

Решение неравенств

9 класс

Метод интервалов

- введение функции, отвечающей левой части неравенства, в нашем случае – *линейной функции* $y=a \cdot x+b$,
- нахождение ее нулей, которые разбивают область определения на промежутки,
- определение знаков, которые имеют значения функции на этих промежутках, на основе которых делается вывод о решении линейного неравенства.

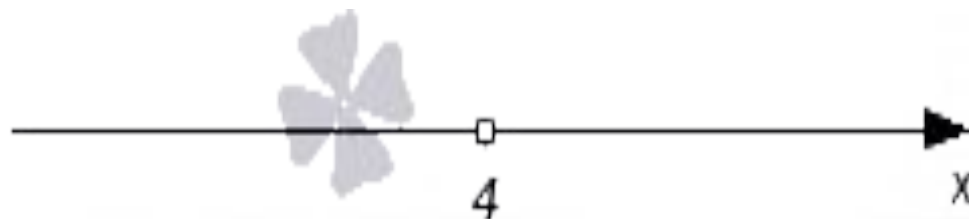
Алгоритм решения $a \cdot x + b < 0$ ($\leq$, $>$, $\geq$) при $a \neq 0$

1. Находятся нули функции $y = a \cdot x + b$, для чего решается линейное уравнение $a \cdot x + b = 0$. Как известно, при $a \neq 0$ оно имеет единственный корень, который обозначим x_0 .
2. Строится координатная прямая, и на ней изображается точка с координатой x_0 . Причем, если решается строгое неравенство (со знаком $<$ или $>$), то эту точку делают выколотой (с пустым центром), а если нестрогое (со знаком $\leq$ или $\geq$), то ставят обычную точку. Эта точка разбивает координатную прямую на два промежутка $(-\infty, x_0)$ и $(x_0, +\infty)$.

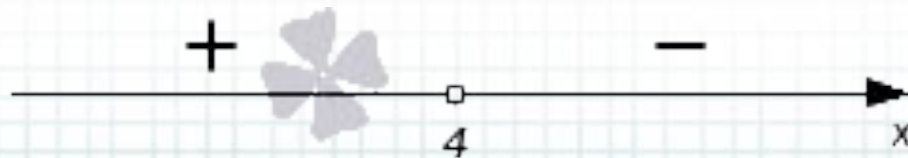
3. Определяются знаки функции $y=a \cdot x+b$ на этих промежутках. Для этого вычисляется значение этой функции в любой точке промежутка $(-\infty, x_0)$, и знак этого значения и будет искомым знаком на промежутке $(-\infty, x_0)$. Аналогично, знак на промежутке $(x_0, +\infty)$ совпадает со знаком значения функции $y=a \cdot x+b$ в любой точке этого промежутка. Но можно обойтись без этих вычислений, а выводы о знаках сделать по значению коэффициента a : если $a>0$, то на промежутках $(-\infty, x_0)$ и $(x_0, +\infty)$ будут знаки $-$ и $+$ соответственно, а если $a<0$, то $+$ и $-$.
4. Если решается неравенство со знаками $>$ или $\geq$, то ставится штриховка над промежутком со знаком плюс, а если решаются неравенства со знаками $<$ или $\leq$, то $-$ со знаком минус. В результате получается геометрическое изображение числового множества, которое и является искомым решением линейного неравенства

Решите неравенство $-3 \cdot x + 12 > 0$.

1. Согласно алгоритму, сначала находим корень уравнения $-3 \cdot x + 12 = 0$, $-3 \cdot x = -12$, $x = 4$. Далее изображаем координатную прямую и отмечаем на ней точку с координатой 4, причем эту точку делаем выколотой, так как решаем строгое неравенство:



