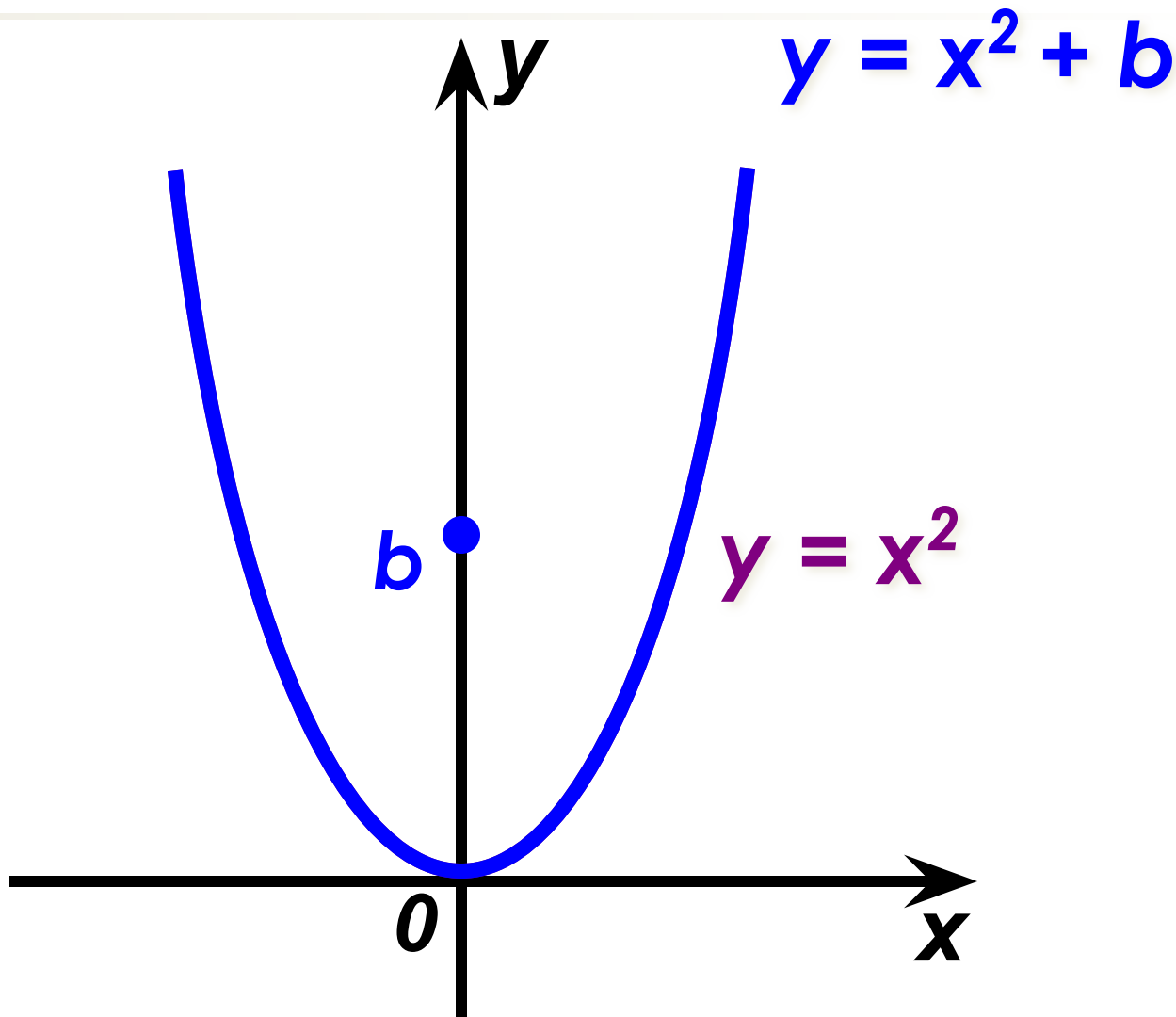
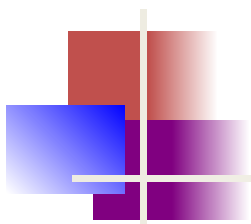
Если $b > 0$, то
происходит



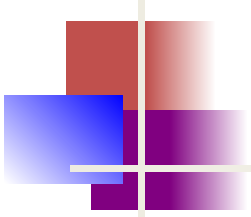
Если $b < 0$, то
происходит



1. Преобразование вида $y = f(x) + b$



2. Преобразование вида $y = f(x - a)$



— Это параллельный перенос
графика функции $y = f(x)$ на a
единиц **вдоль оси абсцисс**

