Тема урока: «Размещения, сочетания, перестановки в повседневной жизни»

Урок алгебры в 11 классе

Задача

Квартет

Проказница Мартышка
Осёл,
Козёл,
Да косолапый Мишка
Затеяли играть квартет
…
Стой, братцы стой! –
Кричит Мартышка, - погодите!
Как музыке идти?
Ведь вы не так сидите…
И так, и этак пересаживались – опять музыка на лад не идет.
Вот пуще прежнего пошли у них разборы
И споры,
Кому и как сидеть…

?

Решение:

Здесь n=4, поэтому способов «усесться чинно в ряд» имеется

P = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24

КОМБИНАТОРИКА

- это раздел математики, в котором изучаются простейшие «**соединения**»: перестановки, размещения, сочетания.

(Большой Энциклопедический Словарь)

- происходит от латинского слова **«combina»,** что в переводе на русский означает – «сочетать», «соединять».

Исторические сведения

- С задачами, в которых приходилось выбирать те или иные предметы, располагать их в определенном порядке и отыскивать среди разных расположений наилучшие, люди столкнулись еще в доисторическую эпоху, выбирая наилучшее положение охотников во время охоты, воинов – во время битвы, инструментов – во время работы».

Исторические сведения

- Комбинаторные мотивы можно заметить в символике китайской «Книги Перемен» (V век до н. э.). По мнению её авторов, всё в мире комбинируется из различных сочетаний мужского и женского начал, а также восьми стихий: земля, горы, вода, ветер, гроза, огонь, облака и небо. Историки отмечают также комбинаторные проблемы в руководствах по игре в Го и другие игры. Большой интерес математиков многих стран с древних времён неизменно вызывали магические квадраты

Исторические сведения

Термин «комбинаторика» был введён в математический обиход Лейбницем, который в 1666 году опубликовал свой труд «Рассуждения о комбинаторном искусстве»
Первоначально комбинаторика возникла в XVI в в связи с распространением различных азартных игр.
Основы комбинаторики и теории вероятностей создали и разработали французские математики XVII века Пьер Ферма и Блез Паскаль

Исторические сведения

- ✔Отцом современной комбинаторики считается Пал Эрдёш, который ввёл в комбинаторику вероятностный анализ.
- ✔ К комбинаторике значительно повысился интерес со второй половины XX века, когда появились компьютеры.
- ✔Сейчас это чрезвычайно содержательная и быстроразвивающаяся область математики.

ГИПОТЕЗА

Решение комбинаторных задач помогает развитию логического мышления, активизирует познавательную деятельность, развивает творческие способности, помогает решению задач

Заполните пропуски:

1. $A_n^{\dots} = \dfrac{\dots!}{(n-k)!}$

2. $C_{\dots}^{k} = \dfrac{n!}{(\dots-k)!\dots!}$

3. $P_n = \dots!$

Заполните пропуски:

4. $A_5^{\dots} = \dfrac{\dots!}{(\dots - 3)!}$

5. $C_{\dots}^2 = \dfrac{\dots!}{(8 - \dots)!\dots!}$

6. $P_{\dots} = 3!$

Проверь:

1. $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

2. $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!k!}$

3. $P_n = n!$

Проверь:

4. $A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!}$

5. $C_8^2 = \frac{8!}{(8-2)!2!}$

6. $P_3 = 3!$

Типичные задачи:

Сочетания

1. Сколько рукопожатий получится, если здороваются 5 человек?
{Вася, Петя} = {Петя, Вася} – одно и тоже.
Значит, порядок неважен, значит это подмножество по два элемента из 5, значит это сочетание из пяти по два.

$$C_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

Размещения

2. Сколькими способами пять человек могут обменяться фотографиями?
{Вася, Петя} ≠ {Петя, Вася} – разные обмены.
Значит, порядок важен, значит это последовательность по два элемента из 5, значит это размещение из пяти по два.

$$A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = 4 \cdot 5 = 20$$

Перестановки

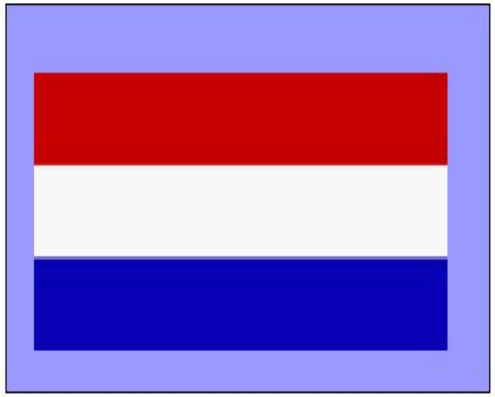
Сколькими способами n человек могут сесть на скамейке?

