



**Применение  
производной  
для исследования  
функций на  
МОНОТОННОСТЬ**

Учитель математики  
МАОУ СОШ №4 г. Покачи  
Василенко Е.Н.

Пример 1. Докажите, что функция  $y = x^5 + 2x^3 - 4$  возрастает на всей числовой прямой.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 5x^4 + 6x^2.$$

$5x^4 + 6x^2 \geq 0$  при любом значении  $x$ , причем  $y'(x) = 0$  лишь в точке  $x = 0$ . Значит по теореме 1, функция возрастает на всей числовой прямой.

Пример 2. а) Докажите, что функция  $y = 5 \cos x + \sin 4x - 10x$  убывает на всей числовой прямой.

б) решите уравнение  $5 \cos x + \sin 4x - 10x = x^3 + 5$ .

Решение.

а) Найдем производную заданной функции:

$$y' = -5 \sin x + 4 \cos 4x - 10.$$

$-5 \sin x \leq 5$  и  $4 \cos 4x \leq 4$ . Сложив их, получим:  $-5 \sin x + 4 \cos 4x \leq 9$ .

Значит  $-5 \sin x + 4 \cos 4x - 10 < -1$ . Тем более  $-5 \sin x + 4 \cos 4x - 10 < 0$  для всех значений  $x$ . Значит по теореме 2 функция убывает на всей числовой прямой.

б) Рассмотрим уравнение

$$5 \cos x + \sin 4x - 10x = x^3 + 5.$$

Функция  $y = 5 \cos x + \sin 4x - 10x$  убывает на всей числовой прямой.

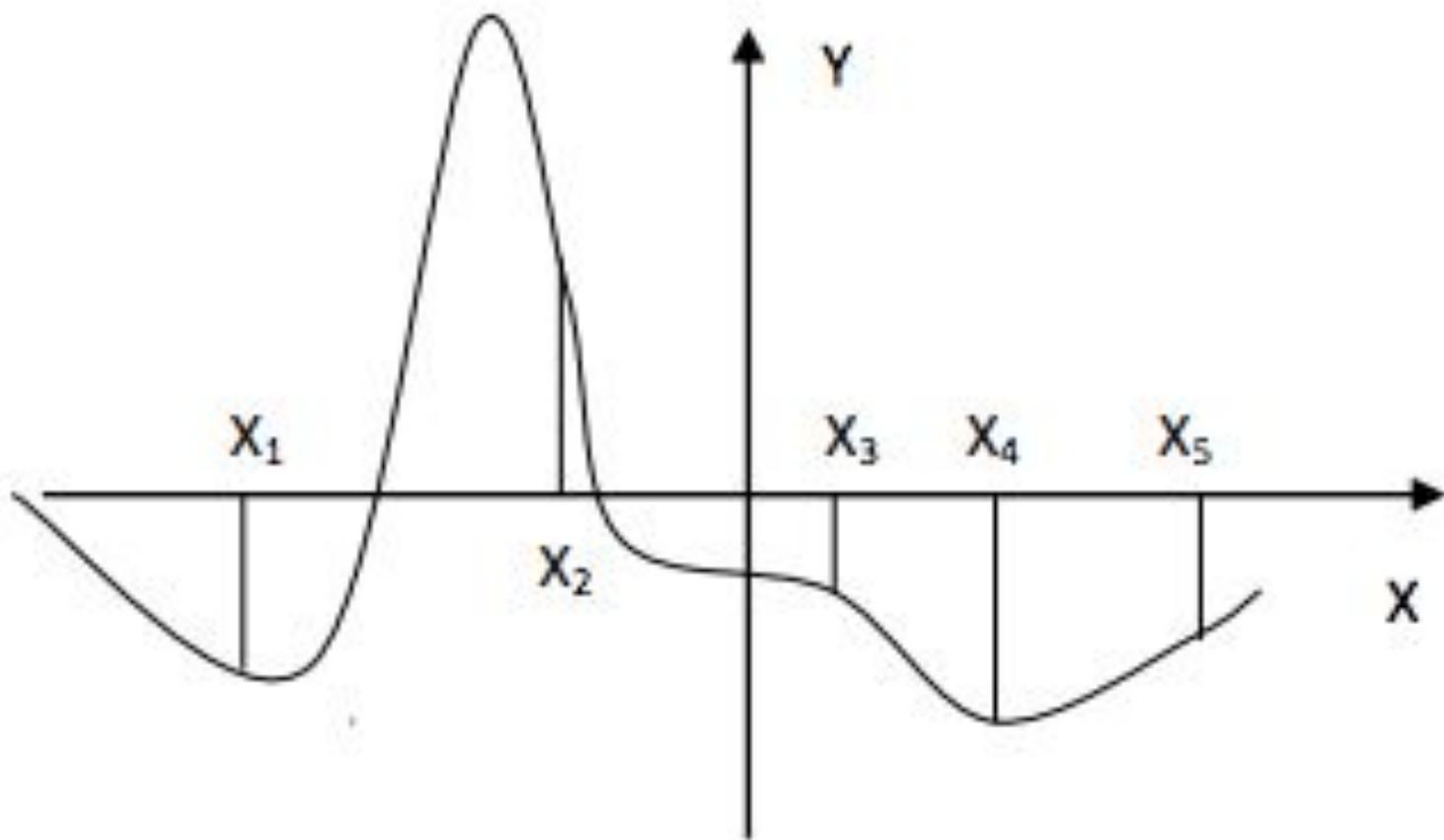
Функция  $y = x^3 + 5$  - возрастает.

