МАОУ СОШ № 9 им. Дьякова П.М.

Формулы приведения

Разработка урока алгебры и начал анализа.
10 класс (базовый уровень).
Учитель: Москвина С.Г.

г. Калининград

Цели урока:

- повторить с помощью единичной окружности поведение тригонометрических функций при изменении угла;
- получить из формул сложения формулы приведения;
- ввести мнемоническое правило для более удобного запоминания формул приведения;
- формировать умения и навыки учащихся в решении упражнений на применение новых знаний,
- развивать у учащихся умение мыслить, наблюдательность, навыки самопроверки и объективной самооценки;
- воспитывать навыки коммуникативности.

Тип урока: изучение нового материала

Оборудование и материалы для урока: проектор, интерактивная доска Interwrite, презентация для сопровождения урока, созданная в среде PowerPoint, маркерная доска

Учебник: Ю.М. Колягин, под. ред. А.Б. Жижченко. Алгебра и начала анализа. 10 кл. М.: Просвещение, 2014.

Ход урока

I.Организационный момент

Проверка готовности учащихся к уроку. Настрой учащихся на урок.

II.Актуализация опорных знаний учащихся

2.1.Один учащийся решает у доски (маркерная) упражнение :

Вычислить с помощью формул сложения $\cos 120^\circ$ *и* $\sin 135^\circ$

2.2.Фронтальный опрос учащихся:

- Что мы называем синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом угла α?
- На модели тригонометрического круга покажите углы 194°, 273°, 372°, 278°. Назовите четверть углов.
- Назовите граничные углы в пределах от 0 до 2π
- Назовите синус, косинус углов 90°, 180°, 270°
- На модели тригонометрического круга покажите углы

$$\frac{\pi}{2}+\alpha,\ 2\pi-\alpha,\ \pi+\alpha,\ \frac{3\pi}{2}-\alpha.$$

Назовите четверть углов, знаки тригонометрических функций.

На модели тригонометрического круга покажите углы и назовите четверть, в которой располагается данный угол

- 194^0, **третья**
- 126^0, **вторая**
- 372^0, **первая**
- 278^0. **четвертая**

- Назовите граничные углы в пределах от 0 до 2π.
- Чему равен sin90º,cos90º, sin π, cos π , sin270º,cos270º.
- Представьте углы 194^0 ,126^0, 372^0 , 278^0 в виде суммы граничного и острого.

На модели тригонометрического круга покажите углы, назовите четверть и знаки тригонометрических функций этих углов

$\frac{\pi}{2}+\alpha$	**вторая**
$2\pi-\alpha$	**четвёртая**
$\pi+\alpha$	**третья**
$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	**третья**

Ход урока

2.3 Ответ учащегося у доски

2.4 Продолжение фронтального опроса. Постановка проблемы.

- Чему равен cos30˚, sin60˚, cos390˚, sin420˚, $cos\frac{\pi}{4}, \cos\frac{9\pi}{4}, \cos\frac{5\pi}{4}$?
- Как вы считали? (представили угол в виде суммы граничного угла и острого и воспользоваться определением синуса, косинуса и формулами сложения)
- Нельзя ли это сделать проще? (Надо доказать новые формулы). Как вы думаете как они называются? Почему?
- Как называется тема урока?
- Какие задачи урока?
- Учащиеся формулируют тему урока и задачи. Записывают тему урока в тетрадь.

- Чему равен $\cos 30^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\cos 390^\circ$, $\sin 420^\circ$,

$$cos\frac{\pi}{4}, \cos\frac{9\pi}{4}, \cos\frac{5\pi}{4}?$$

Формулы приведения

Цели урока:

- доказать формулы приведения;
- рассмотреть примеры применения формул приведения к вычислению тригонометрических функций различных углов

Ход урока

III.Изучение нового материала

3.1 Определение

Формулируется определение формул приведения.

