

Логарифмы

Учитель математики
МАОУ лицей №3
города Кропоткин
Краснодарского края
Зозуля Елена Алексеевна

Логарифм

Решение задач

Свойства логарифмов

Решение задач

Логарифмические неравенства

Логарифмические уравнения

Решение задач

Логарифмическая функция

Логарифм

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени (n), в которую надо возвести a , чтобы получить b $(a^n = b)$

$$\log_a b$$

(произносится: логарифм числа b по основанию a)

**Логарифм ($\log_a b$) имеет смысл при $a > 0$, $a \neq 1$,
 $b > 0$!**



Свойства логарифмов

1° Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b;$$

2° $\log_a 1 = 0;$

3° $\log_a a = 1;$

4° Логарифм произведения:

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c \quad (b > 0, c > 0),$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a |b| + \log_a |c| \quad (bc > 0);$$

Свойства логарифмов

5° Логарифм частного:

$$\log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c \quad (b>0, c>0),$$

$$\log_a(b/c) = \log_a |b| - \log_a |c| \quad (bc>0);$$

6° Свойство степени числа:

$$\log_a(b^c) = c \cdot \log_a b;$$

7° Свойство степени основания:

$$\log(a^c)b = (1/c) \cdot \log_a b;$$

Свойства логарифмов

8° Формула перехода к новому основанию:
 $\log_a b = (\log_c b) / (\log_c a);$

9° $\log_a b = 1 / \log_b a;$

10° Замена основания и показателя функции:
 $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$



Виды логарифмических уравнений

*1. Решение логарифмических уравнений на
основании определения логарифма*

$$\log_3(2x + 1) = 2$$

Ответ: 4

2. Метод потенцирования

$$\log_{x-6} (x^2 - 5) = \log_{x-6} (2x + 19)$$

*Ответ: корней
нет*

3. Приведение логарифмического уравнения к квадратному

$$\lg^2 x = 3 - 2\lg x$$

Ответ: 0,001; 10

*4. Уравнения, решаемые приведением логарифмов
к одному и тому же основанию*

$$\log_{3x} 3 = \log_{x^2} 3$$

Ответ: 3

*5. Уравнения, решаемые логарифмированием его
обеих частей*

$$x^{\lg x + 2} = 1000$$



Ответ:

0,001; 10



Заполни пропуски

$$\text{Log}_x b + \text{Log}_x a = \text{Log}_x (ba)$$

$$\text{Log}_x a - \text{Log}_x b = \text{Log}_x (a/b)$$

$$\text{Log}_x b^p = p \text{Log}_x (b)$$

Вычисли

$$\text{Lg } 2 + \text{lg } 5$$

1

$$\text{Log}_3 3 - 0,5 \log_3 9$$

0

$$\text{Log } 2^{\frac{1}{8}}$$

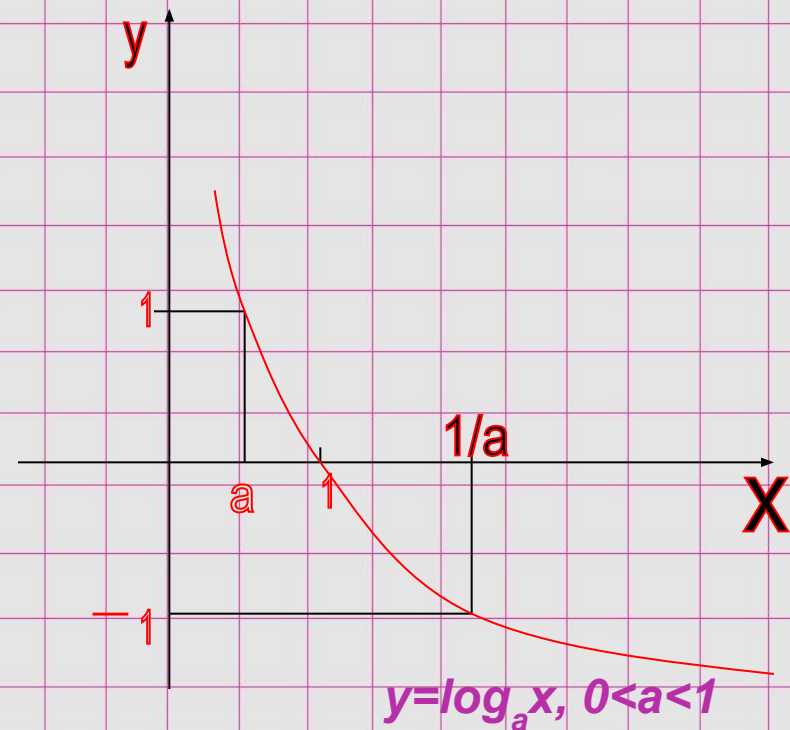
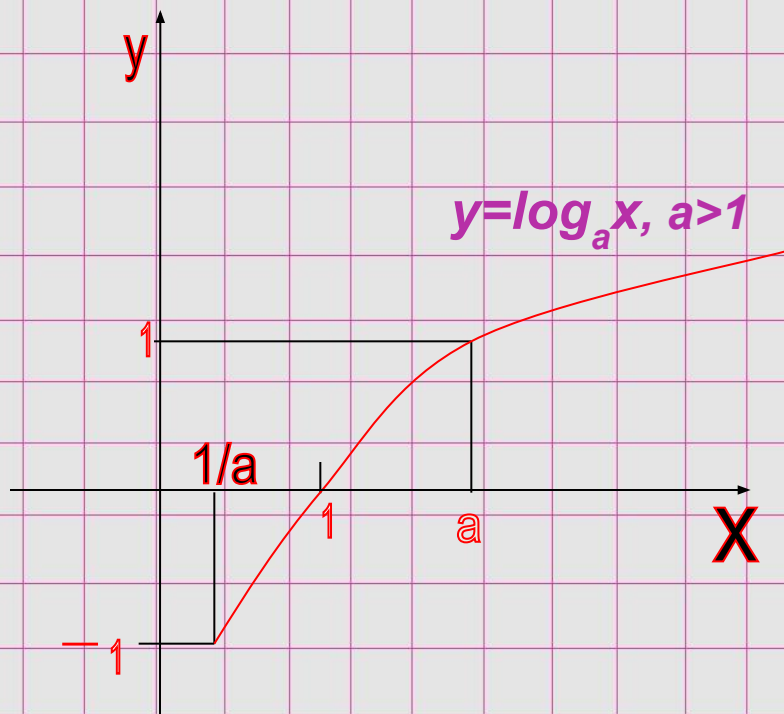
-3

$$\text{Log}_4 16 + \log_3 27$$

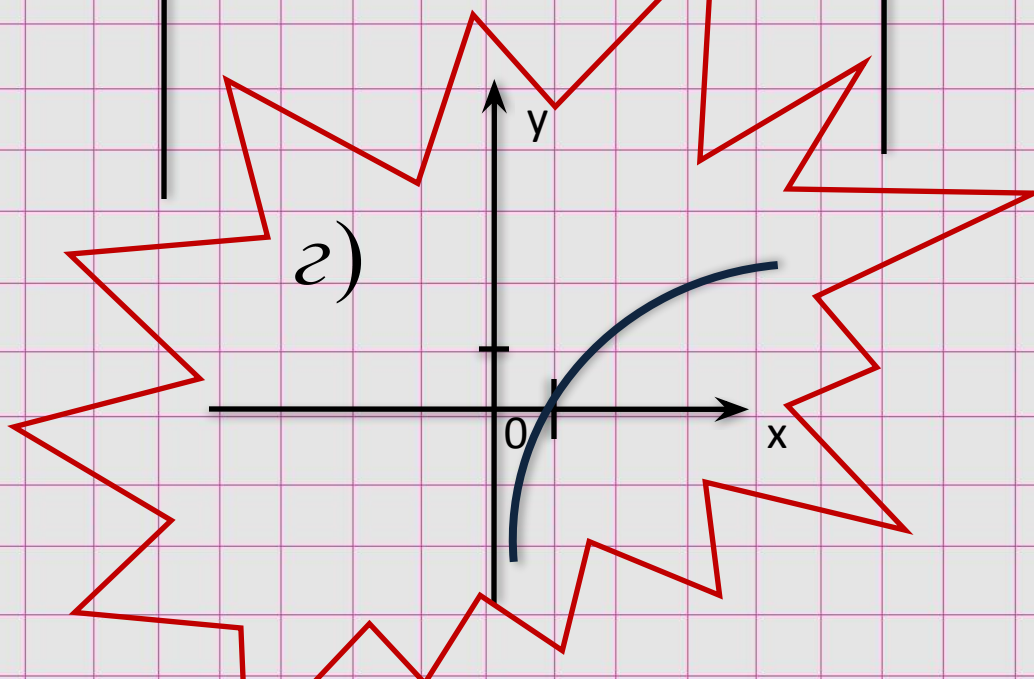
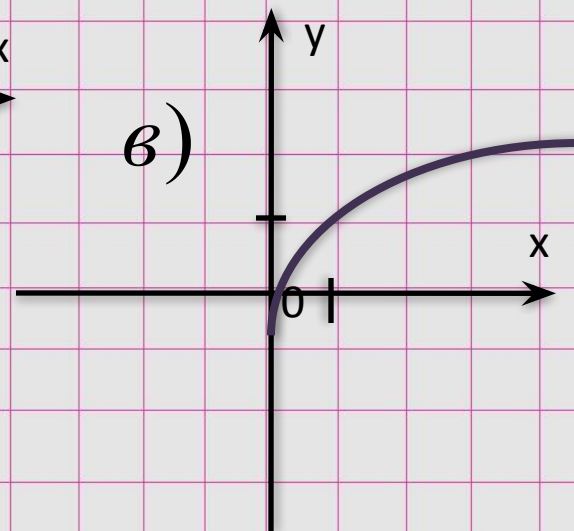
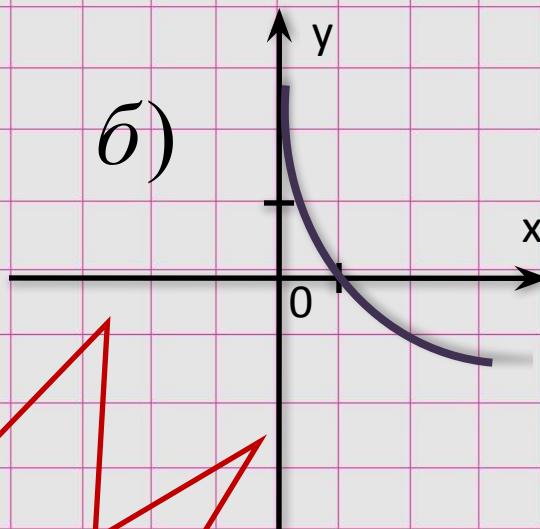
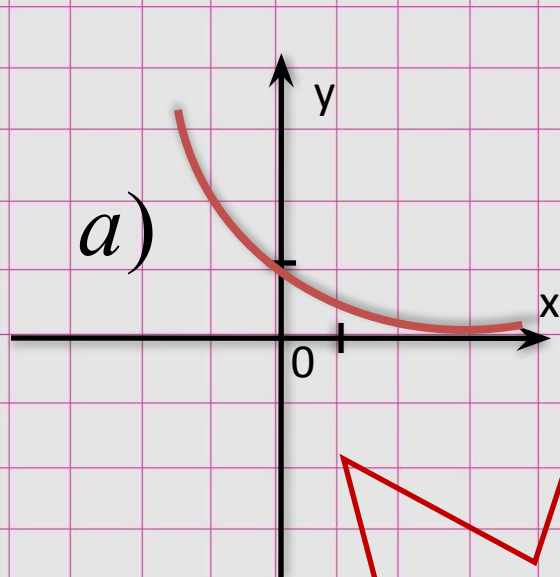
5