$P_n = n!$

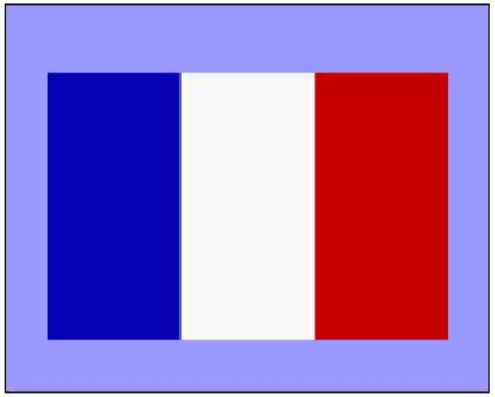
Флаги стран Европы, где встречаются три цвета:

белый, синий, красный.

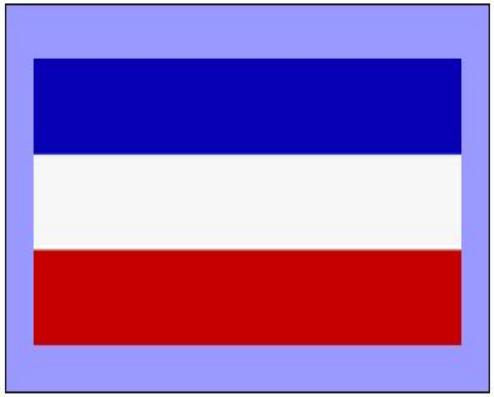
НИДЕРЛАНДЫ



ФРАНЦИЯ



ЮГОСЛАВИЯ



Как подсчитать, сколько таких флагов мы можем составить из трех цветных полосок?

Решение:

$$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Ответ: 6 способов

Задача 4.

10 января в расписании Олимпийских игр были заявлены следующие виды спорта: биатлон, конькобежный спорт, лыжные гонки и сноуборд. Сколькими способами можно составить расписание из данных видов спорта на 10 января? Сколькими способами можно составить расписание, если известно, что биатлон должен идти первым?

Решение:

$$1)4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$2)3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Ответ: 24 способа и 6 способов.

Задача 6.

Среди популярных артистов эстрады: Алсу, Азиза, Жасмин, Земфира, Катя Лель, Каролина для съемки в клипе необходимо выбрать только троих. Сколько всевозможных троек можно составить?

Решение:

$$C_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!3!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 3\cdot 2\cdot 1} =$$

$$= 4\cdot 5 = 20$$

Ответ: 20 троек.

Задача №7

Виктор Петрович открыл новую точку сети магазинов «Магнит», принял на работу 24 незнакомых человека. Сколькими способами Виктор Петрович можно выбрать управляющего магазина и его заместителя?

Задача №7

Виктор Петрович открыл новую точку сети магазинов «Магнит», принял на работу 24 незнакомых человека.

:

Сколькими способами Виктор Петрович можно выбрать управляющего магазина и его заместителя

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

$$A_{24}^2 = \frac{24!}{(24-2)!} = \frac{24!}{22!} = \frac{24 \cdot 23 \cdot 22!}{22!} = 24 \cdot 23 = 552$$

Задача 8.

В службе занятости имеются 5 вакансий. Сколькими способами можно распределить эти места среди 5 человек?

Среди 3 человек?

Решение:

$$1)\ A_5^5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$2)\ A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 60$$

Ответ: 120 и 60 способов.

Задача 10.

В районных соревнованиях по футболу участвуют 9 команд Каждая команда провела с каждой из остальных по одной игре. Сколько всего игр было сыграно?

Решение:

$$C_9^2 = \frac{9!}{(9-2)!2!} = \frac{7!\cdot 8\cdot 9}{7!\cdot 1\cdot 2} = 36$$

Ответ: 36 игр.

Задача10

Замок сейфа открывается, если введена правильная комбинация. Иванов пытается открыть сейф, набирая код наудачу. Он знает, что код состоит из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что все числа не повторяются и последней является 5. Сколько попыток ему придется сделать.