Если $a > 0$, то
происходит

смещение

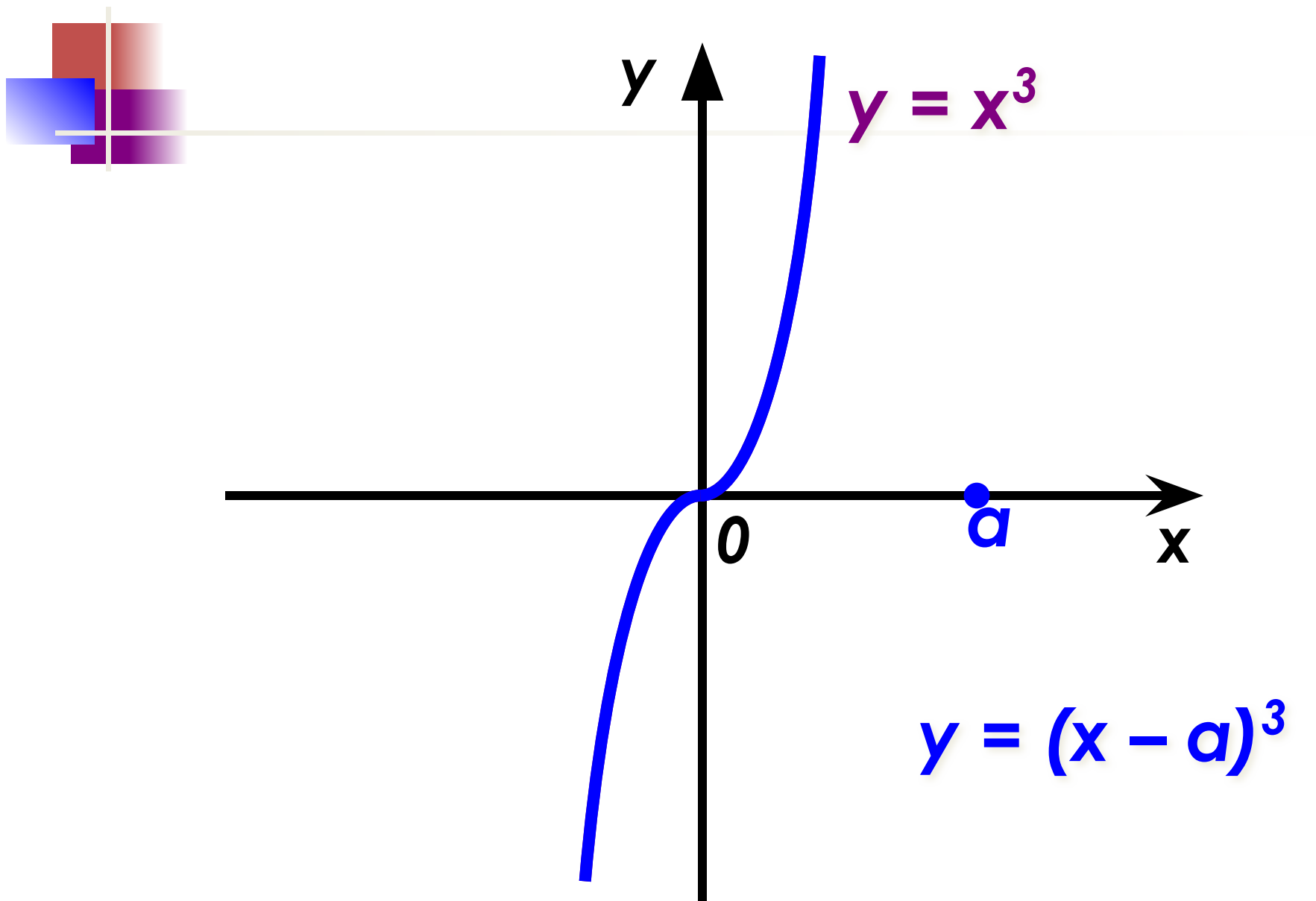


смещение

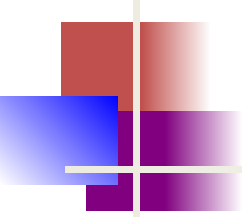


Если $a < 0$, то
происходит

2. Преобразование вида $y = f(x - a)$



3. Преобразование вида $y = kf(x)$



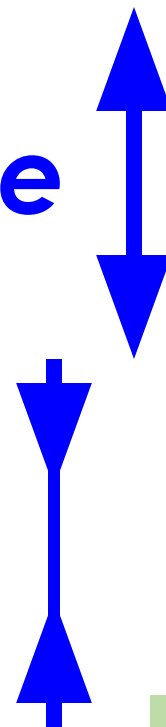
— Это растяжение (сжатие) в k раз
графика функции $y = f(x)$
вдоль оси ординат