Если одна из функций  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$  возрастает, а другая убывает и если уравнение  $f(x)=g(x)$ , имеет корень, то только один.

Методом подбора найдем корень данного уравнения. При  $x = 0$  уравнение обращается в верное числовое равенство

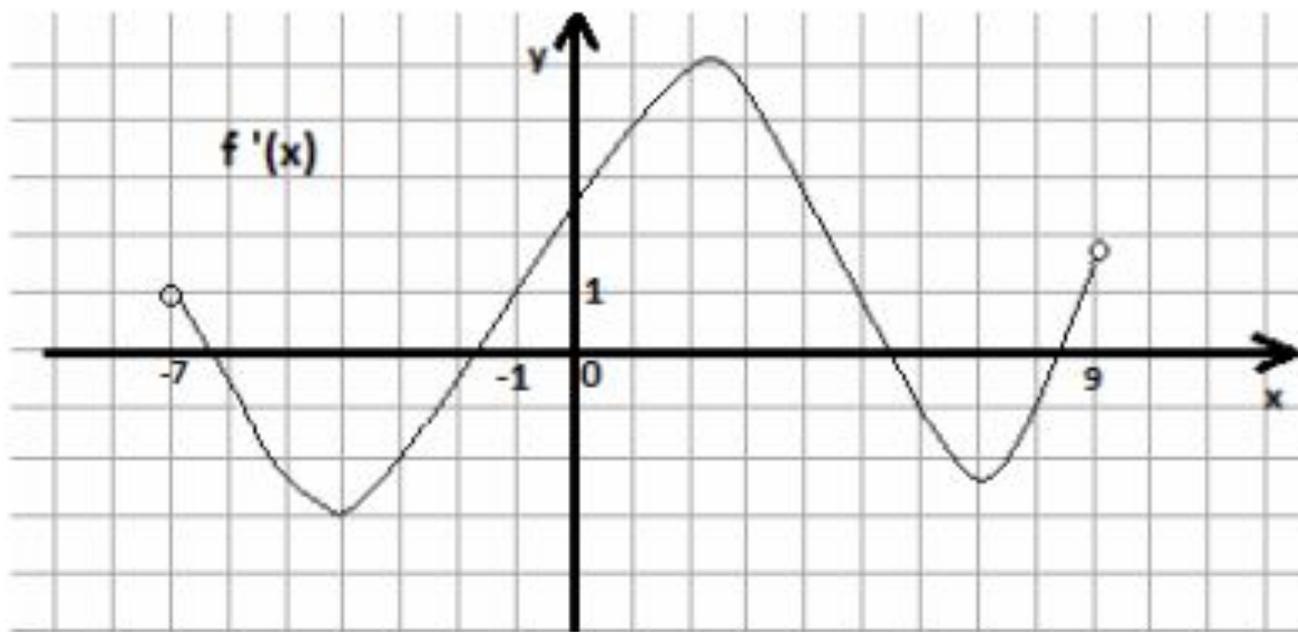
$5 = 5$ . Итак,  $x = 0$  - единственный корень заданного уравнения.

