ПЕРИОДИЧНОСТЬ

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИ Й

11 класс

Каклюгина Тамара Викторовна
учитель математики МБОУ СОШ№3
г. Сальска Ростовской области

Цели урока

- Знать: определение периодичности тригонометрических функций.
- Уметь: находить период тригонометрических функций.

Толкование в словаре

Периодичность —
это повторяемость (цикличность) явления через определенные промежутки времени.

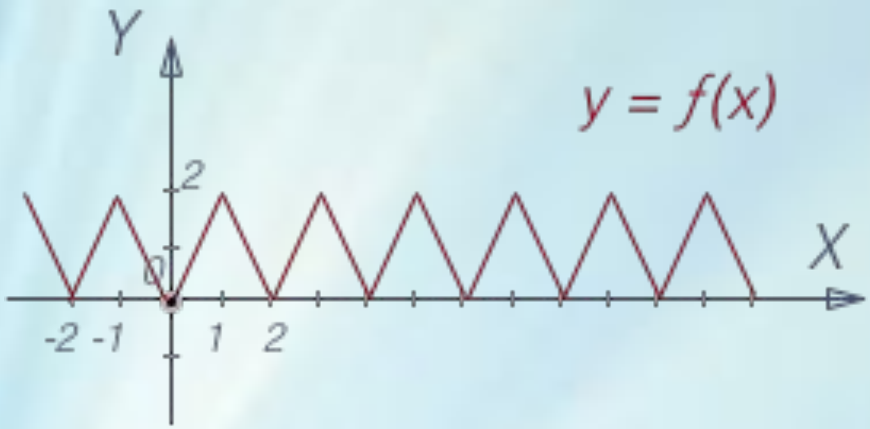
- Смену дня и ночи, времён года, фаз Луны мы видим в повседневной жизни.
- Свет, звук, тепло, радиоволны, переменный электрический ток представляют собой **колебательные**, **периодические процессы**.

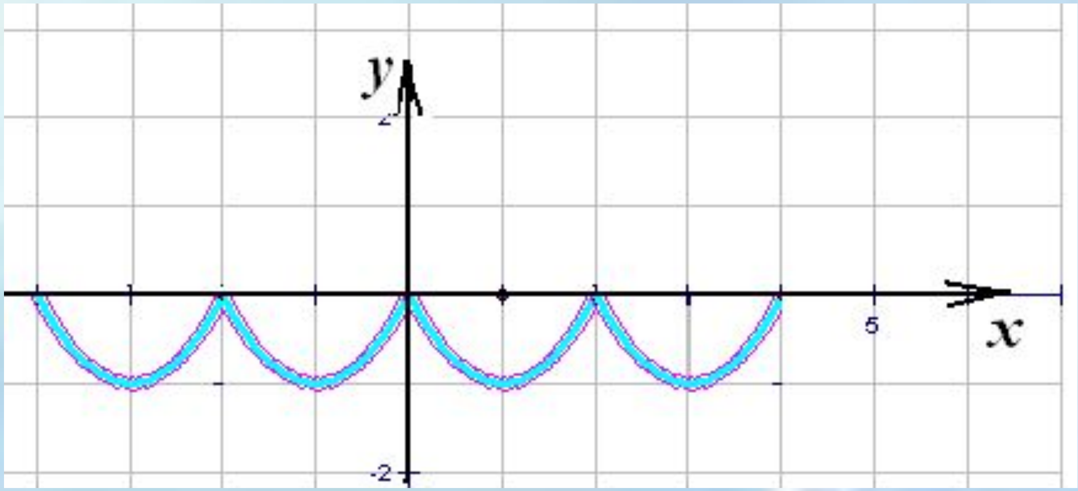
Точно повторяющиеся движения называются периодическими.

Определение периодической функции

Функция периодическая, если она повторяется. Есть понятие периода функции - длина интервала повторения..

Периодическая функция.
Основной период T = 2.





Определение

Функция y=f(x)
называется *периодической* , если
существует такое отличное от нуля число
T, что для любого x из области определения
этой функции значения x + T и x – T также
принадлежат области определения и
выполняется двойное равенство

$$f(x - T) = f(x) = f(x + T)$$

T - *период функции* y=f(x)

У периодической функции бесконечно много периодов, если Т период, то и 2Т и 3Т и 10Т тоже периоды, вообще любое число вида: kТ, где k- целое число.

Наименьший положительный период называется основным периодом.