Если , $|k| > 1$, то
происходит

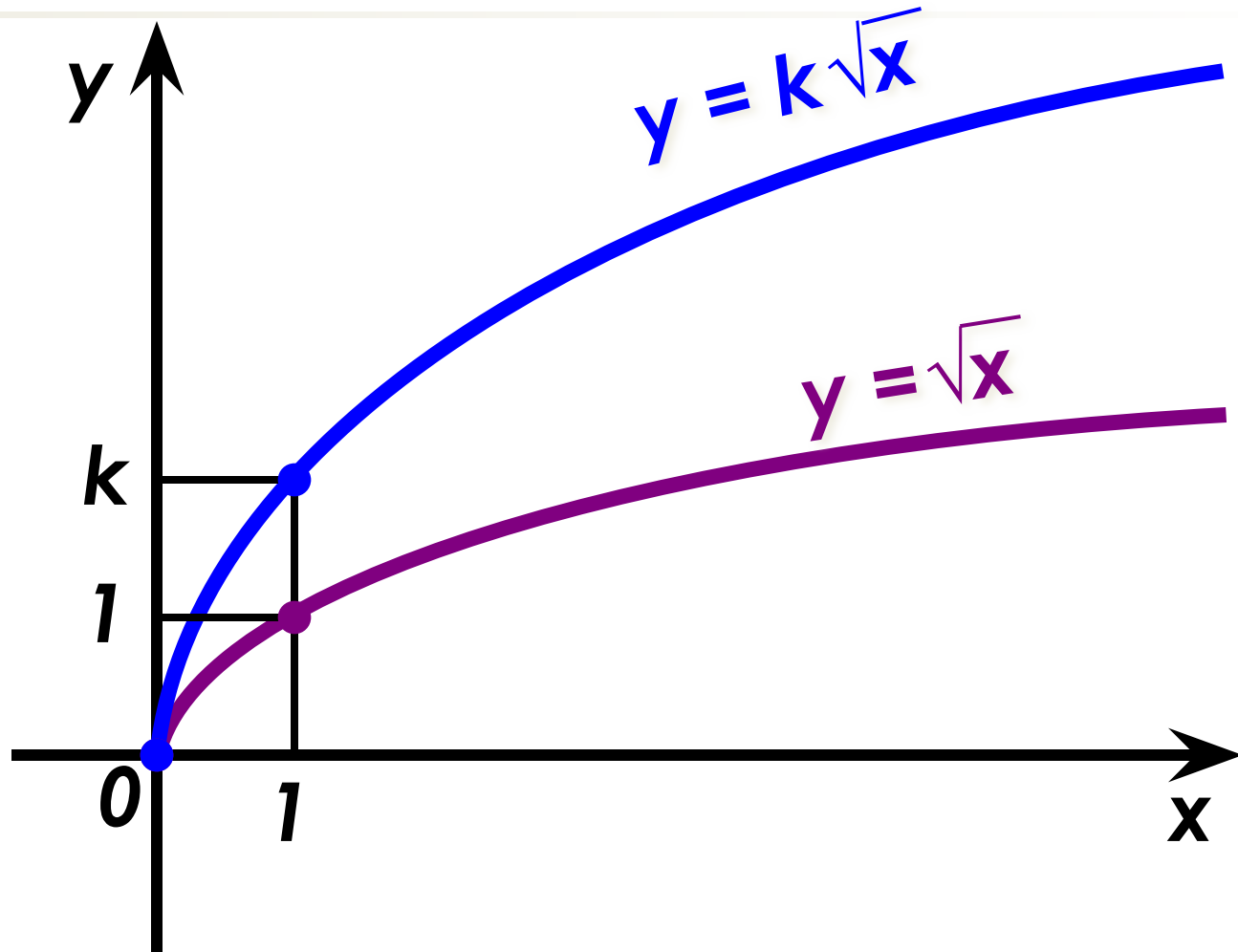
Растяжение

Если , $|k| < 1$,
то происходит

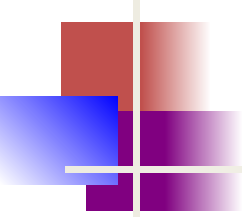
Сжатие



3. Преобразование вида $y = kf(x)$



4. Преобразование вида $y = f(mx)$