Логарифмическая функция и её график:

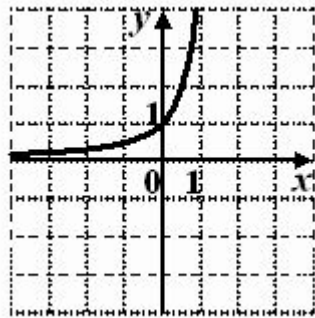


Найти график функции
 $y = \log_2 x$

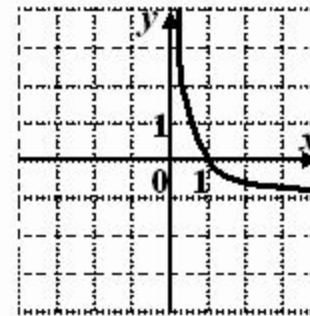


Найти график функции $y = \lg x$

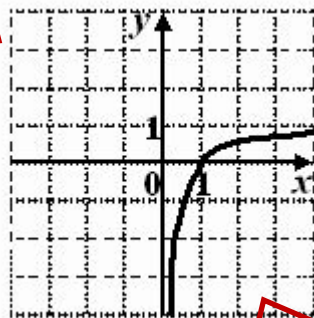
а)



б)



в)



г)

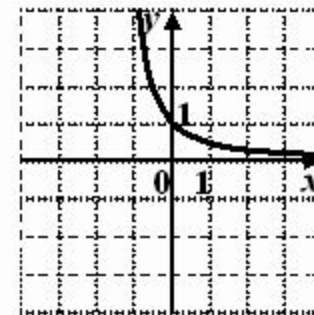
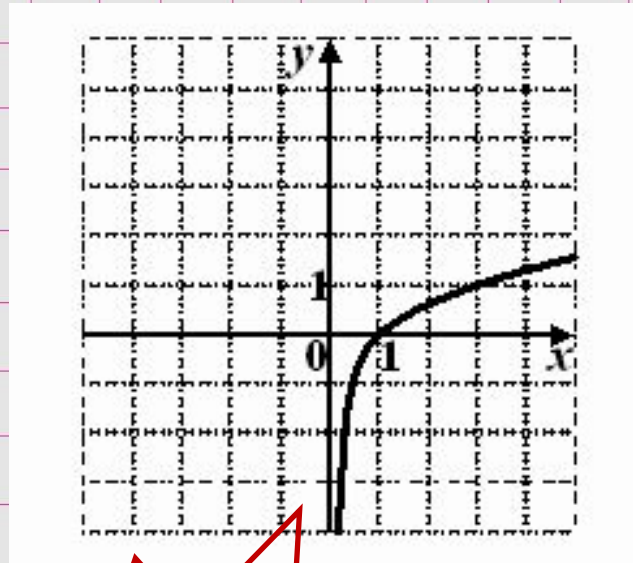


График какой функции изображен на рисунке?



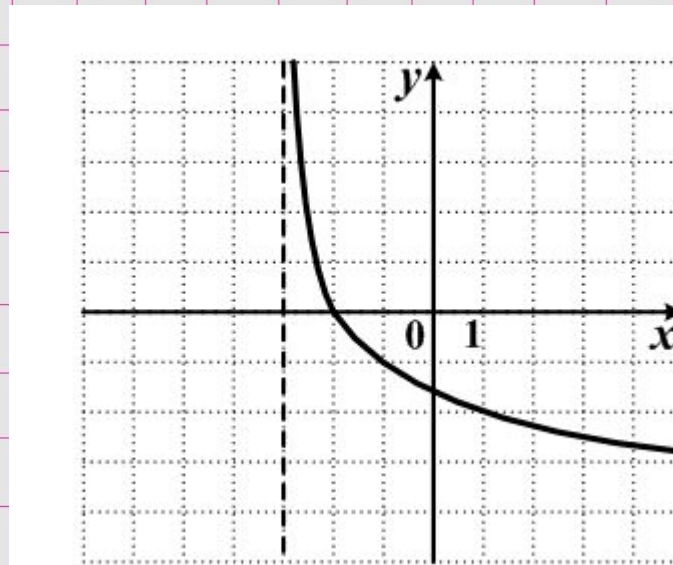
$$y = \log_{\frac{1}{3}} x$$

$$y = \log_3 x$$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$y = 3^x$$

График какой функции изображен на рисунке?



$$y = 2^{-x} + 3$$

$$y = \log_{\frac{1}{2}}(x + 3)$$

$$y = 2^x - 3$$

$$y = \log_2(x - 3)$$



Логарифмические неравенства

- Логарифмическим неравенством называют неравенства вида

$$\log_a f(x) > \log_a g(x),$$

где a - положительное число, отличное от 1.

- При $a > 1$ $\log_a f(x) > \log_a g(x)$
 $\Leftrightarrow f(x) > 0, g(x) > 0, f(x) > g(x)$

- При $0 < a < 1$ $\log_a f(x) > \log_a g(x)$
 $\Leftrightarrow f(x) > 0, g(x) > 0, f(x) < g(x)$



- $\log_3 (2x-4) > \log_3 (14-x)$

- Ответ: $6 < x < 14$

- $\log_9 (3x-4) > \frac{1}{2}$

- Ответ: $x > 2\frac{1}{3}$

- $\log_{\frac{1}{2}} (2x-4) > \log_{\frac{1}{2}} (14-x)$

- Ответ: $2 < x < 6$

Решить неравенство:

• $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1$

• Решение:

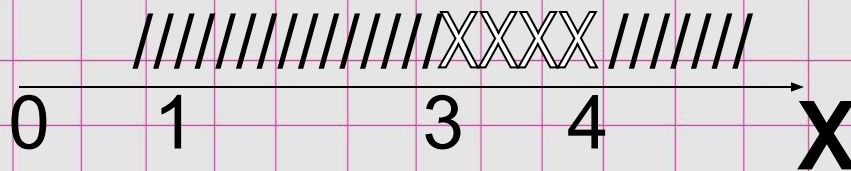
• О.Д.З. $x > 3$.

• Используя свойства логарифма, получаем:

$\log_2(x-3)(x-2) \leq \log_2 2.$

• Логарифмическая функция с основанием 2 является возрастающей (т.к. $2 > 1$), поэтому при $x > 3$ неравенство $\log_2(x-3)(x-2) \leq \log_2 2$ выполняется при $(x-3)(x-2) \leq 2$. Это неравенство можно записать в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} (x-3)(x-2) \leq 2 \\ x > 3 \end{cases}$$



Ответ: $3 < x \leq 4$.



*Логарифмы важны очень!
Ты про них не забывай!
Ты учить их можешь ночью!
Повторять - с утра вставай!*