

Муниципальное бюджетное общеобразовательное
учреждение Бобровская среднеобразовательная школа №1

Решение задач для подготовки к ЕГЭ

Презентацию подготовила:
Седых Светлана
Вениаминовна
учитель математики
МБОУ Бобровская средняя
общеобразовательная школа
№ 1

Разумеется, хорошая математика всегда красива.

П. Д. Козн

План.

1. Решение системы уравнений, содержащей логарифм.
2. Решение неравенства, содержащего логарифм.
3. Решение геометрической задачи.

1. Решение системы уравнений, содержащей логарифм.

$$\begin{cases} \sin x - 2y = 3 \\ \log_{\cos x}(y + 2) = 2 \end{cases}$$

$$\text{О.Д.З.} \begin{cases} \cos x > 0 \\ \cos x \neq 1 \\ y + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x > 0 \\ x \neq 2\pi \\ y > -2 \end{cases}$$

$$1) \log_{\cos x}(y + 2) = 2$$

$$\log_{\cos x}(y + 2) = \log_{\cos x} \cos^2 x, \text{ потенцируем}$$

$$y + 2 = \cos^2 x$$

$$y = \cos^2 x - 2$$

$$2) \sin x - 2(\cos^2 x - 2) = 3$$

$$\sin x - 2\cos^2 x + 4 = 3$$

$$\sin x - 2(1 - \sin^2 x) + 4 = 3$$

$$\sin x - 2 + 2\sin^2 x + 1 = 0$$

$$2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$a + c = b, \sin x = 1,$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \arcsin \frac{1}{2} + \pi_k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi_k, k \in \mathbb{Z}$$

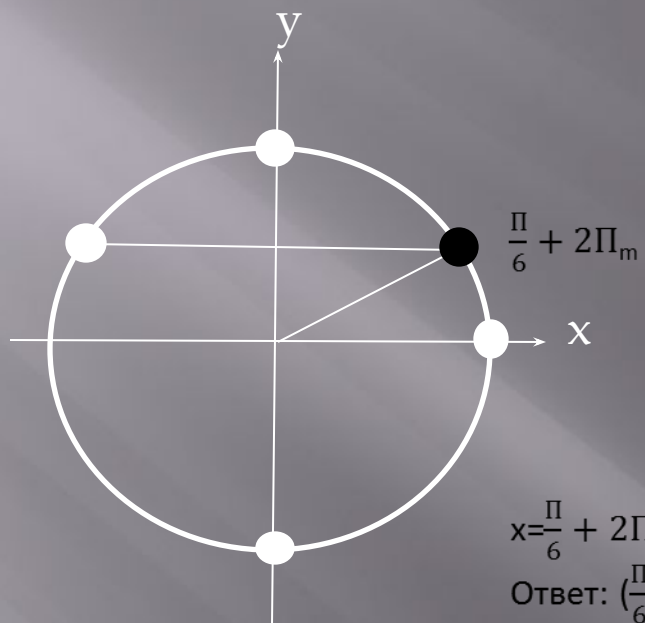
$$3) \text{Если } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \text{ то } y = \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) - 2, n \in \mathbb{Z}$$

$$y = \cos^2\left(\frac{\pi}{2}\right) - 2$$

$$y = -2$$

$$\text{Если } x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi_k, k \in \mathbb{Z}, \text{ то } y = \cos^2\left((-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi_k\right) - 2 = \left(\mp \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 2 = \frac{3}{4} - 2 = -1\frac{1}{4}.$$

4) Учет О.Д.З:



$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi_m, y = -1\frac{1}{4}, m \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } (\frac{\pi}{6} + 2\pi_m; -1\frac{1}{4})$$

2. Решение неравенства, содержащего логарифм.