— Это растяжение (сжатие) в m раз
графика функции $y = f(x)$
вдоль оси абсцисс

Если , $|m| > 1$, то
происходит

Сжатие

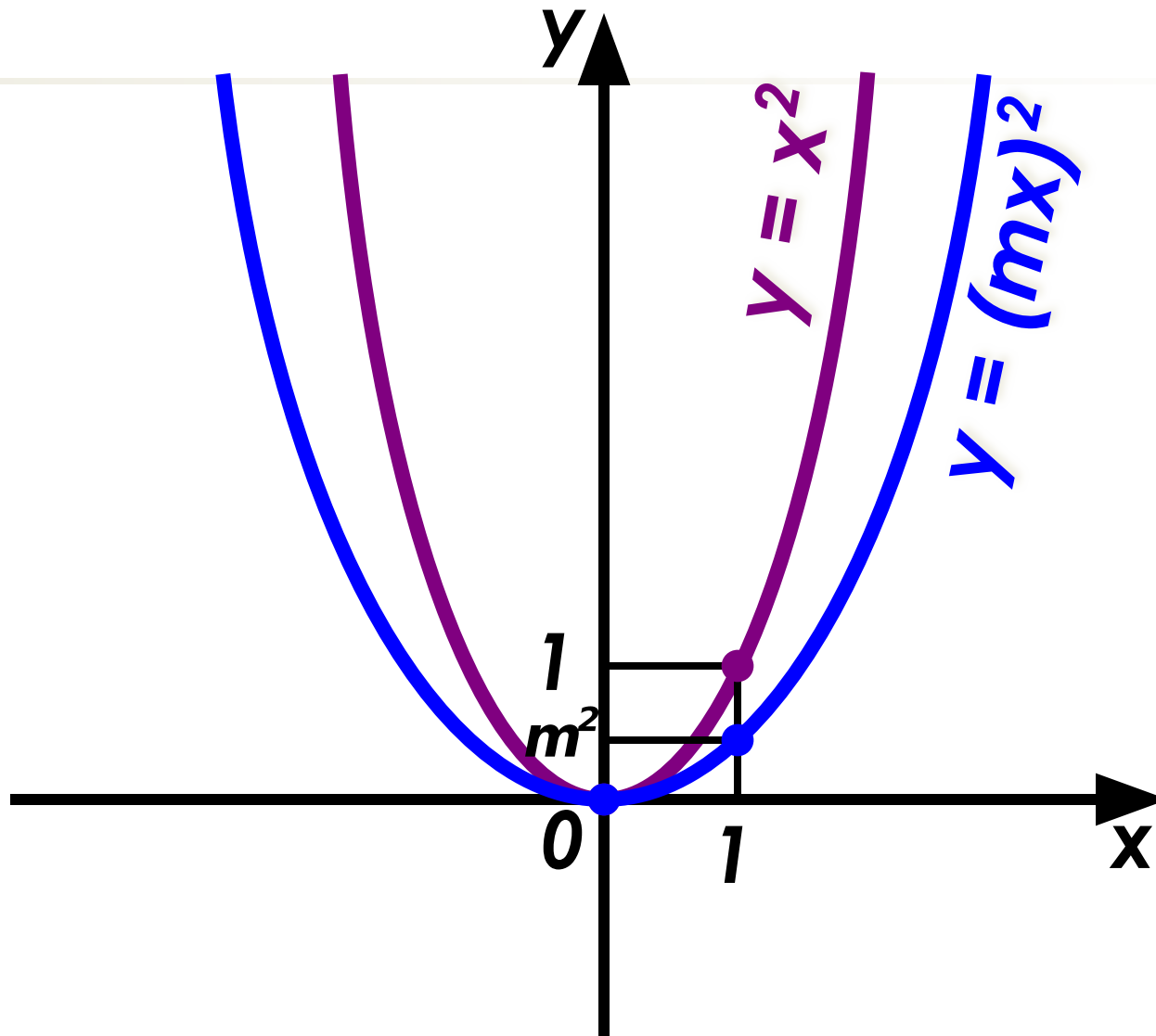


Если , $|m| < 1$, то
происходит

Растяжение

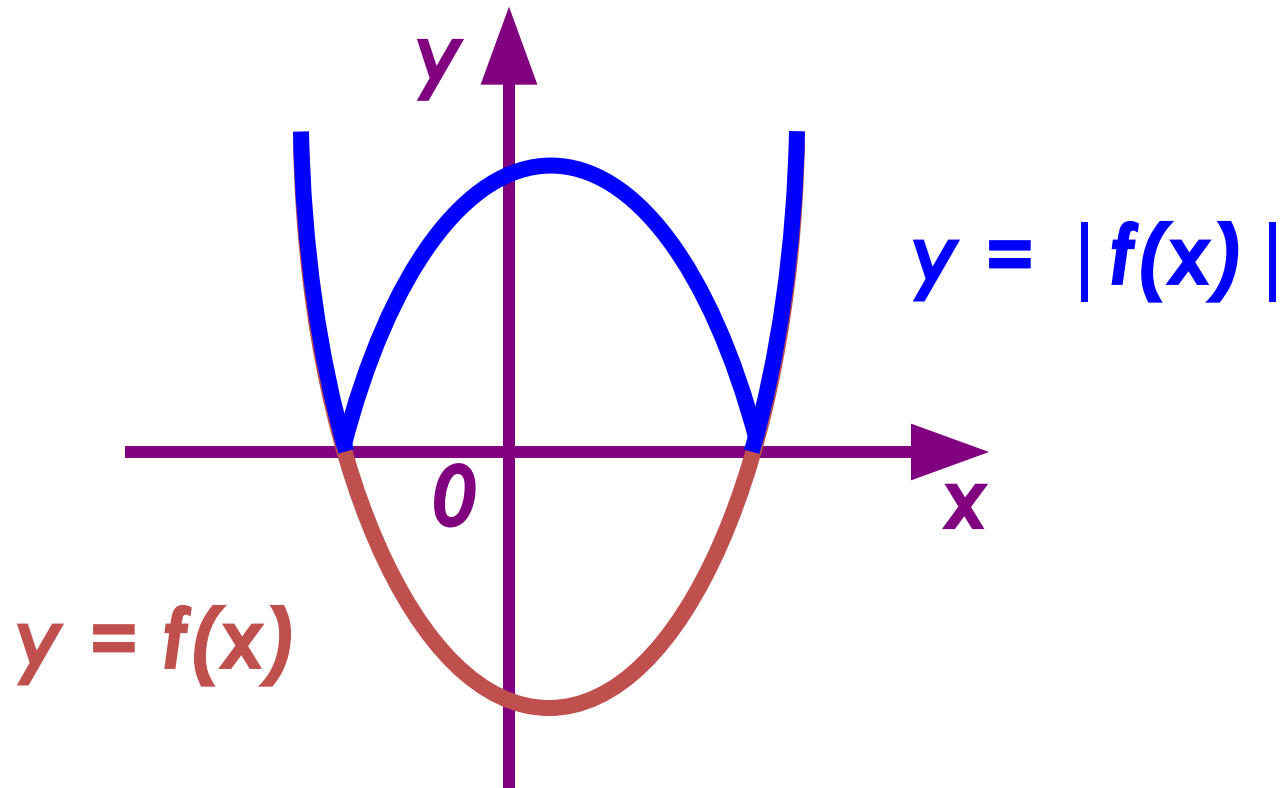


4. Преобразование вида $y = f(mx)$

