

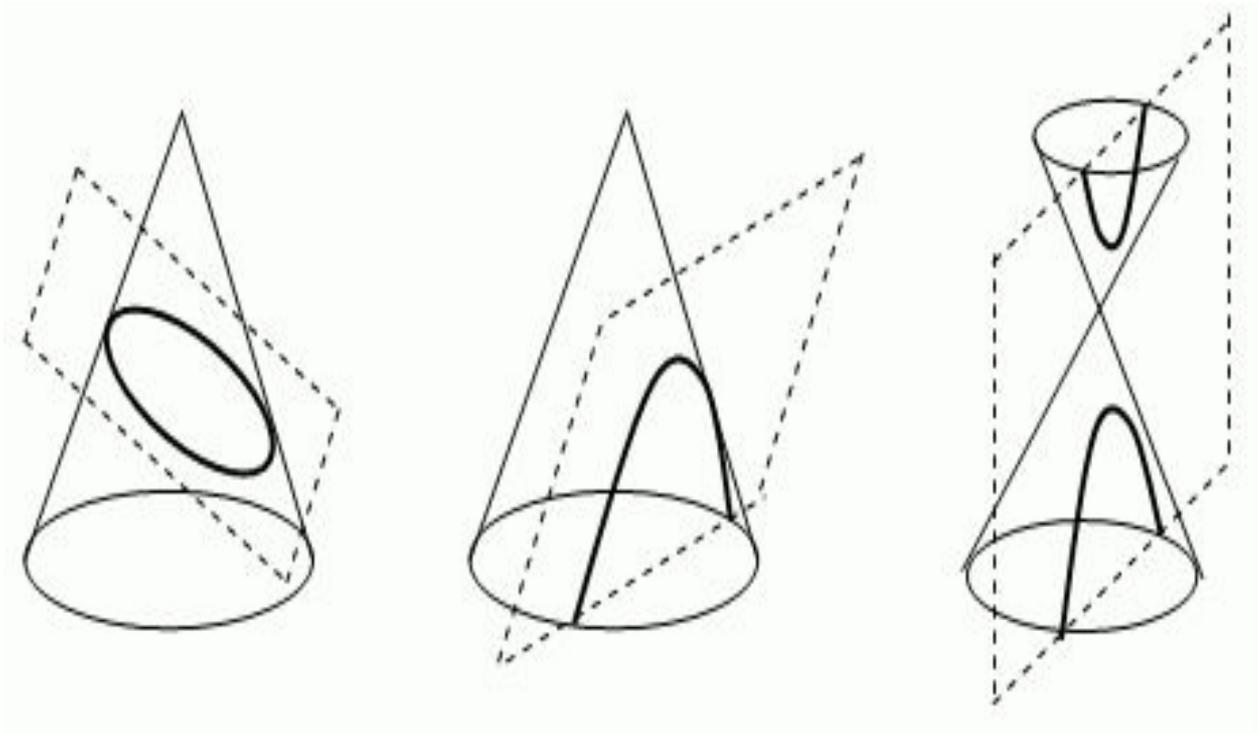
Парабола.  
Каноническое  
уравнение и св-ва  
параболы

**Парабола** — геометрическое место точек, равноудалённых от данной прямой (**называемой директрисой параболы**) и данной точки (**называемой фокусом параболы**).

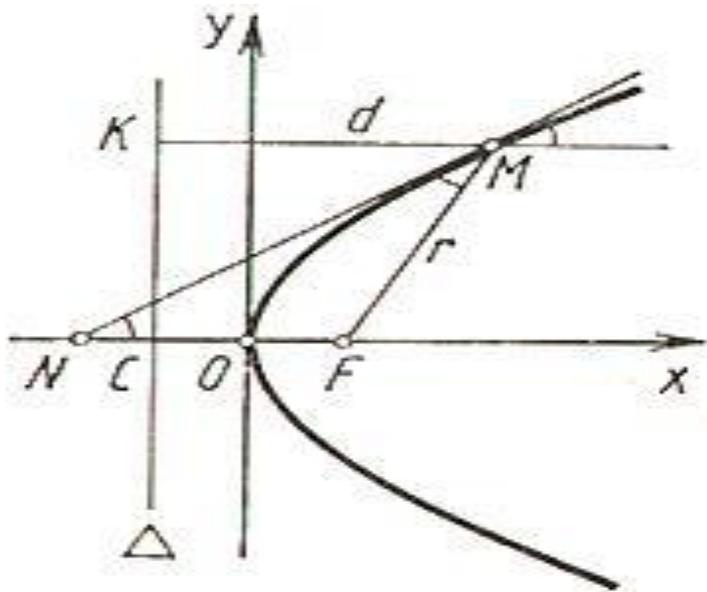
Наряду с эллипсом и гиперболой, парабола является **коническим сечением**.

# Конические сечения

- ▶ Конические сечения есть пересечение плоскости с круговым конусом.