На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ . Найдите среди точек  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  те точки, в которых функция  $f(x)$  возрастает. В ответе укажите количество найденных точек.



Ответ:1

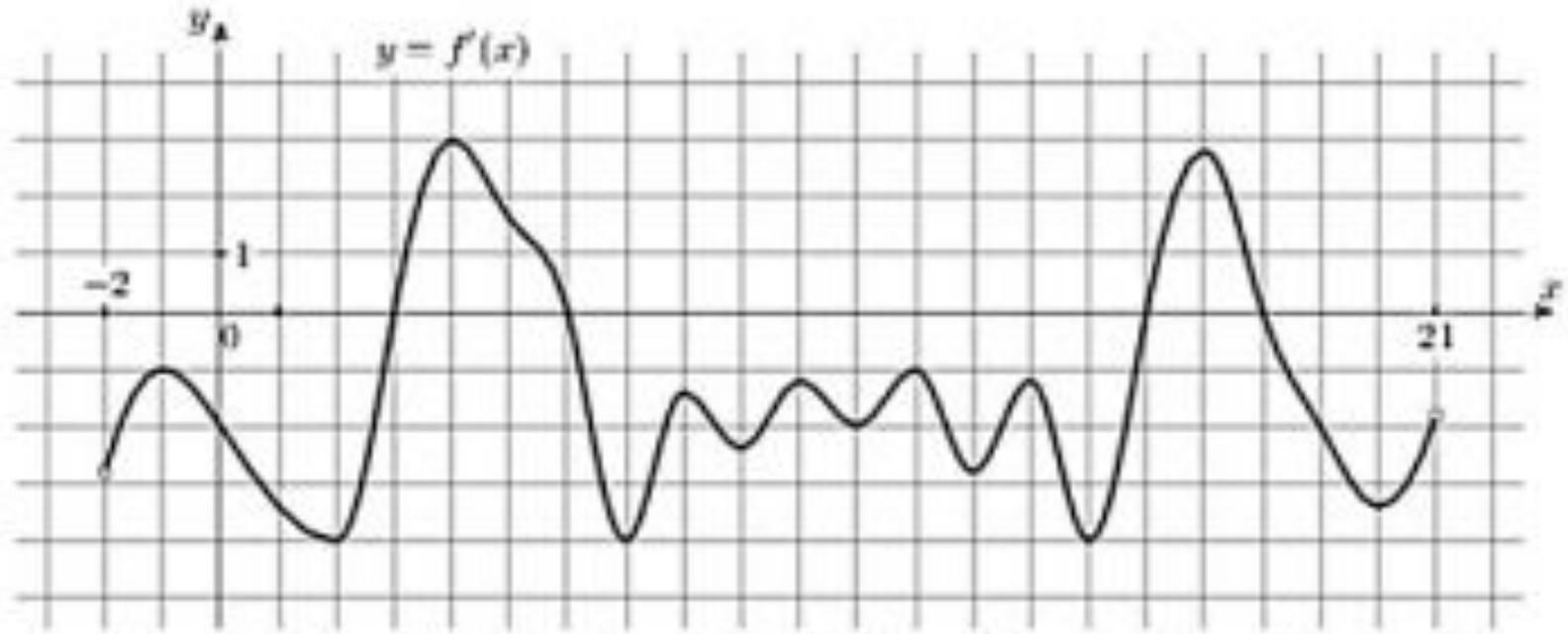
На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 9)$ .  
Найдите сумму целых точек, при которых функция  $f(x)$  убывает на данном промежутке.