3.2 Доказательство формул с помощью формул сложения

А) Две формулы доказали на предыдущих уроках

$$cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha \qquad \sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$$

Б) Работа по группам:

доказать формулу, используя формулы сложения

$$1)\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)= \qquad 2)\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=$$

$$3)\cos(\pi-\alpha)= \qquad 4)\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=$$

$$5)\sin(\pi+\alpha)= \qquad 6)\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=$$

Определение

Формулами приведения называют формулы, позволяющие привести тригонометрические функции аргументов

$$\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \pi \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha.$$

к аргументу α

Известны!

$$cos(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \sin\alpha$$

$$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha) = \cos\alpha$$

Работа по группам:

доказать формулу, используя формулы сложения

1) $\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=$ $-\sin\alpha$

2) $\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=$ $\cos\alpha$

3) $\cos(\pi-\alpha)=$ $-\cos\alpha$

4) $\sin(\frac{3\pi}{2}-\alpha)=$ $-cos\alpha$

5) $\sin(\pi+\alpha)=$ $-\sin\alpha$

6) $\cos(\frac{3\pi}{2}+\alpha)=$ $\sin\alpha$

Ход урока

В) После доказательства представители групп записывают результат на слайд. Осуществляется проверка с помощью анимации.

3.3 Вывод правила записи формул приведения

- Формулы приведения можно представить в таблице.

-Используя определение тангенса и котангенса и доказанные только что формулы можно получить ещё столько же формул приведения.

- Можно составить таблицу в 2 раза больше предыдущей.

- Легко ли все эти формулы запомнить? (нет)

- Давайте найдём закономерность.

-Учащиеся выдвигают гипотезы

- Вводится мнемоническое правило для более удобного запоминания формул приведения:

Формулы приведения

β	π/2 - α	π/2 + α	π - α	π + α	3π/2 - α	3π/2+ α	2π - α	2π + α
cos	sin α	- sin α	-cos α	-cos α	- sin α	sin α	cos α	cos α
sin	cos α	-cos α	sin α	-sin α	-cos α	cos α	-sin α	sin α

Формулы приведения

β	π/2 - α	π/2 + α	π - α	π + α	3π/2 - α	3π/2+ α	2π - α	2π + α
cos	sin α	- sin α	-cos α	-cos α	- sin α	sin α	cos α	cos α
sin	cos α	cos α	sin α	-sin α	-cos α	-cos α	-sin α	sin α
tg	ctg α	-ctg α	-tg α	tg α	ctg α	-ctg α	-tg α	tg α
ctg	tg α	-tg α	-ctg α	ctg α	tg α	-tg α	-ctg α	ctg α

Мнемоническое правило записи формулы приведения

1. В правой части формулы ставится тот знак, который имеет левая часть при условии $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

2. Если в левой части формулы угол равен

$\frac{\pi}{2} \pm \alpha, \frac{3\pi}{2} \pm \alpha$, то синус заменяется на косинус, тангенс - на котангенс и наоборот.
Если угол равен $\pi \pm \alpha, 2\pi \pm \alpha$, то замены не происходит.

Ход урока

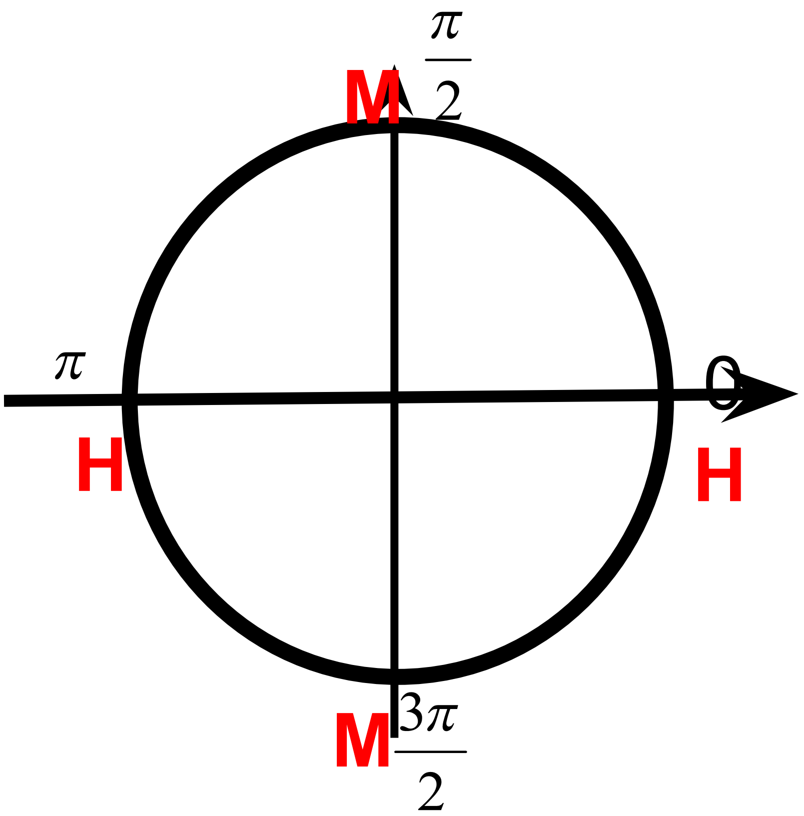
3.4 Известен и менее формальный вариант этого правила – “пошадиное правило”.