Основные элементы комбинаторики

1. Размещение $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$

Это любое упорядоченное подмножество m из элементов множества n.

(Порядок важен).

2. Перестановки $P_n = n!$

Если m = n, то эти размещения называются перестановками.

3. Сочетания $C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$

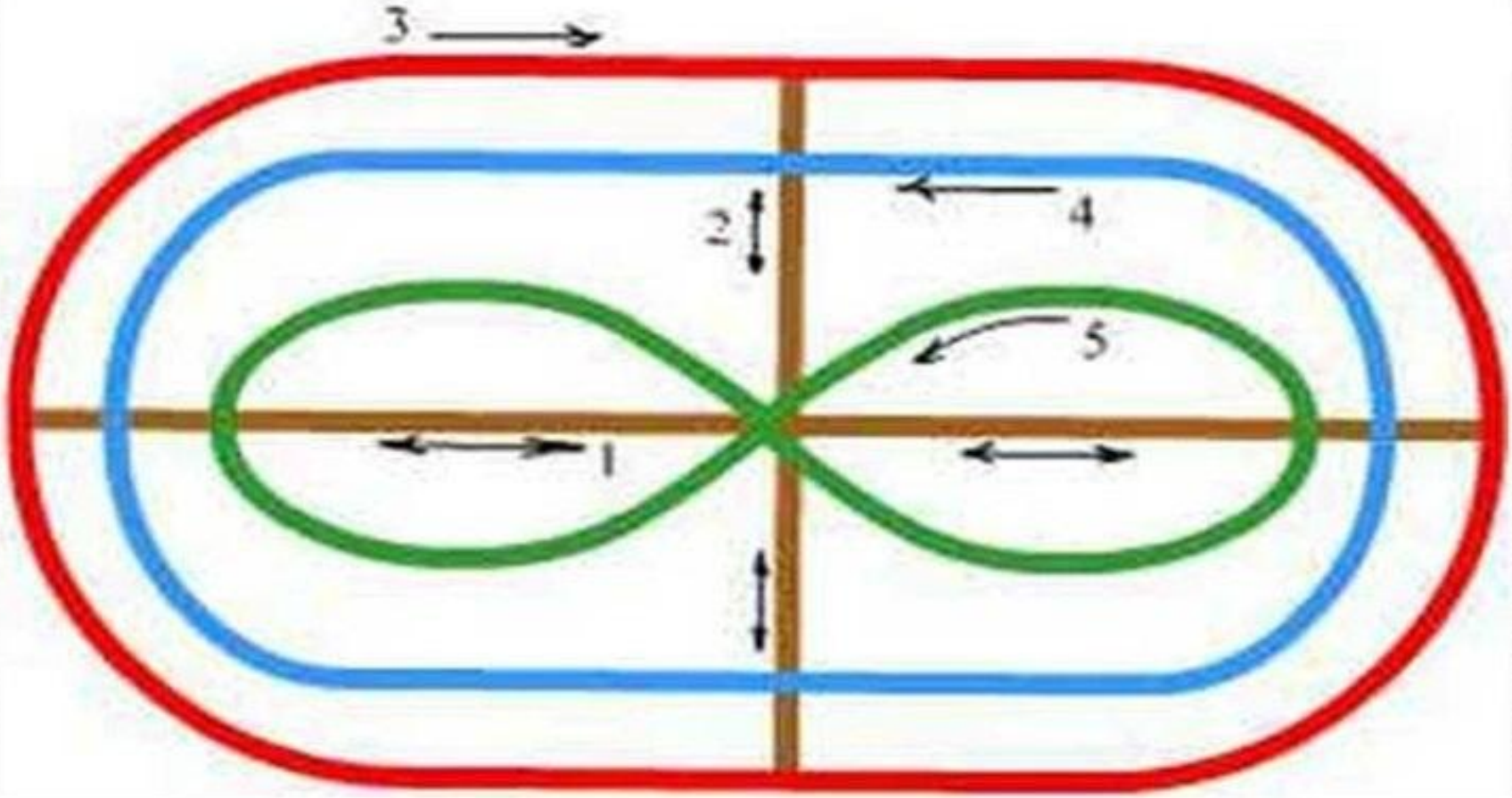
Это любое подмножество из m – элементов, которые принадлежат множеству, состоящему из n – различных элементов.

(Порядок не важен).