$$\frac{\log_2 2x \cdot \log_2 4x}{\log_2 8x} \leq \frac{3}{2} \quad \text{О.Д.З.:} \begin{cases} \log_2 8x \neq 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{8} \\ x > 0 \end{cases}$$

$$1) \frac{(\log_2 2 + \log_2 x) \cdot (\log_2 4 + \log_2 x)}{(\log_2 8 + \log_2 x)} \leq \frac{3}{2}$$

$$\frac{(1 + \log_2 x) \cdot (2 + \log_2 x)}{(3 + \log_2 x)} \leq \frac{3}{2}$$

Введем замену: $\log_2 x = t$

$$\frac{(1+t)(2+t)}{(3+t)} \leq \frac{3}{2}$$

$$\frac{2+t+2t+t^2}{3+t} - \frac{3}{2} \leq 0$$

$$\frac{2t^2+6t+4}{2(3+t)} - \frac{3t+9}{2(3+t)} \leq 0$$

$$\frac{2t^2+6t+4-3t-9}{2(3+t)} \leq 0$$

$$\frac{2t^2 + 3t - 5}{2(3+t)} \leq 0$$
$$\frac{2(t-1)(t+2,5)}{2(3+t)} \leq 0$$

$$\frac{(t-1)(t+2,5)}{(3+t)} \leq 0, \text{ знак дроби совпадает со знаком числителя и знаменателя}$$

$$\begin{cases} (t-1)(t+2,5)(t+3) \leq 0 \\ t+3 \neq 0 \end{cases}$$



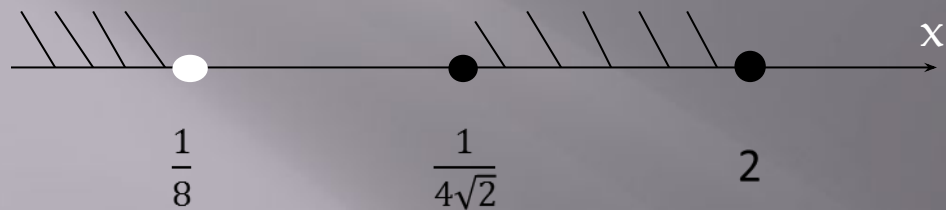
$$(-\infty; -3) \cup [-2.5; 1]$$

$$\begin{cases} t < -3 \\ -2.5 \leq t \leq 1 \end{cases}$$

Вернемся к замене:

$$\begin{cases} \log_2 x < -3 \\ -2.5 \leq \log_2 x \leq 1 \end{cases}$$

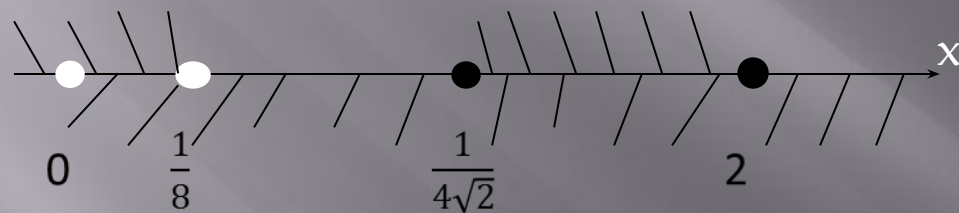
$$\begin{cases} \log_2 x < \log_2 \frac{1}{8} \\ \log_2 \frac{1}{4\sqrt{2}} \leq \log_2 x \leq \log_2 2 \end{cases}$$



Логарифмическая функция с
основанием 2 возрастающая, $a > 1$

$$\begin{cases} x < \frac{1}{8} \\ \frac{1}{4\sqrt{2}} \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Учтем О.Д.
3:



$$(0; \frac{1}{8}) \cup [\frac{1}{4\sqrt{2}}; 2]$$

Ответ: $(0; \frac{1}{8}) \cup [\frac{1}{4\sqrt{2}}; 2]$

3. Решение геометрической задачи.

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между плоскостями AB_1C и CB_1D_1 .