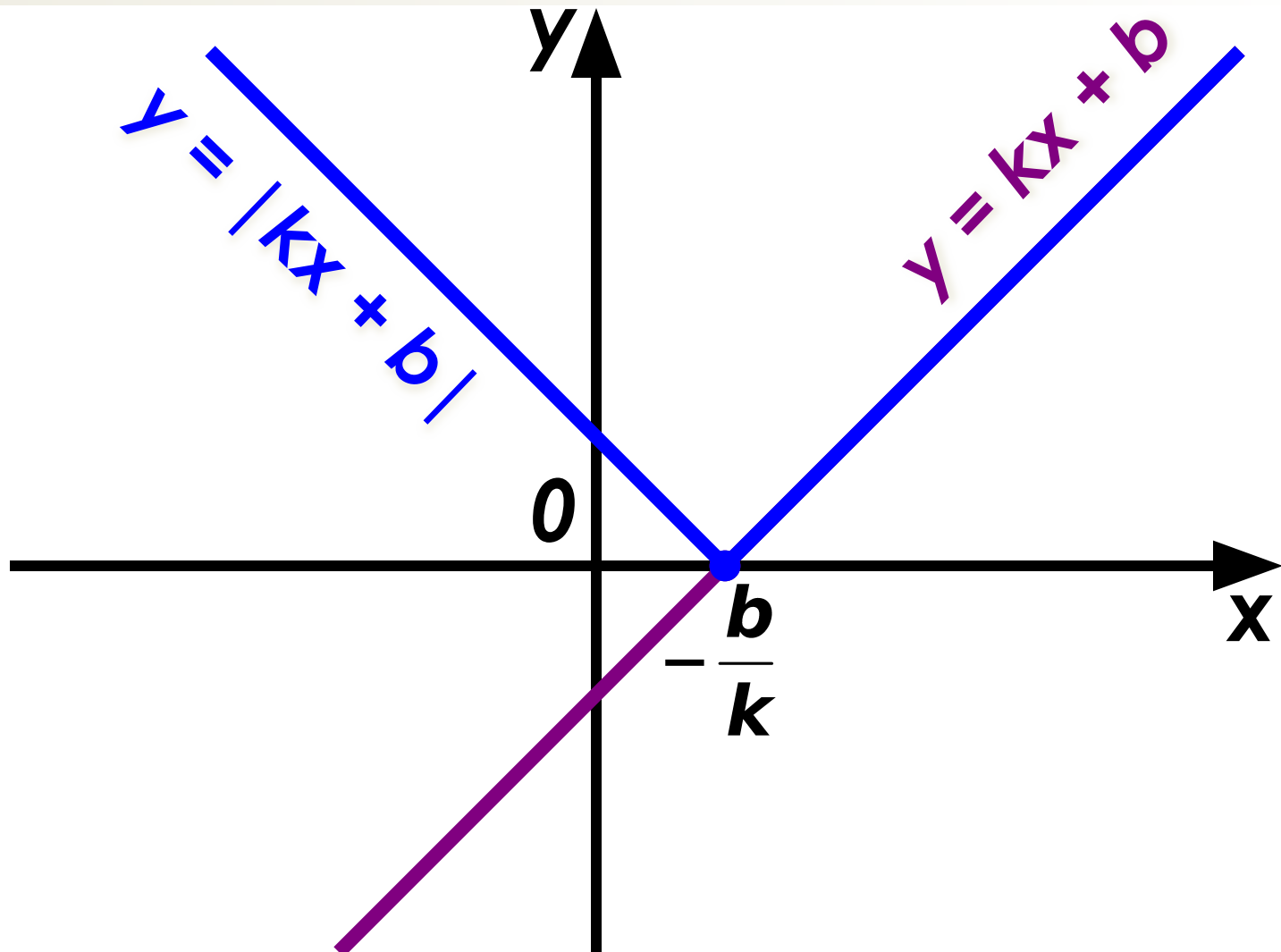


5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

— Это отображение нижней части графика функции $y = f(x)$ в верхнюю полуплоскость относительно оси абсцисс с сохранением верхней части графика