3. Теперь определяем знаки на промежутках. Для определения знака на промежутке $(-\infty, 4)$ можно вычислить значение функции $y = -3 \cdot x + 12$, например, при $x = 3$. Имеем $-3 \cdot 3 + 12 = 3 > 0$, значит, на этом промежутке знак $+$. Для определения знака на другом промежутке $(4, +\infty)$ можно вычислить значение функции $y = -3 \cdot x + 12$, к примеру, в точке $x = 5$. Имеем $-3 \cdot 5 + 12 = -3 < 0$, значит, на этом промежутке знак $-$. Эти же выводы можно было сделать на основании значения коэффициента при x : так как он равен -3 , то есть, он отрицательный, то на промежутке $(-\infty, 4)$ будет знак $+$, а на промежутке $(4, +\infty)$ знак $-$. Проставляем определенные знаки над соответствующими промежутками:



- Так как мы решаем неравенство со знаком $>$, то изображаем штриховку над промежутком со знаком $+$, чертеж принимает вид



По полученному изображению делаем вывод, что искомым решением является $(-\infty, 4)$ или в другой записи $x < 4$.

Ответ $(-\infty, 4)$ или $x < 4$.

Тест

1. Какие из чисел $-0,5$; -1 ; 1 и $0,5$ являются решением неравенства $-3x - 4 > x - 1$?

а) $0,5$; 1 ; б) -1 ; $-0,5$; в) -1 ; г) $-0,5$; 1 ; $0,5$.

3. Известно, что $a > b$, какое из следующих неравенств неверно?

а) $a + 5 > b + 5$; в) $a - 5 < b - 5$;

б) $-5a < -5b$;

г)

$$\frac{a}{2} > \frac{b}{2}$$

3. Решите неравенство.

$$x - \frac{2x+1}{4} \geq \frac{4x-3}{3}$$

а) $(-\infty; 1,5]$;

в) $[-1,5; +\infty)$;

б) $[-0,9; +\infty)$;

г) $(-\infty; 0,9]$.

4. При каких значениях m имеет смысл выражение ?

$$\sqrt{\frac{5}{0,8-3m}}$$

а) $\left(3\frac{3}{4}; +\infty\right)$ в)

$\left(-\infty; \frac{4}{15}\right)$

б) $\left(\frac{4}{15}; +\infty\right)$ г)

$\left[\frac{4}{15}; +\infty\right)$

Проверка

1. **В**

2. **а,б,г**

3. **Г**

4. **В**

Повторим. Пример №1:

Найти значение

алгебраической дроби:

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a + b)(a - b)}$$

если: а) $a=2, b=1$; б) $a=5, b=0$; в) $a=4, b=4$.

Решение:

в) $a=4, b=4$:

$$a - b = 0;$$

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{(a + b)(a - b)} = 0$$

На 0 делить нельзя!

Переменные, входящие в состав алгебраической дроби, принимают лишь допустимые значения, т.е. такие значения, при которых знаменатель дроби не обращается в нуль

Алгоритм нахождения допустимых значений дроби:

- 1. Находят значение переменной, при которых знаменатель дроби обращается в нуль.**
- 2. Затем исключают эти значения из множества всех чисел.**

Установите, при каких значениях переменной не имеет смысла дробь:

$$\frac{a-5}{a+5};$$

Решение

$$\frac{a-5}{a+5}$$

при $a = -5$ знаменатель
обращается в 0,
значит **недопустимое**
значение $a = -5$.

Ответ: при $a = -5$

Установите, при каких значениях переменной имеет смысл дробь:

а) $\frac{x-4}{x+2}$,

при $x \neq -2$;

б) $\frac{x^2+1}{x^2}$,

при $x \neq 0$;

в) $\frac{2x+6}{x-2}$,

при $x \neq 2$;

г) $\frac{x+1}{x^2+1}$,

x – любое число;

Установите, при каких значениях переменной имеет смысл дробь:

$$\frac{t^2 + 4t - 1}{(3t - 2)(3t + 2)};$$

Решение

$$(3t - 2)(3t + 2) = 0,$$

$$(3t - 2) = 0 \quad \text{или} \quad (3t + 2) = 0,$$

$$3t = 2$$

$$3t = -2,$$

$$t = \frac{2}{3}$$

$$\text{или} \quad t = -\frac{2}{3}$$

Ответ: $t \neq \frac{2}{3}, t \neq -\frac{2}{3},$

Решение систем неравенств