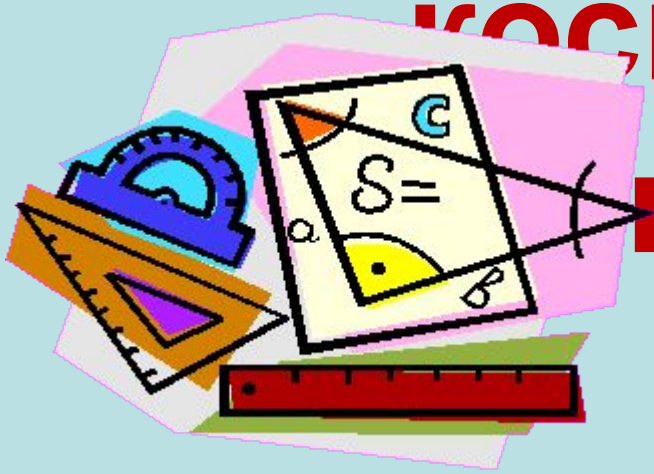
Теорема синусов и теорема косинусов



класс

Площадь треугольника

$$S_\Delta = \frac{1}{2}ah, \qquad S_\Delta = \frac{1}{2}ab \ (прямоуг.треуг)$$

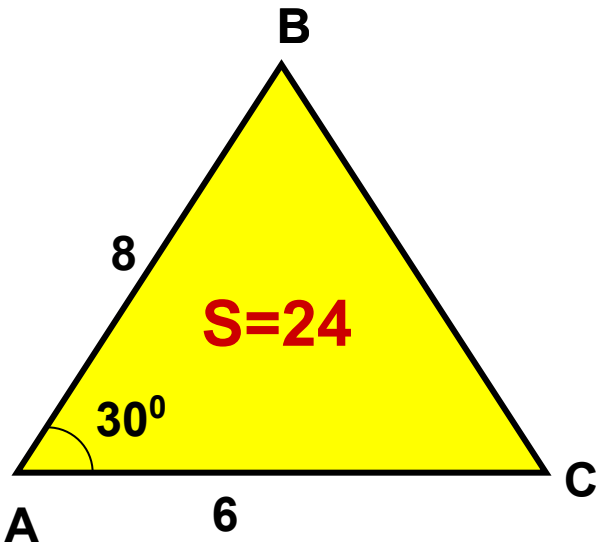
$$S_\Delta = \frac{1}{2}ab\sin\alpha \qquad S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

