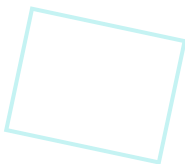




# Свойства числовых неравенств

(8 класс)





***А. Нивен***





# Определение

Действительное число **a** больше (меньше) действительного числа **B**, если их разность **(a-b)**- положительное (отрицательное) число.

Пишут:  **$a > b$  (  $a < b$  )**

Такие неравенства называются  
**строгими.**



# Строгие неравенства

- $a > 0$  означает, что  $a$  – положительное число
- $a < 0$  означает, что  $a$  – отрицательное число
- $a > b$  означает, что  $(a-b)$ -положительное число, т.е.  $(a-b) > 0$
- $a < b$  означает, что  $(a-b)$ -отрицательное число, т.е.  $(a-b) < 0$



# Нестрогие неравенства

- $a \geq 0$  означает, что **a** больше нуля или равно нулю, т.е. **a** – неотрицательное число, или что **a** не меньше нуля
- $a \leq 0$  означает, что **a** меньше нуля или равно нулю, т.е. **a** – неположительное число, или что **a** не больше нуля





# Классификация неравенств

- $a \geq b$  означает, что  $a$  больше  $b$  или равно  $b$ , т.е.  $a-b$  – неотрицательное число, или что  $a$  не меньше  $b$ ;  $a-b \geq 0$
- $a \leq b$  означает, что  $a$  меньше  $b$  или равно  $b$ , т.е.  $a-b$  – неположительное число, или что  $a$  не больше  $b$ ;  $a-b \leq 0$



# Свойства числовых неравенств

## Свойства:

1) если  $a > b$ ,  $b > c$ , то  $a > c$

2) если  $a > b$ , то  $a + c$   
 $> b + c$

3) если  $a > b$  и  $m > 0$ , то  
 $am > bm$

4) если  $a > b$  и  $m < 0$ , то  
 $am < bm$

5) если  $a > b$ , то  $-a < -b$

## Например:

1) если  $5 > 3$ ,  $3 > -4$ , то  $5 > -4$

2) если  $5 > 3$ , то  $5 + 2 > 3 + 2$

3) если  $5 > 3$  и  $10 > 0$ , то  
 $5 \cdot 10 > 3 \cdot 10$ , т.е.  $50 > 30$

4) если  $5 > 3$  и  $-2 < 0$ , то  
 $5 \cdot (-2) < 3 \cdot (-1)$ , т.е.  $-10 < -3$

5) если  $5 > 3$ , то  $-5 < -3$

# Свойства числовых неравенств

6) если  $a > b$ ,  $c > d$ , то

$$a + c > b + d$$

7) если  $a > b > 0$  и  $c > d > 0$ ,

$$\text{то } ac > bd$$

8) если  $a > b \geq 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,

$$\text{то } a^n > b^n$$

9) если  $a > b > 0$ , то

$$1/a < 1/b$$

6) если  $5 > 3$ ,  $4 > 2$ , то

$$5 + 4 > 3 + 2, \text{ т.е. } 9 > 5$$

7) если  $5 > 3 > 0$  и  $4 > 2 > 0$ ,

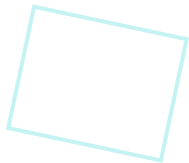
$$\text{то } 5 \cdot 4 > 3 \cdot 2, \text{ т.е. } 20 > 6$$

8) если  $5 > 3 \geq 0$ ,  $2 \in \mathbb{N}$ ,

$$\text{то } 5^2 > 3^2, \text{ т.е. } 25 > 9$$

9) если  $5 > 3 > 0$ , то

$$1/5 < 1/3$$



Известно, что  $2,1 < a < 2,2$  и  $3,7 < b < 3,8$ .

Найти оценку чисел:

а)  $2a$  б)  $-3b$  в)  $a+b$  г)  $a-b$  д)  $a^2$  е)  $b^3$  ж)  $1/a$

Решение: а)  $2a$  ?

$$2,1 < a < 2,2$$

$$2 \cdot 2,1 < 2a < 2,2 \cdot 2$$

$$4,2 < 2a < 4,4$$

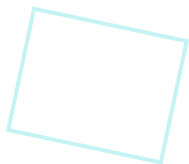
Решение: б)  $-3b$  ?

$$3,7 < b < 3,8$$

$$-3 \cdot 3,7 > -3 \cdot b > -3 \cdot 3,8$$

$$-11,1 > -3b > -11,4$$

$$-11,4 < -3b < -11,1$$



Известно, что  $2,1 < \textcolor{violet}{a} < 2,2$  и  $3,7 < \textcolor{violet}{b} < 3,8$ .

Найти оценку чисел:

а)  $2a$  б)  $-3b$  в)  $a+b$  г)  $a-b$  д)  $a^2$  е)  $b^3$  ж)  $1/a$

Решение: в)  $a+b$  ?

Сложим почленно  
неравенства одинакового  
смысла

$$\begin{array}{r} 2,1 < \textcolor{violet}{a} < 2,2 \\ 3,7 < \textcolor{violet}{b} < 3,8 \\ \hline 5,8 < a+b < 6,0 \end{array}$$

Решение: г)  $a-b$  ?

$3,7 < \textcolor{violet}{b} < 3,8$ .  
 $-1 \cdot 3,7 > -1 \cdot \textcolor{violet}{b} > -1 \cdot 3,8$   
 $-3,7 > -\textcolor{violet}{b} > -3,8$   
 $-3,8 < -\textcolor{violet}{b} < -3,7$

Сложим почленно неравенства  
одинакового смысла

$$\begin{array}{r} 2,1 < \textcolor{violet}{a} < 2,2 \\ -3,8 < -\textcolor{violet}{b} < -3,7 \\ \hline -1,7 < a-b < -1,5 \end{array}$$

Известно, что  $2,1 < \mathbf{a} < 2,2$  и  $3,7 < \mathbf{b} < 3,8$ .

Найти оценку чисел:

а)  $2a$  б)  $-3b$  в)  $a+b$  г)  $a-b$  д)  $a^2$  е)  $b^3$  ж)  $1/a$

Решение: д)  $a^2$

Обе части двойного неравенства  $2,1 < \mathbf{a} < 2,2$  положительны, значит

$$(2,1)^2 < (\mathbf{a})^2 < (2,2)^2$$

$$4,41 < \mathbf{a}^2 < 4,84$$

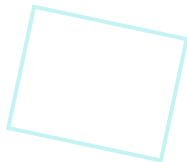
Решение: е)  $b^3$

Возведем все части неравенства

$$3,7 < \mathbf{b} < 3,8 \text{ в куб}$$

$$(3,7)^3 < (\mathbf{b})^3 < (3,8)^3$$

$$50,653 < (\mathbf{b})^3 < 54,872$$



Известно, что  $2,1 < a < 2,2$  и  $3,7 < b < 3,8$ .

Найти оценку чисел:

а)  $2a$  б)  $-3b$  в)  $a+b$  г)  $a-b$  д)  $a^2$  е)  $b^3$  ж)  $1/a$

Решение: ж)  $1/a$

По свойствам неравенств  
если  $a > 0$ ;  $b > 0$  и  $a < b$ , то  $1/a > 1/b$

Значит, если  $2,1 < a < 2,2$ , то

$$1 : 2,1 > 1 : a > 1 : 2,2$$

$$10/21 > 1 : a > 5/11$$

Т.к.  $110/231 > 1 : a > 105/231$

$$105/231 < 1/a < 110/231$$

$$5/11 < 1/a < 10/21$$