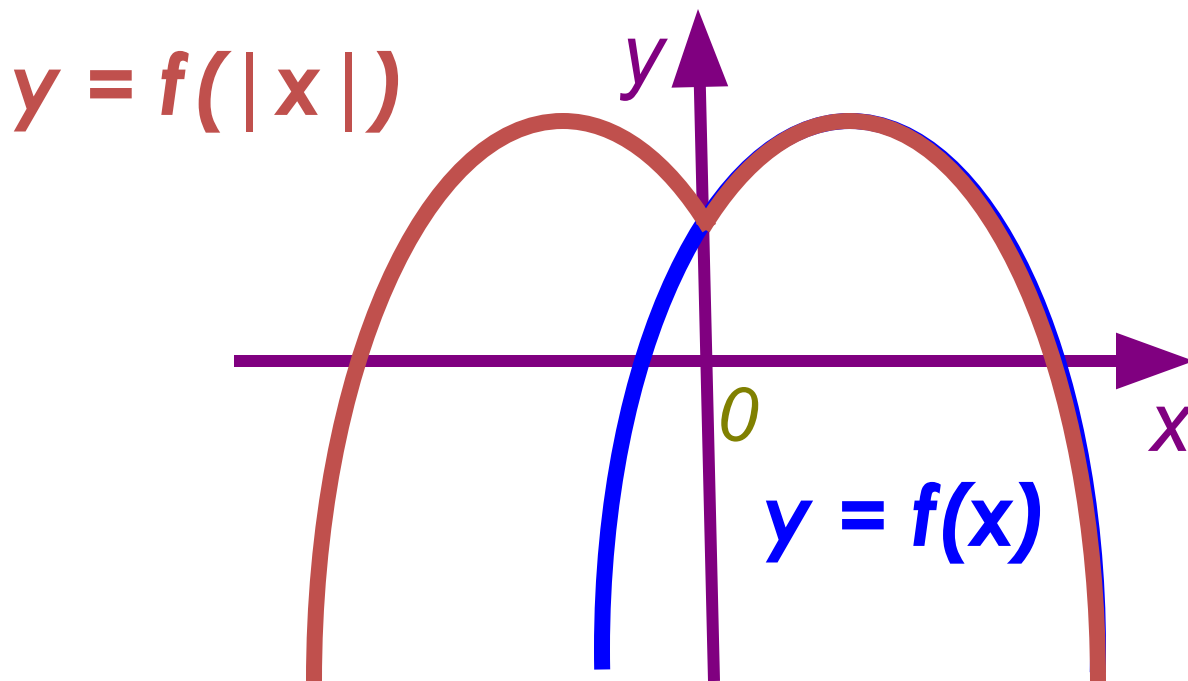


5. Преобразование вида $y = |f(x)|$

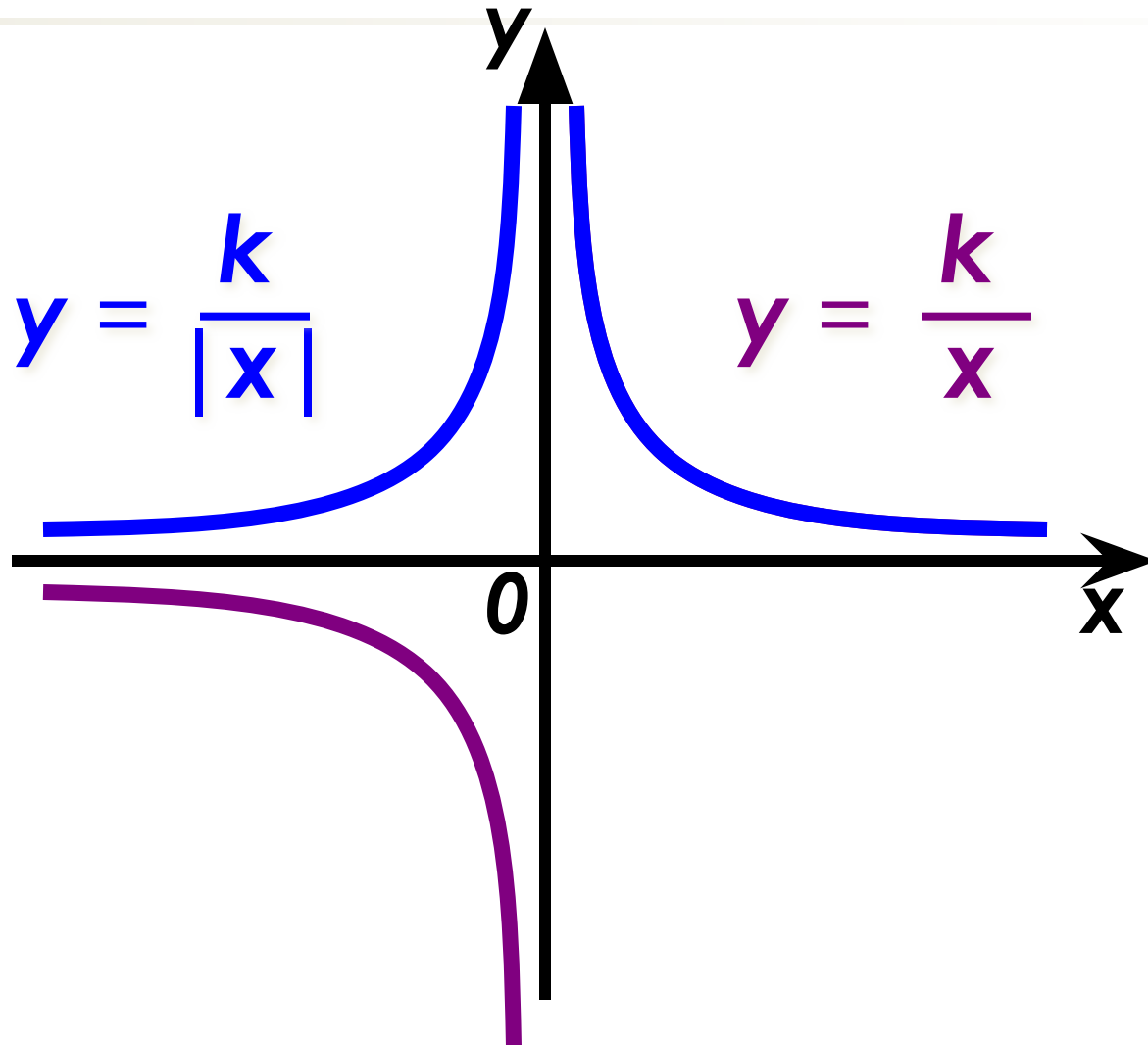


6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

- Это отображение правой части графика функции $y = f(x)$ в левую полуплоскость относительно оси ординат с сохранением правой части графика