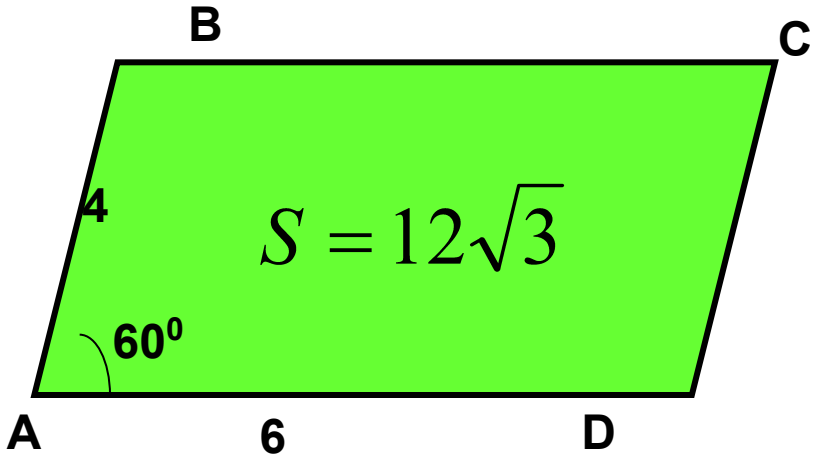
Площадь параллелограмма

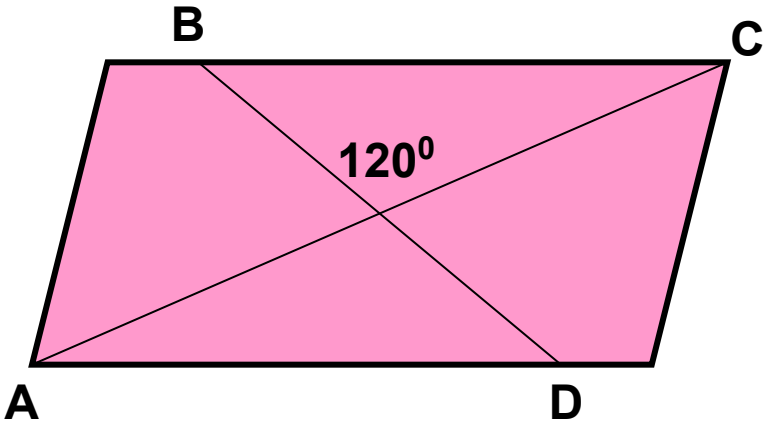
$$S = ah \qquad S = ab\sin\alpha \qquad S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin\alpha$$

$$S = \frac{1}{2}d^2 \sin\alpha \qquad (прямоугольника)$$

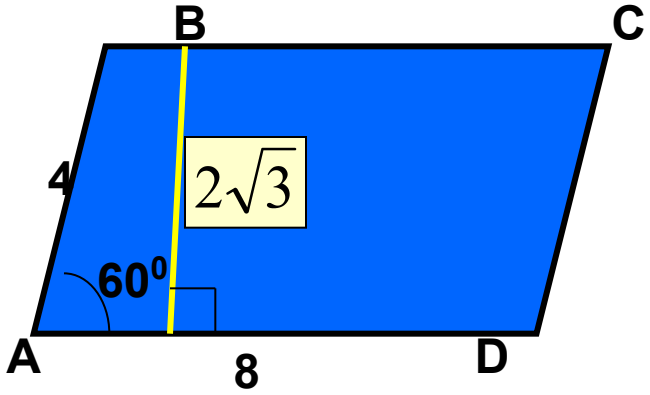
Найдите S







AC=10, BD=6 $S = 15\sqrt{3}$



$S = 16\sqrt{3}$ $4\sqrt{3}$

Самостоятельная работа

Вариант 1

1.В треугольнике MNK угол MNK равен 150^0 , MN=8, а площадь треугольника равна 20. Найдите NK.

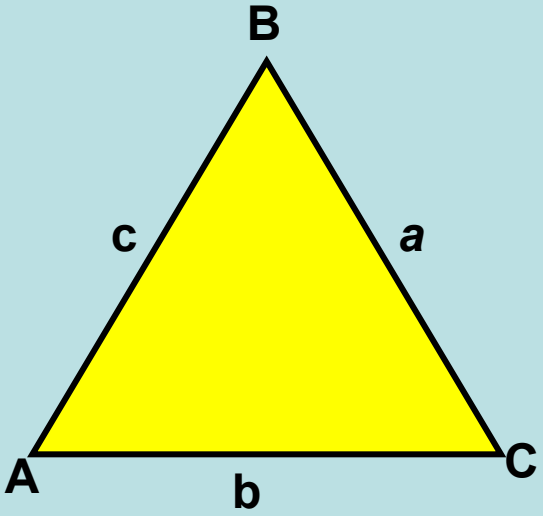
2.В параллелограмме один из углов равен 45^0, а его стороны равны 5 см и 8 см. Найдите его площадь.

Вариант 2

1.В треугольнике MNK угол MNK равен 30^0 , MN=6, а площадь треугольника равна 27. Найдите NK.

2.В параллелограмме один из углов равен 135^0, а его стороны равны 4 см и 8 см. Найдите его площадь.