Учитель формулирует правило.

В старые добрые времена жил рассеянный математик, который при поиске ответа на вопрос 2, смотрел на свою ученую лошадь, а она кивала головой вдоль той оси координат, которой принадлежала точка, соответствующая первому слагаемому аргумента . Если лошадь кивала головой вдоль оси Оу, то математик считал, что получен ответ “да, менять”, если вдоль оси Ох, то “нет, не менять”.

«Лошадиное правило»

- В старые добрые времена жил рассеянный математик, который при поиске ответа на вопрос 2, смотрел на свою ученую лошадь, а она кивала головой вдоль той оси координат, которой принадлежала точка, соответствующая граничному углу.
- Если лошадь кивала головой вдоль оси Оу, то математик считал, что получен ответ “да, менять”,
- если вдоль по оси Ох, то “нет, не менять”.



Ход урока

IV.Закрепление изученного материала:

4.1 Воспользовавшись мнемоническим правилом записать формулу приведения.

Первую формулу записывает учитель с комментированием. Вторую записывает ученик с комментированием у доски. Третью ученик комментирует с места.

$$1)\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=$$

$$2)tg(\pi+\alpha)=$$

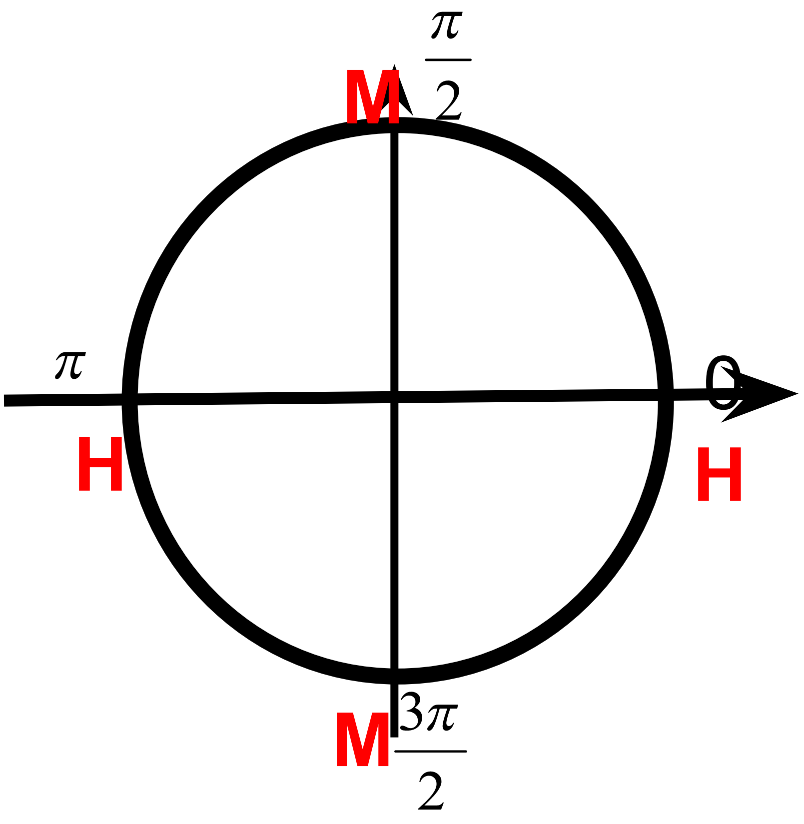
$$3)ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$$

Воспользовавшись мнемоническим правилом записать формулу приведения

$$1)\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=$$

$$2)tg(\pi+\alpha)=$$

$$3)ctg\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$$



Ход урока

4.2 Где же применяются формулы приведения?

