

МКОУ СОШ №2 им.Н.Д.Рязанцева г.Семилуки

Тригонометрические формулы

Работу выполнила
ученица 9 «А» класса

Власова Ксения

Руководитель: учитель математики
Байдикова И. И.

Содержание

- Из истории тригонометрии.
- Примеры применения тригонометрии.
- Доказательство формул синуса и косинуса двойного угла .
- Доказательство формул понижения степени.
- Доказательство формулы синуса и косинуса суммы двух углов.
- Доказательство формулы синуса и косинуса разности двух углов.
- Примеры.
- Используемая литература .

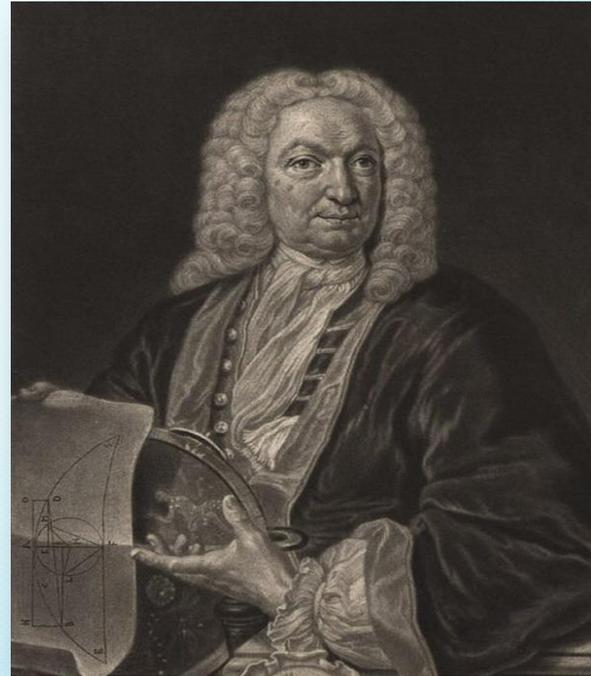
История тригонометрии

- Долгие годы тригонометрия служила астрономии и развивалась благодаря ей. В VIII в. тригонометрия выделилась из астрономии и стала самостоятельной математической дисциплиной. К этому времени были введены понятия косинуса и тангенса, а также составлены таблицы. Идея введения тригонометрических понятий с помощью круга единичного радиуса получила распространение в X-XI вв.





- Первый научный труд, в котором тригонометрия утвердилась как самостоятельная ветвь математики, был создан в 1462-1464 гг. немецким астрономом и математиком И. Мюллером (Региомонтан)



- Швейцарский математик И. Бернулли (1642-1727) в своих работах начал применять символику тригонометрических функций

Применения тригонометрии

Феликс Кандела
Ресторан в Лос-Манантиалесе



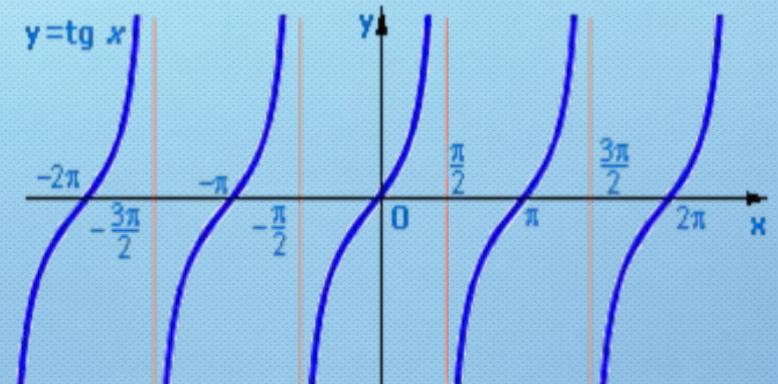
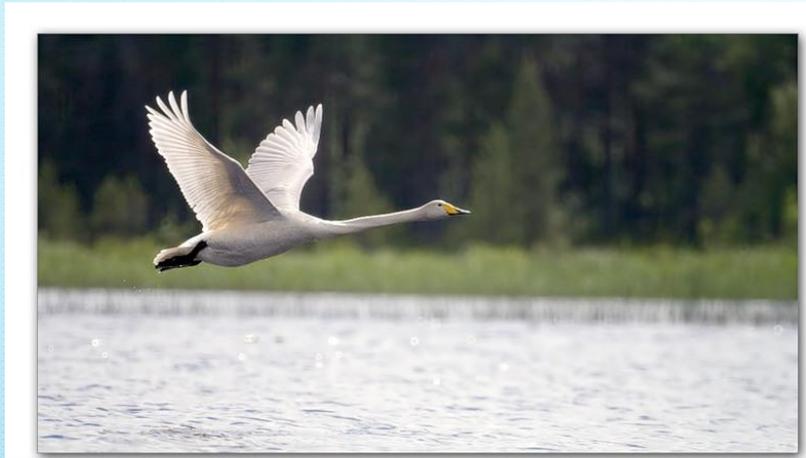
$$[a_d \cos(t) + d_d t, b_d \sin(t), c_d t + e_d t^2]$$