Теорема: *Стороны треугольника пропорциональны синусам противоположных углов*



Дано: ΔABC

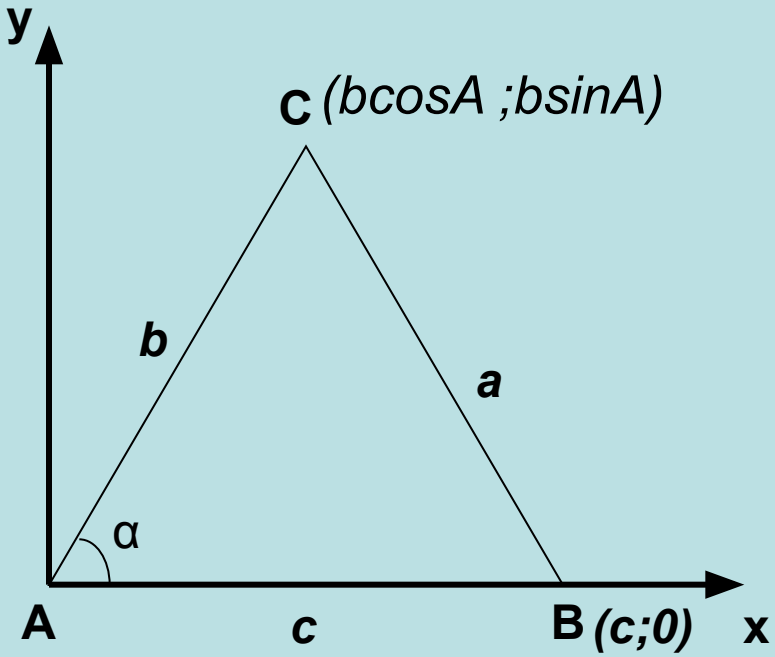
Доказать: $\dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B}$

$$S = \frac{1}{2}ab\sin C \qquad S = \frac{1}{2}bc\sin A \qquad S = \frac{1}{2}ac\sin B$$

$$\frac{1}{2}ab\sin C = \frac{1}{2}bc\sin A \qquad a\sin C = c\sin A \quad \Rightarrow \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ac\sin B \qquad b\sin A = a\sin B \quad \Rightarrow \quad \frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A}$$

Теорема. **Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними**

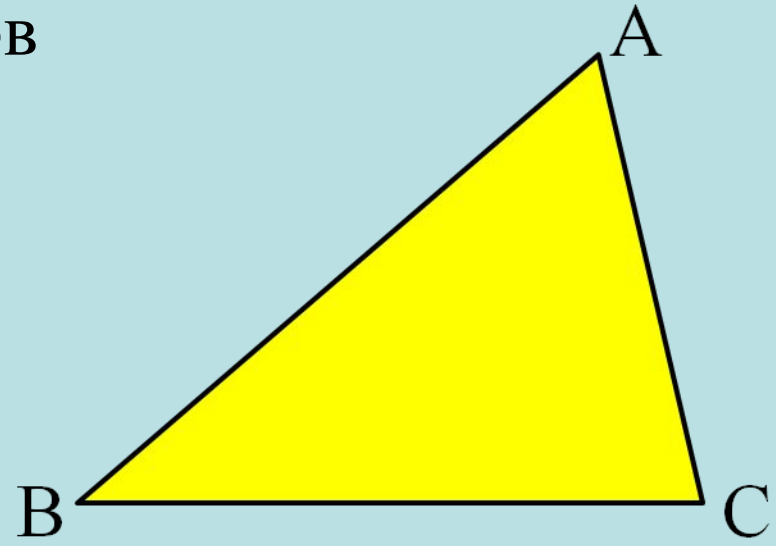


Доказать: $a^2=b^2+c^2-2bc\cdot cosA$

$$BC^2=a^2=(bcosA-c)^2+b^2sin^2A=$$
$$=b^2cos^2A-2bc\cdot cosA+c^2+b^2sin^2A=$$
$$=b^2(cos^2A+sin^2A)+c^2-2bc\cdot cosA=$$
$$=b^2+c^2-2bc\cdot cosA$$

1) Запишите теорему синусов для данного треугольника:

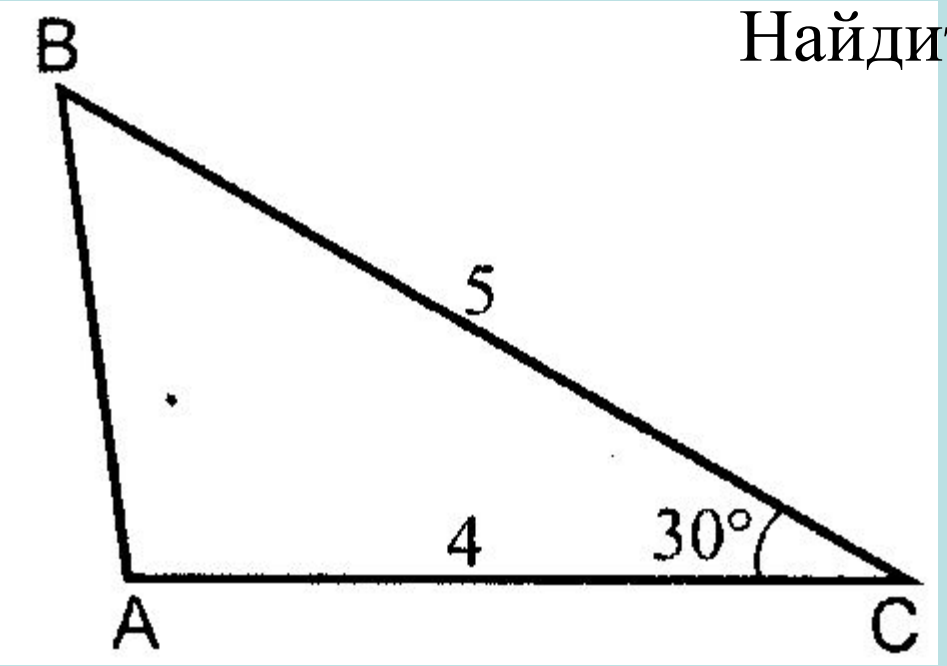
$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$$



2) Запишите теорему косинусов для вычисления стороны AB:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos C$$

Найдите длину стороны AB.

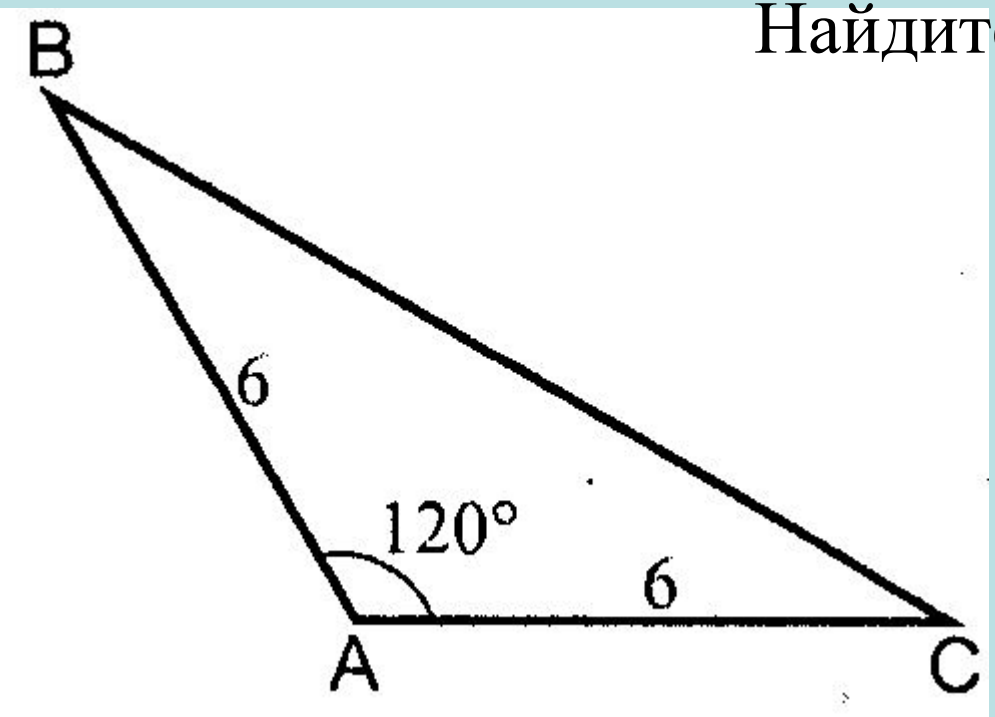


$$AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cos C$$

$$AB^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cos 30^\circ =$$

$$AB^2 = 41 - 20\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad AB = \sqrt{41 - 20\sqrt{3}}$$