- Одно из применений – это нахождение значений тригонометрических функций различных углов.
- Примеры на вычисление: $1)\cos 120^\circ =$

$$2)\sin 135^\circ =$$

$$3)\cos\frac{5\pi}{4} =$$

- Первый пример показывает учитель, второй и третий решают учащиеся по желанию с комментариями у доски

4.3 Самостоятельное решение упражнений

- Вычислите:

$$1)\cos 225^\circ = \qquad 2)\sin 315^\circ =$$

$$3)tg\frac{3\pi}{4} = \qquad 4)\cos(-\frac{7\pi}{3}) =$$

Примеры на вычисление:

$$1)\cos 120^\circ =$$

$$2)\sin 135^\circ =$$

$$3)\cos\frac{5\pi}{4} =$$

Вычислите самостоятельно:

$$1)\cos 225^\circ =$$

$$2)\sin 315^\circ =$$

$$3)tg\frac{3\pi}{4} =$$

$$4)\cos(-\frac{7\pi}{3}) =$$

Ход урока

4.4. *Найдите ошибку* (работа в парах)

- Найдите ошибки. Составьте ключевое слово, выбрав неверные равенства.

$$1)\, ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)=-ctg\alpha \qquad (\partial)$$

$$2)\, \sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha \qquad (\kappa)$$

$$3)\, tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=ctg\alpha \qquad (\text{ж})$$

$$4)\, tg\,\frac{2\pi}{3}=-\sqrt{3} \qquad (o)$$

$$5)\, ctg(\pi-\alpha)=ctg\alpha \qquad (u)$$

$$6)\, \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\cos\alpha \qquad (\text{в})$$

$$7)\, \cos(2\pi+\alpha)=\cos\alpha \qquad (p)$$

$$8)\, \sin 210^\circ=-\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (a)$$

- Ключевое слово – джива (в переводе с индийского синус). Учащимся, получившим верное слово, выставляется отметка «5», тем, у кого одна неверная буква – «4».

Найдите ошибки. Составьте ключевое слово, выбрав неверные равенства

$$1)\, ctg\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = -ctg\alpha$$ д

$$2)\, \sin(\pi-\alpha) = \sin\alpha$$ к

$$3)\, tg\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right) = ctg\alpha$$ ж

$$4)\, tg\frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$$ о

$$5)\, ctg(\pi-\alpha) = ctg\alpha$$ и

$$6)\, \cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right) = -\cos\alpha$$ в

$$7)\, \cos(2\pi+\alpha) = \cos\alpha$$ р

$$8)\, \sin 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$ а

ДЖИВА

Ход урока

V. Историческая справка о понятиях «синус» и «косинус»

- Один учащийся рассказывает материал, подготовленный дома

VI.Подведение итогов урока:

- Что узнали, чему научились на уроке?
- Учащиеся формулируют «мнемоническое» правило и говорят о применении формул.