Страховая корпорация Swiss Re
в Лондоне



$$x = \lambda$$
$$y = f(\lambda) \cos \theta$$
$$z = f(\lambda) \sin \theta$$

Тригонометрия в биологии



Тригонометрия в физике

Теория радуги

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_1}{n_2}$$

n_1 - показатель преломления
первой среды

n_2 - показатель преломления
второй среды

α -угол падения

β -угол преломления света



Формулы синуса и косинуса двойного угла

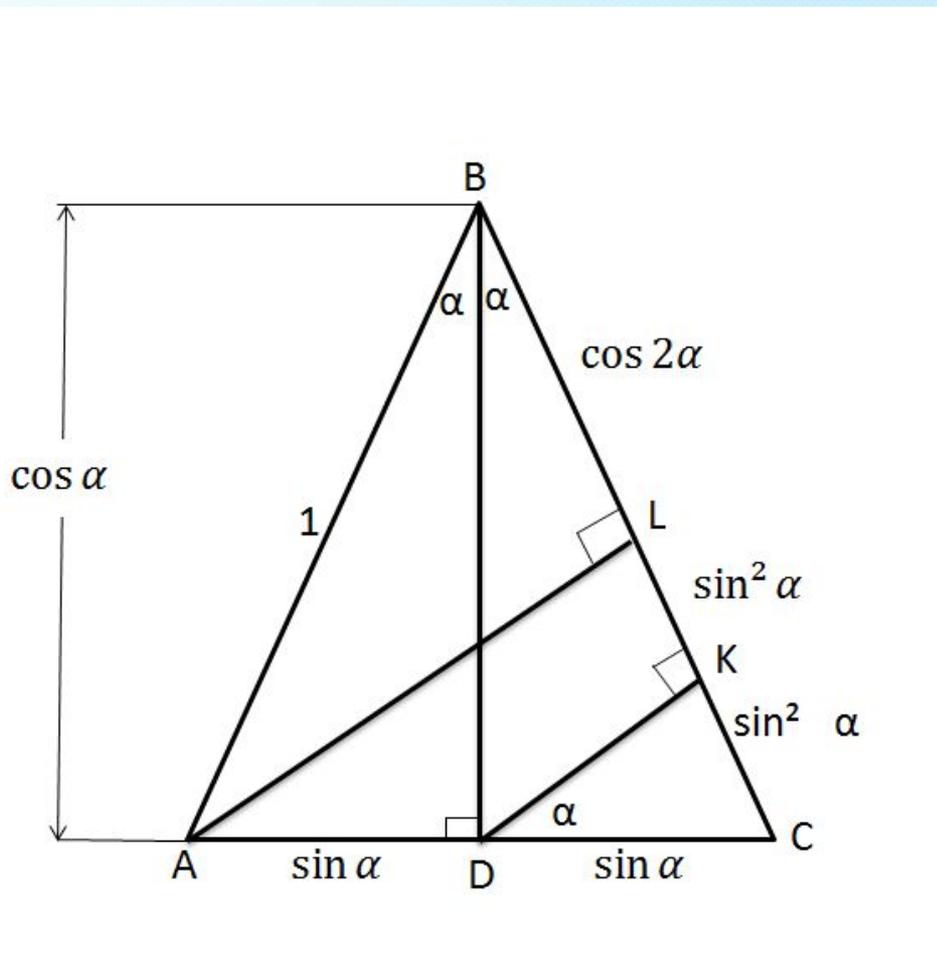
$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