Следствие. Число сочетаний из n элементов по n – m равно число сочетаний из n элементов по m, т.е. $C_n^{n-m} = C_n^m$

Тренажёр Базарного В.Ф.

Способствует улучшению координации движения глаз, развитию сложных движений.
Снимает статическое напряжение с мышц глаз. Улучшает кровообращение.
Детям предлагается проследить глазами по указанному направлению.



Тест по комбинаторике

- Вариант 1
- 1. Сколькими способами можно расставить 4 различные книги на книжной полке?
- 1) 24 2) 4 3) 16 4) 20
- 2. В футбольной команде 11 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?
- 1) 110 2) 11 3) 150 4) 22
- 3. В школьном хоре имеется пять солистов. Сколько есть вариантов выбора двух из них для участия в конкурсе?
- 1) 10 2) 21 3) 14 4) 7

Тест по комбинаторике

Вариант 2

1. Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 5 человек?

1) 5 2) 120 3) 25 4) 100

2)Сколько различных двухзначных чисел можно составить, используя цифры 1, 2, 3, 4 при условии, что ни одна цифра не повторяется?

1) 15 2)12 3) 30 4)24

2. Сколькими способами из 15 учеников класса можно выбрать трёх для участия в праздничном концерте?

1) 45 2) 455 3) 475 4) 18

ГИПОТЕЗА

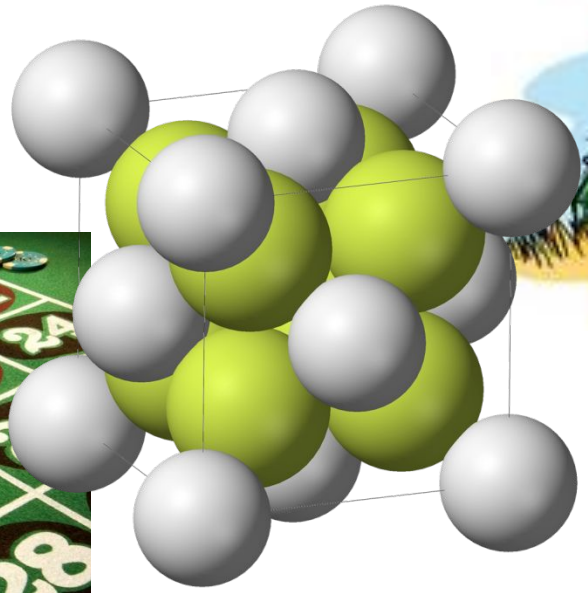
Решение комбинаторных задач помогает развитию логического мышления, активизирует познавательную деятельность, развивает творческие способности, помогает решению задач

Области применения комбинаторики:

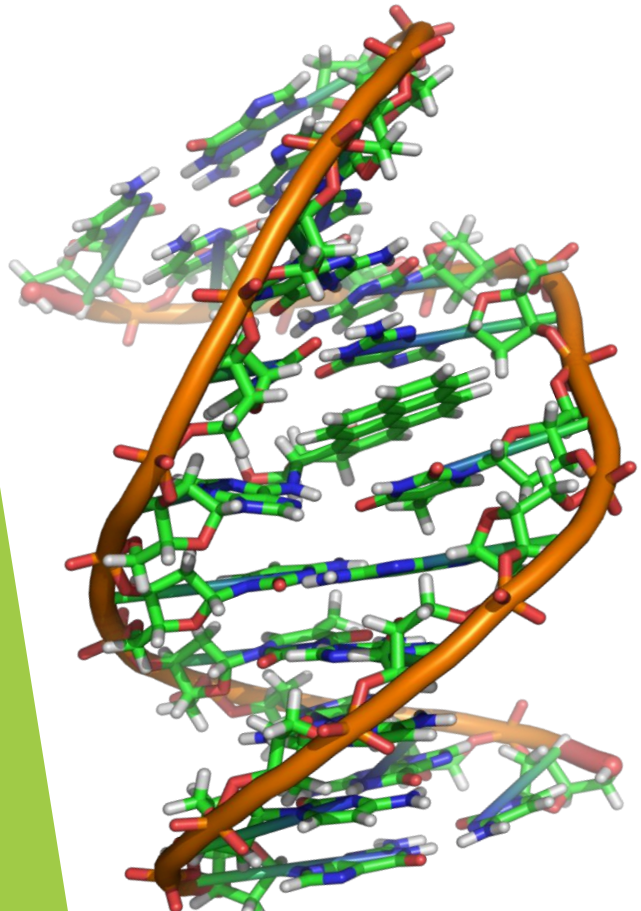
- учебные заведения (составление расписаний);
- сфера общественного питания (составление меню);
- лингвистика (рассмотрение вариантов комбинаций букв).