- $\sin(x+2k\pi)=\sin x,\ k\in Z.$
- $\cos(x+2k\pi)=\cos x, k\in Z.$

y=sinx, y=cosx — периодические функции с наименьшим положительным периодом 2π

- $tg(x+k\pi)=tgx,\ k\in Z$
- $ctg(x+k\pi)=ctgx, k\in Z$

y = tgx, y=ctgx — периодические функции с наименьшим положительным периодом π

Пример №1

Найти основной период функции $y = \sin(7x)$

Решение:

Пусть T основной период нашей функции, тогда:

$\sin(7x)=\sin(7(x+T))=\sin(7x+7T)$.

мы знаем что $2\pi k$ период синуса, найдем решение нашей задачи:

$\sin(7x+7T)= \sin(7x+ 2\pi k)$

$7t = 2\pi k$

$t = 2\pi k/7$

Ответ: $T = 2\pi k/7$

Свойство 1.

Период функции вида y=A f(kx + b), где A, k и b — некоторые числа можно найти по формуле $T_1 = \frac{T}{|k|}$,где T — период функции y=f(x).

Пример №2.

Найти наименьший положительный период функций

а) $f(x) = \cos(3x+1)$; б) $f(x) = \mathrm{ctg}(6x+5)$;

в) $f(x) = \sin(\frac{3}{4}x+3)$;

Решение.

а) $f(x) = \cos(3x+1)$; $k = 3$, следовательно $T = \frac{2\pi}{3}$

б) $f(x) = \mathrm{ctg}(6x+5)$; $k = 5$, следовательно $T = \frac{\pi}{5}$

в) $f(x) = \sin(\frac{3}{4}x+3)$; $k = \frac{3}{4}$, следовательно $T = \frac{2\pi}{\frac{3}{4}} = \frac{8\pi}{3}$

Свойство 2.

❖Пусть функции f_1, f_2, f_3, ……f_k– периодические с периодами соответственно T1, T2, T3, …..Tk. Если каждый период можно представить в виде

T1= $\frac{n_1}{m_1}\pi$, T2= $\frac{n_2}{m_2}\pi$;…….., Tk= $\frac{n_k}{m_k}\pi$,

то общий период всех данных функций вычисляется по формуле:

$$T = \frac{\text{НОК}\,(n_1, n_2, \ldots\ldots, n_k)}{\text{НОД}\,(m_1, m_2, \ldots\ldots, m_k)}\pi$$

Пример №3. Найти период функции

$f(x) = \sin 2x - 3\cos(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{4}) + 4\text{tg}\frac{x}{2}$

Решение.

1) $f_1(x) = \sin 2x$; $k = 2$, следовательно $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$

2) $f_2(x) = -3\cos(\frac{3}{2}x + \frac{\pi}{4})$; $k = \frac{3}{2}$, следовательно

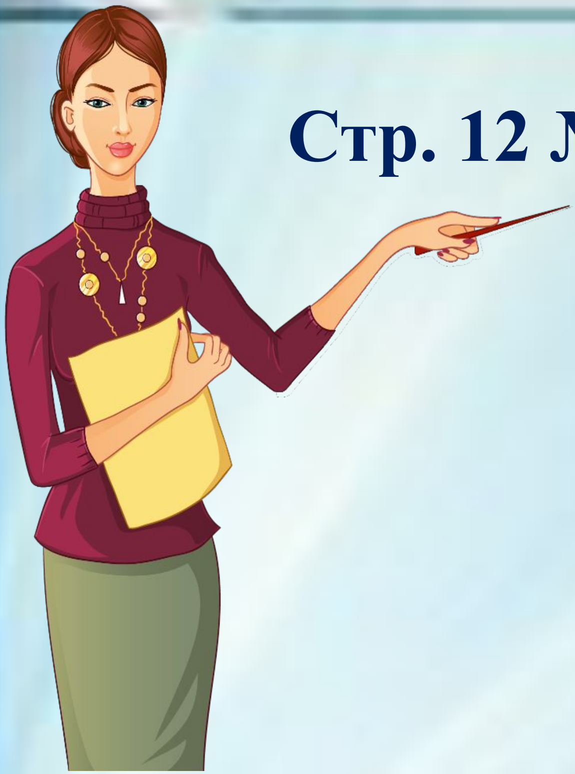
$T_2 = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4\pi}{3}$

3) $f_3(x) = \text{tg}\frac{x}{2}$; $k = \frac{1}{2}$, следовательно $T_3 = \frac{\pi}{\frac{1}{2}} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$

4) Период функции f(x) равен

$T = \frac{\text{НОК }(1,4,2)}{\text{НОД }(1,3,1))}\pi = 4\pi$

Проверь себя !



Стр. 12 №18, №19

Итог урока:

Что нового вы узнали на уроке?

Какие моменты урока для вас были наиболее интересными?

Кто доволен своей работой на уроке?

Домашнее задание:

п. 2, стр.11 ; № 14- 15

стр.39; №111.

Спасибо за внимание!