ABL имеем равенства: $BL = AB \cos 2\alpha = \cos 2\alpha$; $AL = AB \sin 2\alpha = \sin 2\alpha$

CBD имеем равенства: $CD = CB \sin \alpha = \sin \alpha$, $BD = CB \cos \alpha = \cos \alpha$

CKD имеем равенства:
 $CK = CD \sin \alpha = \sin^2 \alpha$, $DK = CD \cos \alpha = \sin \alpha \cos \alpha$

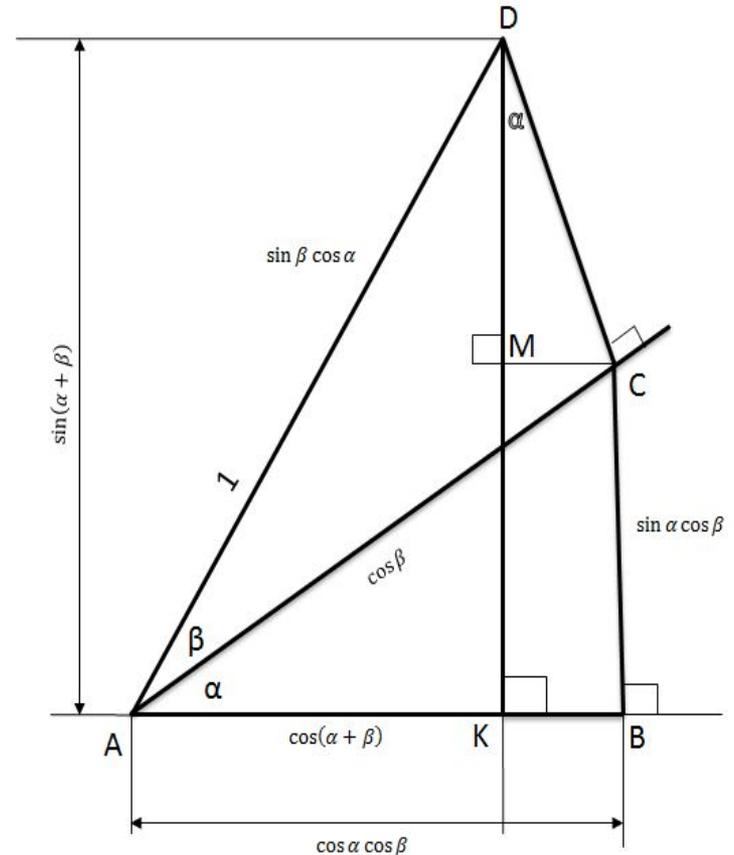
Так как $CD = AD$, $DK \parallel AL$, то DK - средняя линия треугольника ALC .
Следовательно,
 $KL = KC = \sin^2 \alpha$, $AL = 2DK = 2 \sin \alpha \cos \alpha$