Пусть на плоскости заданы точка  $F$  и прямая  $\Delta$ , не проходящая через  $F$ . Парабола - множество всех тех точек  $M$  плоскости, каждая из которых равноудалена от точки  $F$  и прямой  $\Delta$ . Точка  $F$  называется фокусом, прямая  $\Delta$  - директрисой параболы;  $(OF)$  - ось,  $O$  - вершина,  $r = |FM|$  - фокальный радиус.



Р и с. 4.16

Эксцентриситет:  $\varepsilon = \frac{|FM|}{|MK|} = 1.$

Фокальный радиус:  $r = x + p/2.$

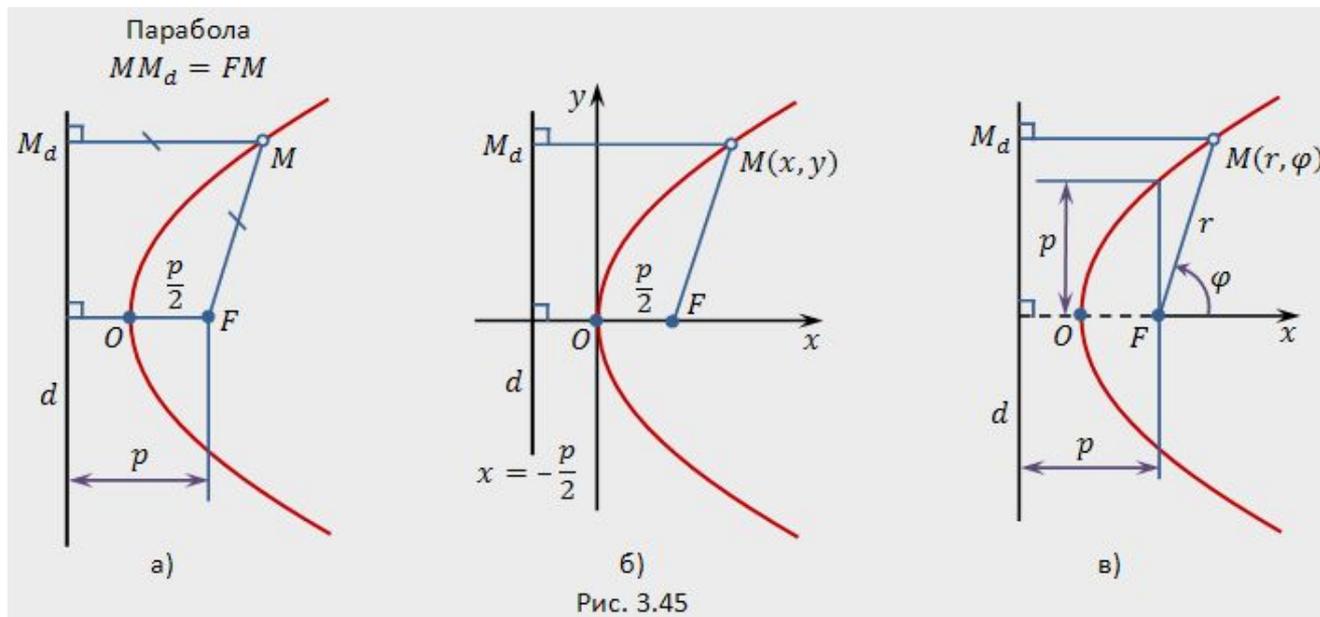
Уравнение директрисы:  $x = -p/2.$

Уравнение касательной  
в точке  $M(x_0, y_0)$ :

$$yy_0 = p(x + x_0).$$

# Директориальное свойство параболы

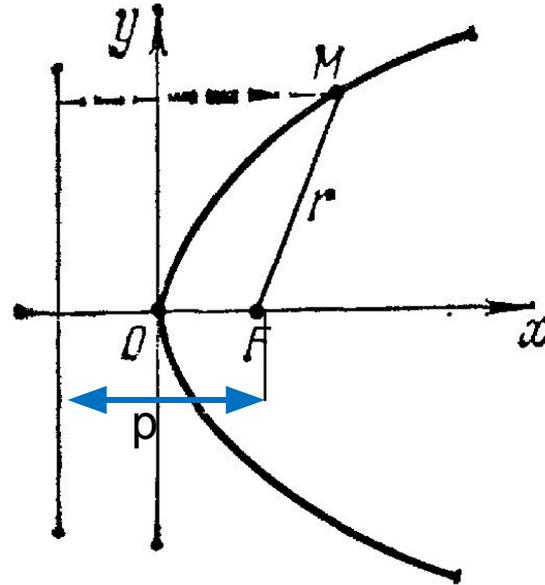
Для произвольной точки  $M$  параболы отношение расстояния до фокуса  $F$  к расстоянию до директрисы  $d$  равно единице.  $e=1$



# Каноническое ур-е параболы

Пусть расстояние между фокусом и директрисой параболы равно  $p$ . Тогда в выбранной системе координат парабола имеет уравнение

$$y^2 = 2px$$



# Вывод уравнения параболы

- ▶ В выбранной системе координат фокусом параболы служит точка  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ , а директриса имеет уравнение  $x = -\frac{p}{2}$ . Пусть  $M(x; y)$  текущая точка параболы. Тогда по формуле для плоского случая находим