Решение:

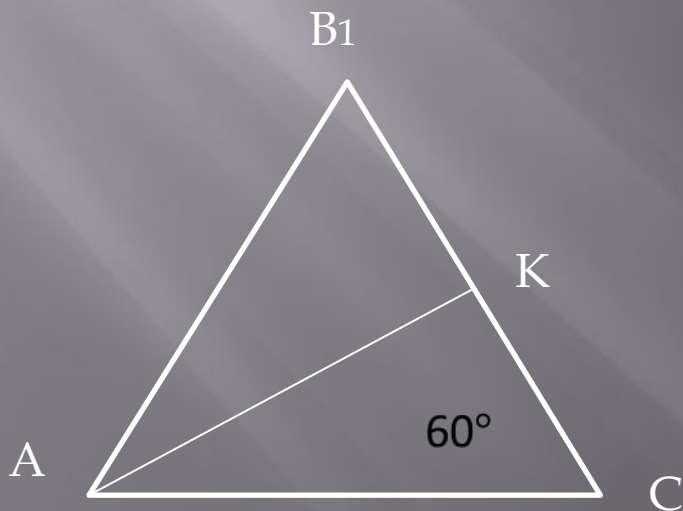
$(AB_1C); (CB_1D_1)$ – двугранный угол $D_1 B_1 C A$, измеряется линейным углом AKD_1 .

AK перпендикулярна B_1C , $AK \subset (AB_1C)$,
 D_1K перпендикулярна B_1C , $D_1K \subset (CB_1D_1)$.

Треугольники AB_1C и B_1D_1C
 правильные, их стороны – диагонали

Пусть ребро куба равно 1, тогда диагонали граней равны $\sqrt{2}$

Треугольник AKC – прямоугольный, $\sin 60^\circ = \frac{AK}{AC}$, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AK}{\sqrt{2}}$, $AK = \frac{\sqrt{6}}{2}$ $AK = KD = \frac{\sqrt{6}}{2}$.



Рассмотрим треугольник
 AKD_1

По теореме косинусов:

$$AD_1^2 = AK^2 + KD_1^2 - 2 \cdot AK \cdot KD_1 \cdot \cos \alpha$$

$$2 = \frac{6}{4} + \frac{6}{4} - 2 \cdot \frac{6}{4} \cos \alpha$$

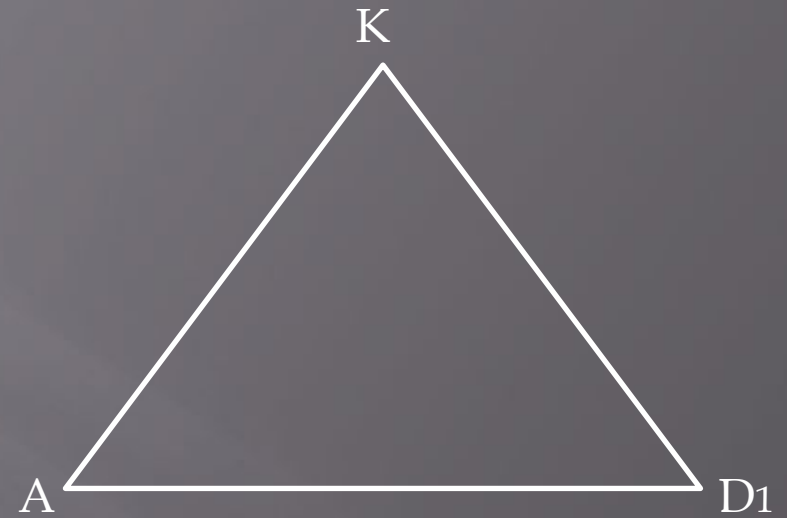
$$2 = 3 - 3 \cos \alpha$$

$$3 \cos \alpha = 1$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{3},$$

$$\alpha = \arccos \frac{1}{3}.$$

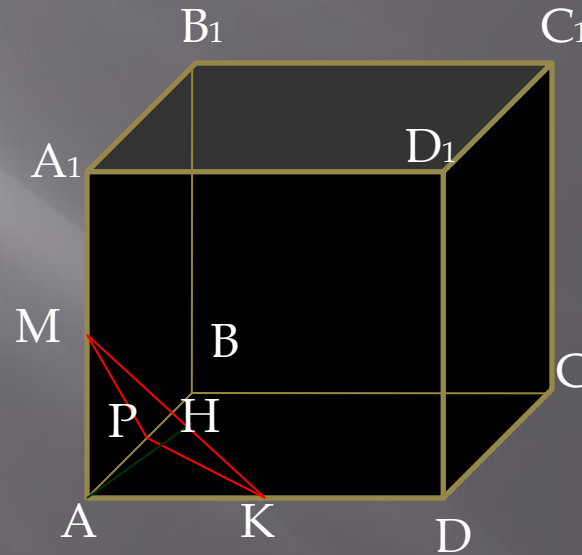
$$\text{Ответ: } \arccos \frac{1}{3}$$

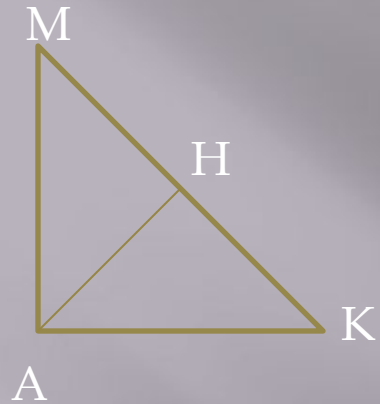


Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите тангенс угла между плоскостью, проходящей через середины ребер AD , AA_1 и AB , и плоскостью $BCC_1 B_1$.

Решение: Грань $BB_1 C_1 C$ параллельна и равна грани $AA_1 D_1 D$, поэтому угол между $BCC_1 B_1$ и (MPK) равен углу между $AA_1 D_1 D$ и (MPK) . $PMKA$ – двугранный угол, измеряется величиной его линейного угла. $АН \perp MK$, $АН \subset (AA_1 D)$
 $РН \perp MK$, $РН \subset (KMP)$.

$\angle AHP$ – линейный. У куба все ребра равны. Пусть ребро куба 1, тогда $AK=AM=AP=$





$\triangle AMK$ – прямоугольный и равнобедренный, $\angle M = \angle K = 45^\circ$
 $AH \perp MK$, $\sin \angle M = \frac{AH}{AM}$, $\sin 45^\circ = \frac{\frac{AH}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $2AH$, $AH = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

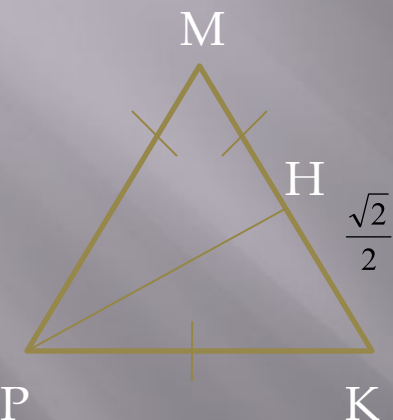
По Теореме Пифагора:

$$MK^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$MK^2 = \frac{1}{2}$$

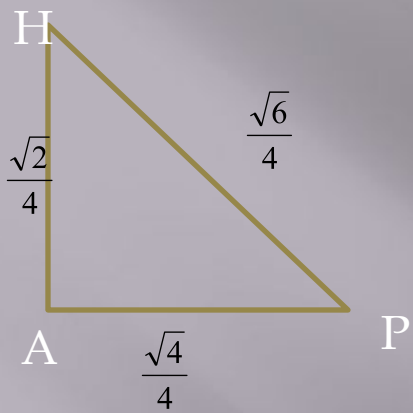
$$MK = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\triangle MPK$ равносторонний:



$$\sin 60^\circ = \frac{PH}{MP}, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{PH}{\frac{\sqrt{2}}{2}}, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2PH}{\sqrt{2}}, \quad 2PH = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2}}{2}$$

$$PH = \frac{\sqrt{6}}{4}$$



$$\triangle AHP: HP^2 = AH^2 + AP^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{4}}{4}\right)^2$$

$$\frac{6}{16} = \frac{2}{16} + \frac{4}{16}$$

$$\frac{6}{16} = \frac{6}{16} \text{ , верно. Следовательно:}$$

По Теореме, обратной Теореме Пифагора: $\triangle AHP$ – прямоугольный, HP – гипотенуза.

$$\operatorname{tg} \angle AHP = \frac{AP}{AH}, \operatorname{tg} \angle AHP = \frac{\frac{\sqrt{4}}{4}}{\frac{\sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{4}}{4} : \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{4}}{4} \cdot \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{4}{2}} = \sqrt{2}$$

Ответ: $\sqrt{2}$

Спасибо за
внимание!