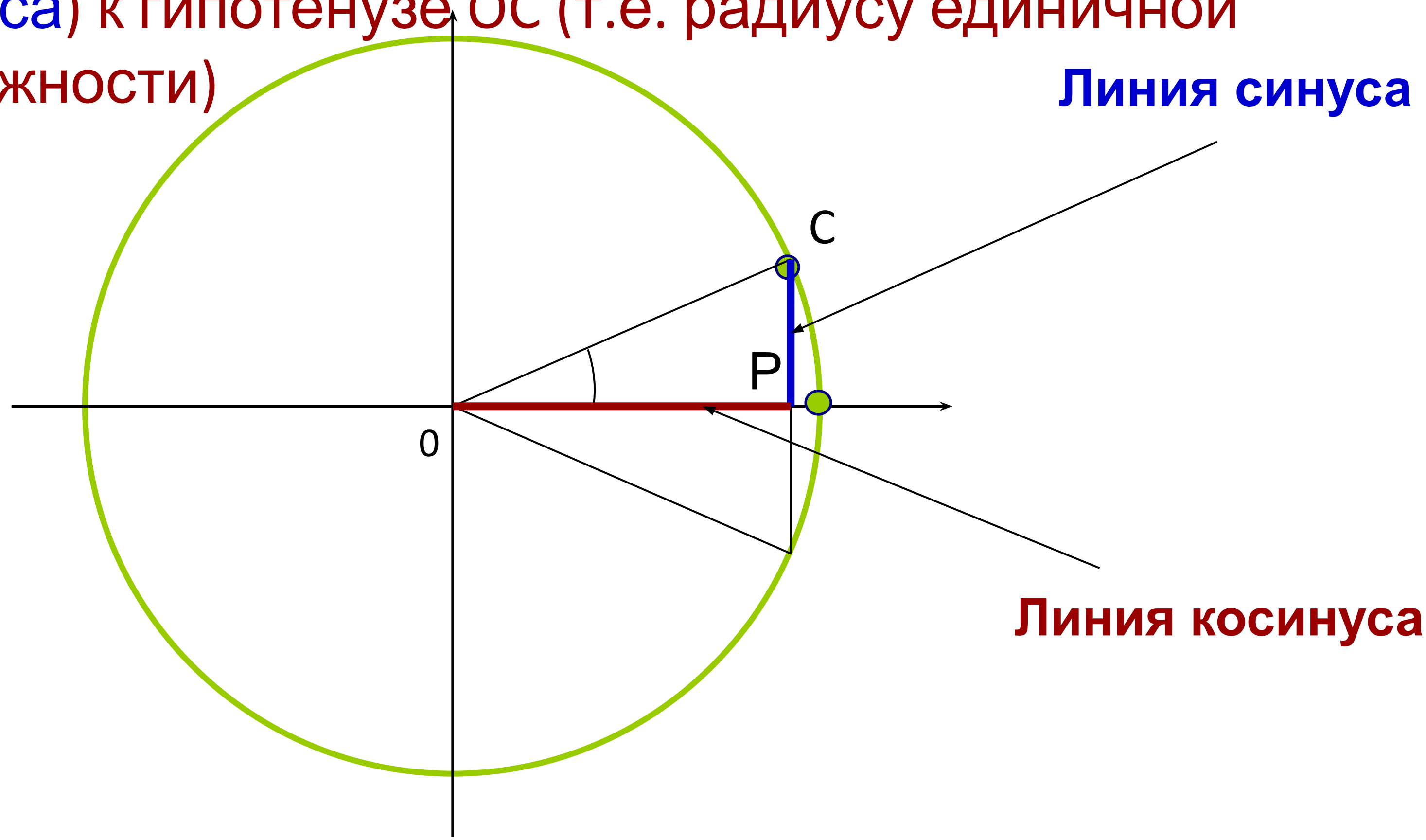
VII. Домашнее задание:

- выучить мнемоническое правило для формул приведения (записать в тетрадь стр. 295);
- № 154, 155 чёт (всем), 158 чёт (по желанию);
- Презентация об Эйлере (по желанию).

Греки по углам вычисляли хорды

Индийские астрономы в IV - V вв.
перешли к полухордам (в точности - линия синуса)

Мы понимаем под синусом угла α в прямоугольном треугольнике OPC отношение катета PC (линия синуса) к гипотенузе OC (т.е. радиусу единичной окружности)



- Термины «синус» и «косинус» пришли к нам от индийцев.
- Полухорду индийцы называли «ардхаджива» (в переводе с санскрита - «половина тетевы лука»), а потом сократили до «джива».
- Мусульманские астрономы и математики восприняли его как «джиба», а затем оно превратилось в «джайб» (на арабском - «выпуклость», «пазуха»).
- Наконец в XII веке «джайб» буквально перевели на латынь словом sinus, которое не имело никакого отношения к обозначаемому им понятию.
- Санкскритское «котиджива» - синус остатка(до 90º), а на латинском -sinus complementi, т.е. синус дополнения, в XVII в. сократилось до слова «косинус»

Домашнее задание

- выучить мнемоническое правило для формул приведения (записать в тетрадь стр. 295);
- № 154, 155 чёт (всем),
  158 чёт (по желанию).
- Презентация об Эйлере (по желанию).