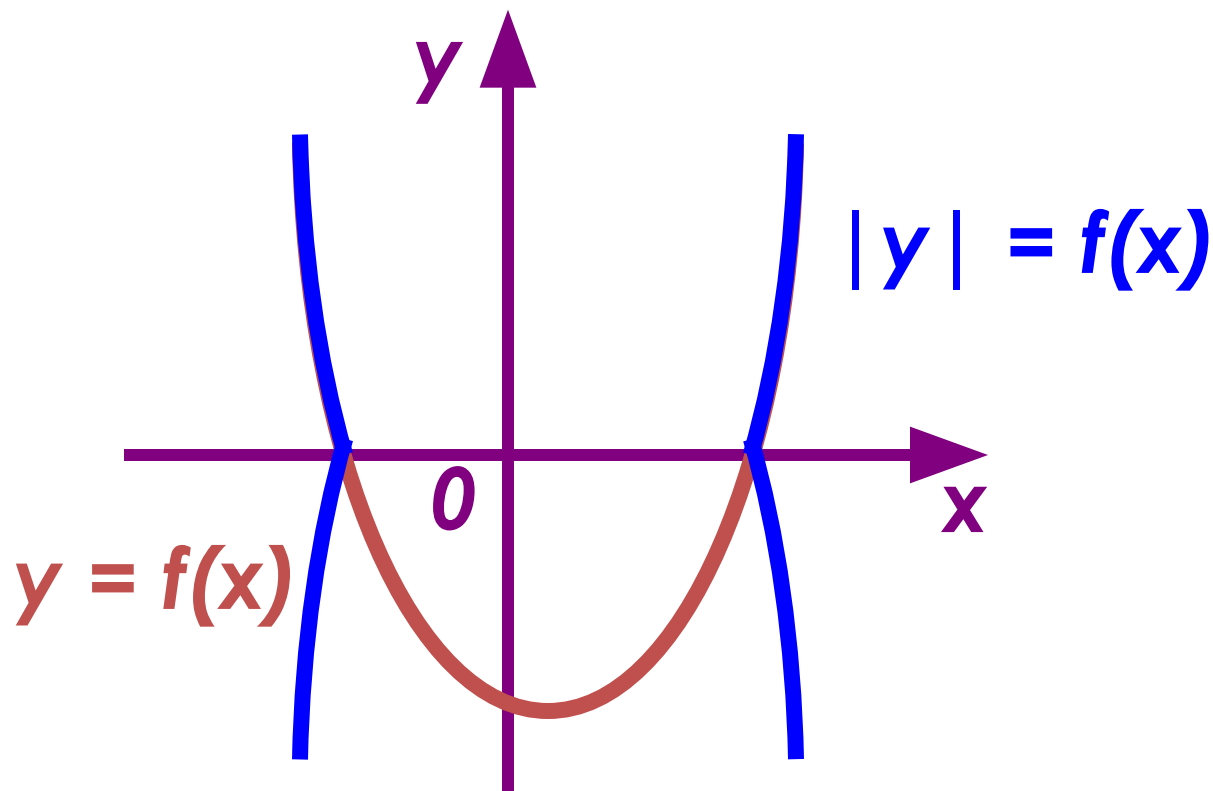


6. Преобразование вида $y = f(|x|)$

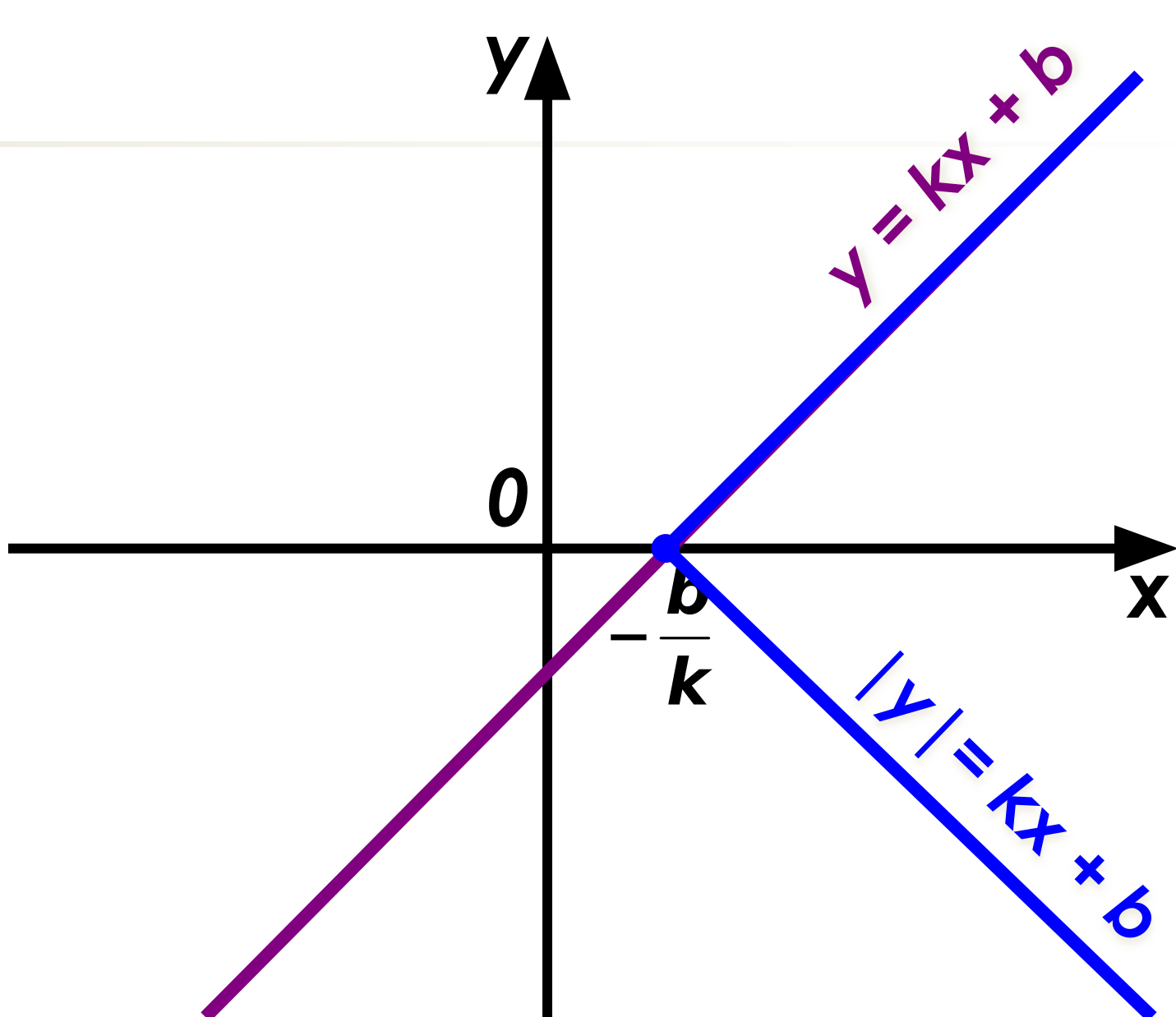


7. Преобразование вида $|y| = f(x)$

— Это отображение верхней части графика функции $y = f(x)$ в нижнюю полуплоскость относительно оси абсцисс с сохранением только верхней части графика



7. Преобразование вида $|y| = f(x)$



Свойства функций

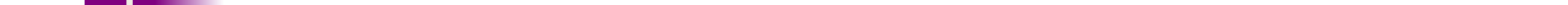
- Свойства линейной функции
- Свойства квадратичной функции
- Свойства степенной функции
- Свойства обратной пропорциональности
- Свойства показательной функции
- Свойства логарифмической функции
- Свойства тригонометрических функций:

$$\underline{y = \sin x} \quad y = \sin x$$

$$\underline{y = \operatorname{tg} x}$$

$$\underline{y = \cos x} \quad y = \cos x$$

$$\underline{y = \operatorname{ctg} x}$$

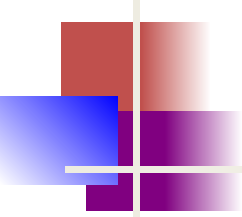


$$2.5 \text{ cm} = 0.025 \text{ m} \quad b = 0.025 \text{ m}$$

1 Если $k \geq 0$ то функция возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$

Если $k \leq 0$, то функция убывает при $x_0 \in (m; 1)$

Свойства квадратичной функции


$$y = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2 Если $a > 0$, то $E(y) = [y_B; +\infty)$;

Если $a < 0$, то $E(y) = (-\infty; y_B]$.