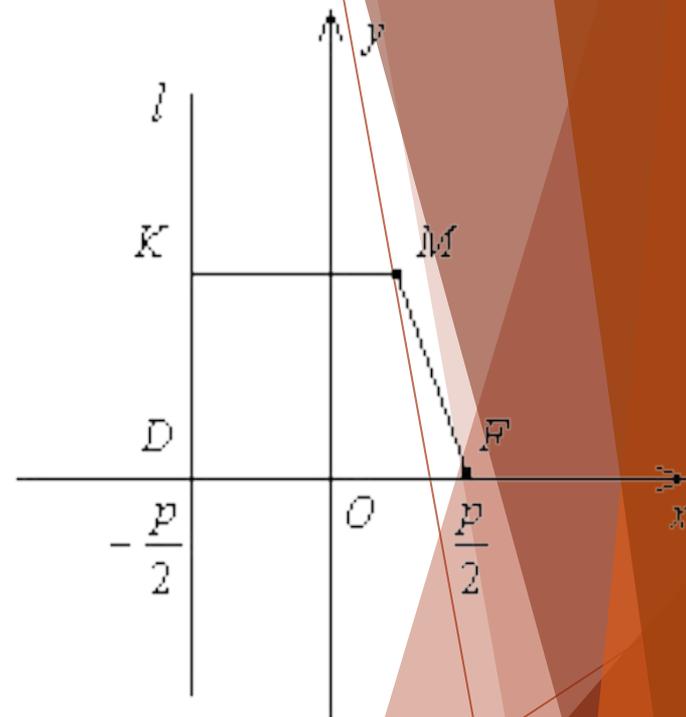
$$|FM| = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + (y - 0)^2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$

- ▶ Расстоянием от точки  $M$  до директрисы  $l$  служит длина перпендикуляра  $MK$ , опущенного на директрису из точки  $M$ . Из рисунка очевидно, что  $MK = x + \frac{p}{2}$

- ▶ Тогда по определению параболы  $MK = FM$ , то есть:

$$x + \frac{p}{2} = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2}.$$
$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2,$$

- ▶ Приводя подобные члены, получаем каноническое уравнение параболы

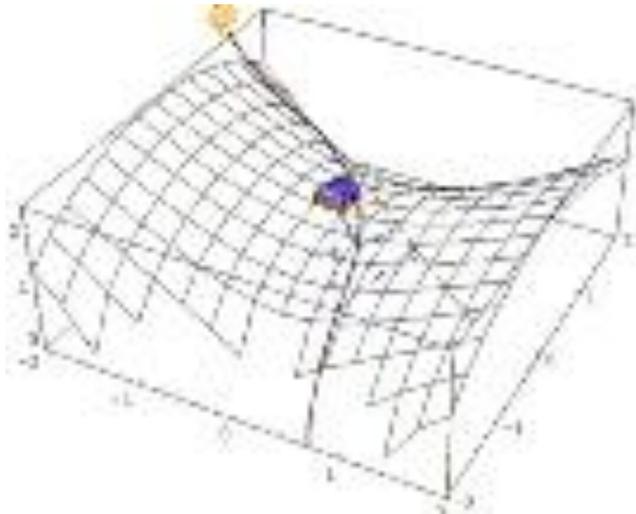


# Дополнительный материал

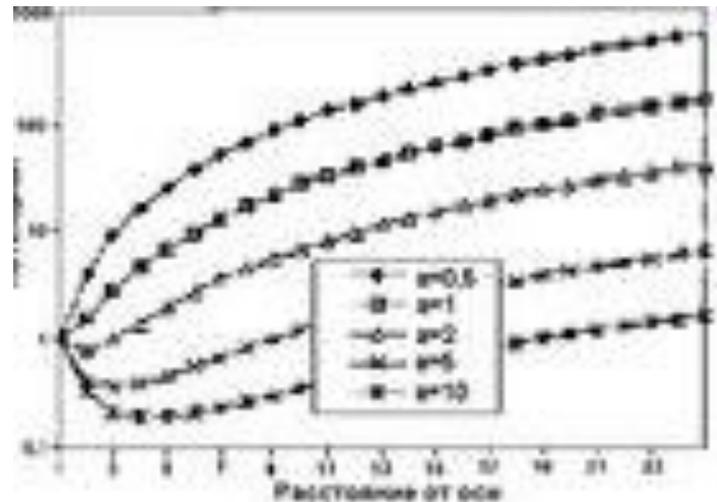
## Историческая справка

Открывателем конических сечений предположительно считается Менехм (4 в. до н.э.), ученик Платона и учитель Александра Македонского. Менехм использовал параболу и равнобочную гиперболу для решения задачи об удвоении куба.

- ▶ Парабола у Лобачевского



- ▶ График движения иона по параболе



# Парабола в жизни