$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

Формула синуса и косинуса суммы двух углов

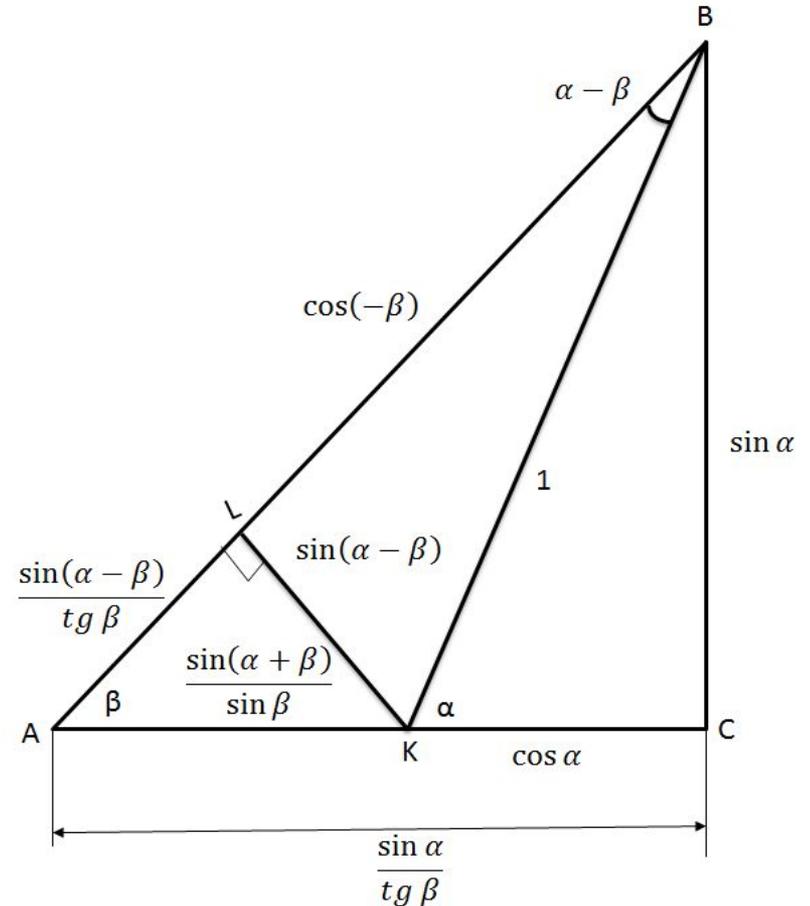
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$



Формула синуса и косинуса разности двух углов

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$



ПРИМЕРЫ

- **Задание** Упростить выражение $A=(\sin \alpha+\cos \alpha)^2-\sin 2\alpha$
- **Решение** Вначале упростим выражение $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2$ которое представляет собой квадрат суммы . Раскроем это выражение по формуле:

$$(\sin \alpha+\cos \alpha)^2=\sin^2\alpha+2 \sin\alpha \cos\alpha+\cos^2\alpha=\sin^2\alpha+ \cos^2\alpha +2 \sin\alpha \cos \alpha$$

- Сумма $\sin^2\alpha+ \cos^2$ по основному тригонометрическому тождеству равна 1, а последнее слагаемое сворачиваем по формуле «синус двойного угла». Тогда будем иметь:

$$(\sin \alpha+\cos \alpha)^2=1+\sin 2\alpha$$

- Итак,
- $(\sin \alpha+\cos \alpha)^2-\sin 2\alpha=1+\sin 2\alpha -\sin 2\alpha=1$
- **Ответ** $A=1$

Примеры

Задание Найти значение выражения $\sin^2 15^\circ$

Решение Согласно формуле

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

имеем, что

$$\sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos(2 \cdot 15^\circ)}{2} = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$$

Ответ $\sin^2 15^\circ = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

Задание Найти значение выражения $\sin 37^\circ \cos 23^\circ + \cos 37^\circ \sin 23^\circ$

Решение Применим формулу «синус суммы» справа налево, то есть в виде

$$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$$

Тогда будем иметь, что

$$\sin 37^\circ \cos 23^\circ + \cos 37^\circ \sin 23^\circ = \sin(37^\circ + 23^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ $\sin 37^\circ \cos 23^\circ + \cos 37^\circ \sin 23^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Используемая литература

- Научно – практический журнал « Математика для школьников» №6 2013 год
- <http://ru.solverbook.com/spravochnik/formuly-po-matematike/trigonometricheskie-formuly/>