3 Если $b = 0$, то функция четная.

Если $b \neq 0$, то функция ни четная, ни нечетная.

4 Если $x = 0$, то $y = c$, если $y = 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

5 Если $a > 0$, то функция возрастает при $x \in [x_B; +\infty)$;
функция убывает при $x \in (-\infty; x_B]$.

Если $a < 0$, то функция возрастает при $x \in (-\infty; x_B]$;
функция убывает при $x \in [x_B; +\infty)$.

Свойства степенной функции

$$y = x^n$$

Если $n = 2k$, где $k \in \mathbb{Z}$

1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2 $E(y) = [0; +\infty)$.

3 Функция четная.

4 Если $x = 0$, то $y = 0$.

5 Функция возрастает

при $x \in [0; +\infty)$;

убывает при $x \in (-\infty; 0]$.

Если $n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$

1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

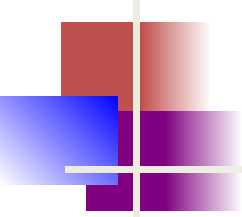
2 $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3 Функция нечетная.

4 Если $x = 0$, то $y = 0$.

5 Функция возрастает

при $x \in (-\infty; +\infty)$.



Свойства обратной пропорциональности

$$y = \frac{k}{x}$$

1 $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2 $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

3 Функция нечетная.

4 $x \neq 0, y \neq 0$.

5 Если $k > 0$, то функция убывает
при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Если $k < 0$, то функция возрастает
при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Свойства степенной функции

$$y = x^{-n}$$

Если $n = 2k$, где $k \in \mathbb{Z}$

1 $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

2 $E(y) = (0; +\infty)$.

3 Функция четная.

4 Если $x = 1$, то $y = 1$.

5 Функция возрастает
при $x \in (-\infty; 0)$;
убывает при $x \in (0; +\infty)$.

6 функция ограничена
снизу прямой $y = 0$.

Если $n = 2k + 1$, где $k \in \mathbb{Z}$

1 $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

2 $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

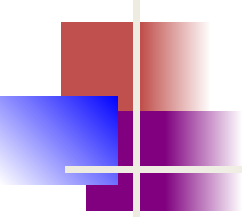
3 Функция нечетная.

4 Если $x = 1$, то $y = 1$;
если $x = -1$, то $y = -1$.

5 Функция убывает
при $x \in (-\infty; 0); (0; +\infty)$.

6 Функция не
ограничена

Свойства показательной функции


$$y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

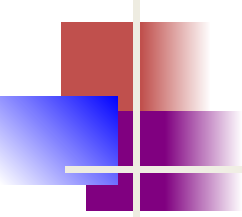
2 $E(y) = (0; +\infty)$.

3 Функция ни четная, ни нечетная.

4 Если $x = 0$, то $y = 1$.

5 Если $a > 1$, то функция возрастает
при $x \in (-\infty; +\infty)$.

Если $0 < a < 1$, то функция убывает
при $x \in (-\infty; +\infty)$.



Свойства логарифмической функции $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$

1 $D(y) = (0; +\infty)$.

2 $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3 Функция ни четная, ни нечетная.

4 Если $x = 1$, то $y = 0$.

5 Если $a > 1$, то функция возрастает при $x \in (0; +\infty)$.

Если $0 < a < 1$, то функция убывает при $x \in (0; +\infty)$.

Свойства функции

$$y = \sin x$$

1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2 $E(y) = [-1; 1]$.

3 Функция нечетная.

4 Если $x = 0$, то $y = 0$.

5 Функция возрастает при $x \in [-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n]$.

Функция убывает при $x \in [\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n]$.

6 $x_{\max} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \quad x_{\min} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}.$

Свойства функции

$$y = \cos x$$

1 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.

2 $E(y) = [-1; 1]$.

3 Функция четная.

4 Если $x = 0$, то $y = 1$.

5 Функция возрастает при $x \in [-\pi + 2\pi n; 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

Функция убывает при $x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n]$, где $n \in \mathbb{Z}$.

6 $x_{\max} = 2\pi n$; $x_{\min} = \pi + 2\pi n$, где $n \in \mathbb{Z}$.

Свойства функции

$$y = \operatorname{tg} x$$

1 $D(y) = \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, где $n \in \mathbb{Z}$.

2 $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3 Функция нечетная.

4 Если $x = 0$, то $y = 0$.

5 Функция возрастает при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$,
где $n \in \mathbb{Z}$.

6 Экстремумов нет.

Свойства функции

$$y = \operatorname{ctg} x$$

1 $D(y) = (\pi n; \pi + \pi n)$, где $n \in \mathbb{Z}$

2 $E(y) = (-\infty; +\infty)$.

3 Функция нечетная.

4 $x \neq 0$; $y = 0$ если $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ где $n \in \mathbb{Z}$.

5 Функция убывает при $x \in (\pi n; \pi + \pi n)$, где $n \in \mathbb{Z}$.

6 Экстремумов нет.