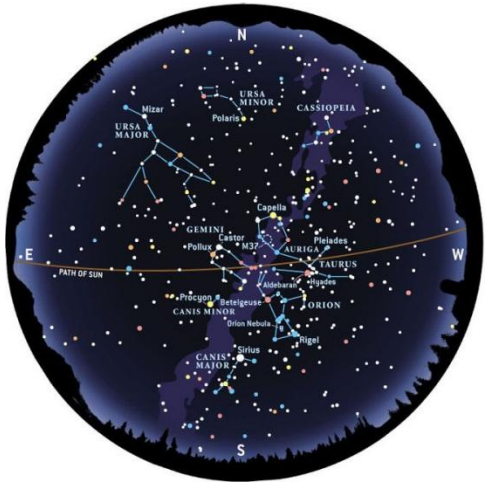
- география (раскраска карт);
- спортивные соревнования (расчёт количества игр между участниками);
- производство (распределение нескольких видов работ между рабочими);

- агротехника (размещение посевов на нескольких полях);
- азартные игры (подсчёт частоты выигрышей);
- химия (анализ возможных связей между химическими элементами);

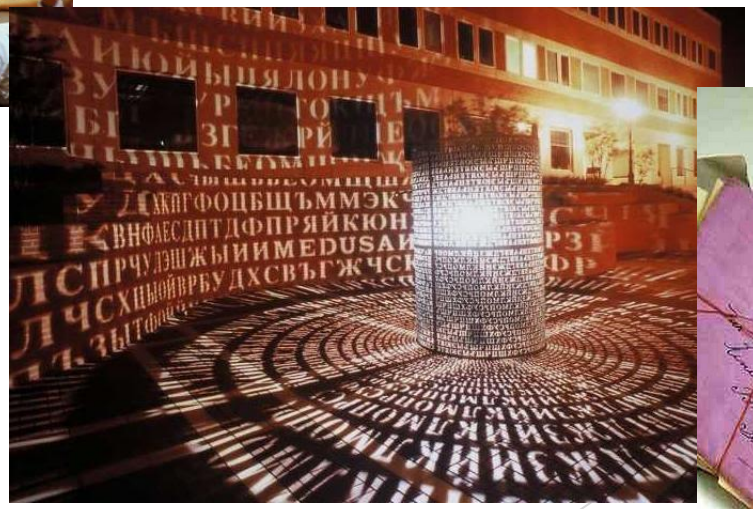


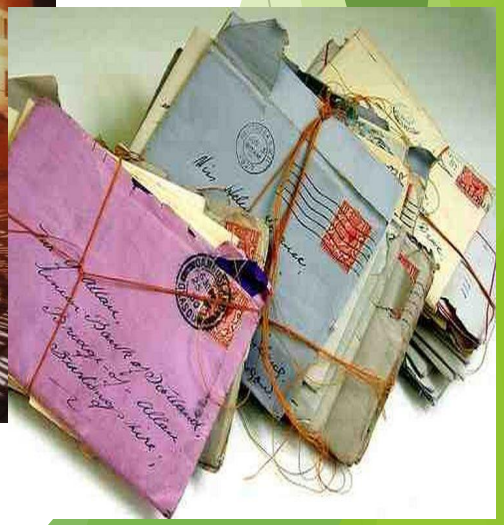
- биология (расшифровка кода ДНК);
- военное дело (расположение подразделений);
- астрология (анализ расположения планет и созвездий);





- экономика (анализ вариантов купли-продажи акций);
- криптография (разработка методов шифрования);
- доставка почты (рассмотрение вариантов перевозки);





ТВОЁ ОТНОШЕНИЕ К УРОКУ

1.Отличный, интересный, захватывающий

2. Хороший, содержательный, заставляющий работать

3.Нормальный, обычный

4.Скучный, работа без интереса

5. Бесполезный, совсем не интересный

Домашнее задание:

- На «3»- стр176 №66,№75
- На «4»- придумать и решить3 комбинаторные задачи.
- На «5»-Применение комбинаторики в практической деятельности людей (рассказ или эссе)