Теорема Виета

Теорема Виета

Франсуа Виет (1540-1603) родился во Франции. Разработал почти всю элементарную алгебру; ввел в алгебру буквенные обозначения и построил первое буквенное исчисление.

Формулировка

Если x_1 и x_2 — корни квадратного уравнения $x^2+px+q=0$,

то $x_1+x_2=-p$,

а $x_1 \cdot x_2=q$.

Доказательство

Мы знаем, что дискриминант равен

***p*2-4*q*.**

При *D*≥0 корни приведенного квадратного уравнения находим по формуле

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

Доказательство

Теперь выполним алгебраические преобразования и теорема доказана

$$x_1+x_2=\frac{-p-\sqrt{D}}{2}+\frac{-p+\sqrt{D}}{2}=\frac{-p-\sqrt{D}-p+\sqrt{D}}{2}=\frac{-2p}{2}=-p$$

$$x_1\cdot x_2=\left(\frac{-p-\sqrt{D}}{2}\right)\cdot\left(\frac{-p+\sqrt{D}}{2}\right)=\frac{(-p)^2-(\sqrt{D})^2}{4}=\frac{p^2-D}{4}=\frac{p^2-(p^2-4q)}{4}=\frac{4q}{4}=q$$

Обратим внимание

Еще одно интересное соотношение — дискриминант уравнения равен квадрату разности его корней:

$$D = (x_1 - x_2)^2$$

Обратная теорема Виета

- **Если числа m и n таковы, что их сумма равна числу $-p$, а произведение равно числу q, то числа m и n являются корнями приведенного квадратного уравнения $x^2+px+q=0$**

Доказательство

По условию $m+n=-p$ или $p=-(m+n)$, а $m \cdot n=q$. Подставим p и q в уравнение и получим $x^2-(m+n)x+m \cdot n=0$, докажем что m корень уравнения. Подставим вместо x число m и получим

$$m^2-(m+n)m+m \cdot n=0;$$

$$m^2-m^2-m \cdot n+m \cdot n=0;$$

$0=0$ верное равенство следовательно число m является корнем уравнения $x^2+px+q=0$.

Аналогично доказывается что число n также

Практическое применение теоремы Виета

- Проверка корней квадратного уравнения.
- Решение квадратного уравнения с большими коэффициентами.
- Нахождение корней приведенного квадратного уравнения методом подбора
- Составление квадратных уравнений