Ответ:

1

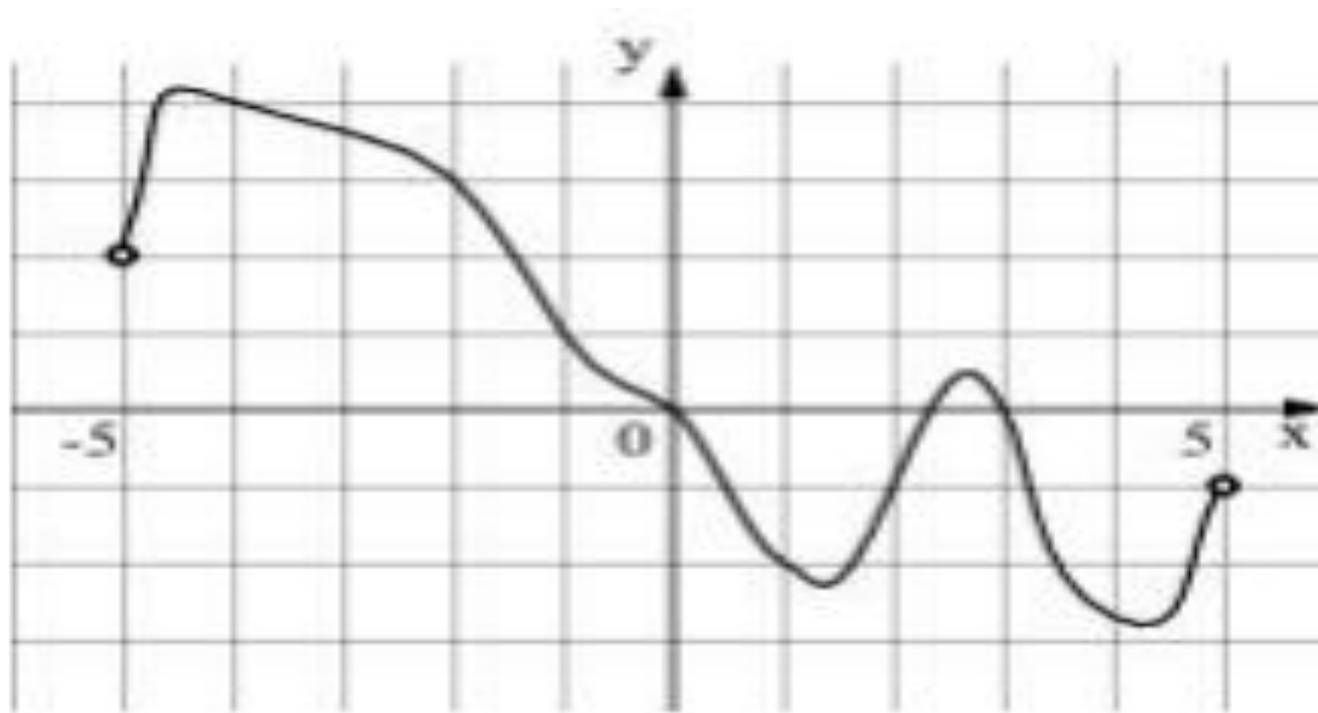
На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 21)$ . Найдите длину большего промежутка, при которых функция  $f(x)$  возрастает на отрезке  $[5; 20]$



Ответ:

2

На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна.



Ответ:

7

**Спасибо за работу  
на уроке.**