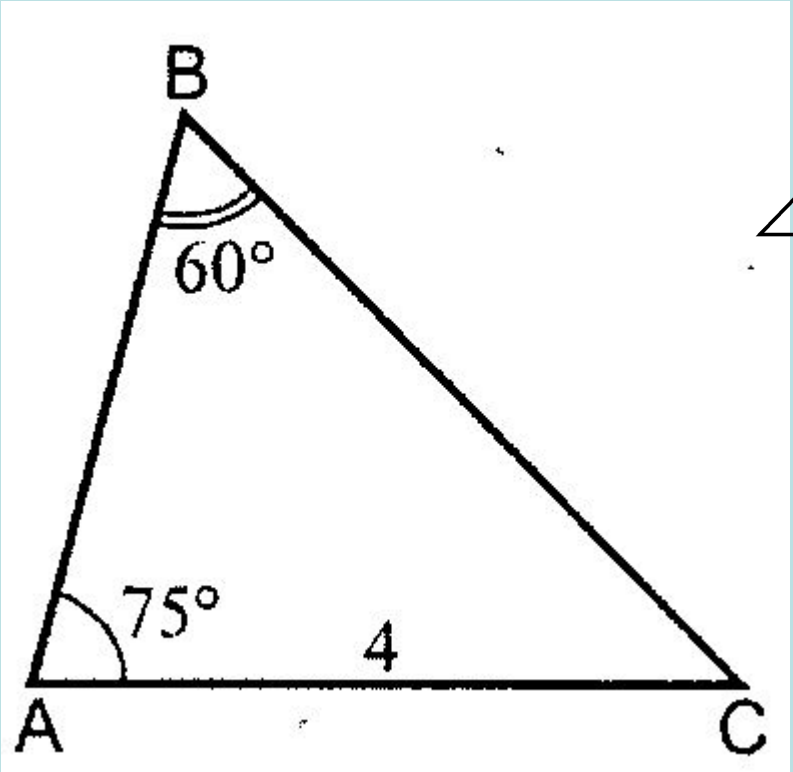
Найдите длину стороны BC.



$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cos A$$

$$BC^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos 120^\circ$$

$$BC^2 = 108 \Rightarrow BC = 6\sqrt{3}$$



Найдите AB

$$\angle C = 180^0 - (75^0 + 60^0) = 45^0$$

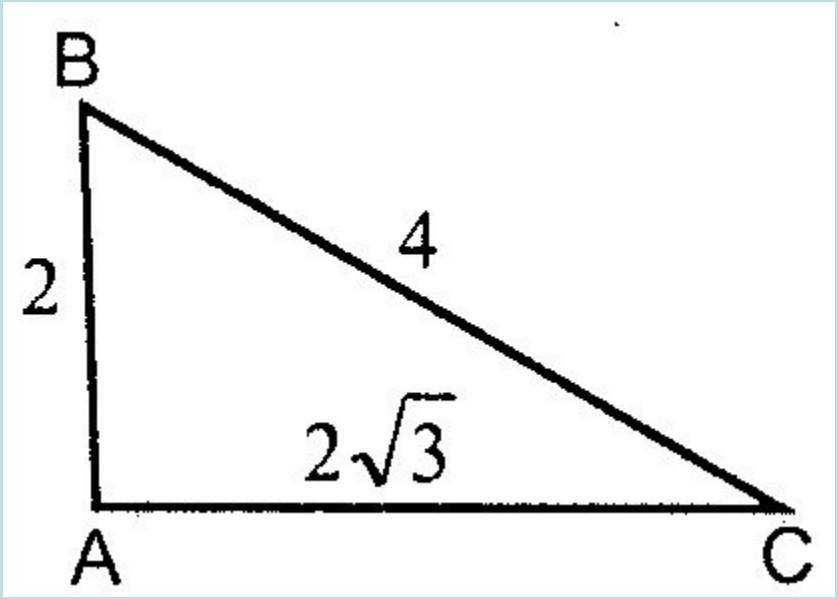
$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$$

$$AB = \frac{AC \sin C}{\sin B}$$

$$AB = \frac{4 \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ}$$

$$AB = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

Найдите угол B.



Треугольник ABC прямоугольный

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$

$$\sin B = \frac{AC \sin A}{BC}$$

$$\sin B = \frac{2\sqrt{3} \sin 90^\circ}{4}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle B = 60^\circ$$