- ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Версия для печати и копирования в MS Word

№	Условие
1	**Задание 19 № 175.** На экзамене 25 билетов, Сергей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

№	Условие
3	**Задание 19 № 132730.** Телевизор у Маши сломался и показывает только один случайный канал. Маша включает телевизор. В это время по трем каналам из двадцати показывают кинокомедии. Найдите вероятность того, что Маша попадет на канал, где комедия не идет. **Решение.** Количество каналов, по которым не идет кинокомедий $20-3=17$. Вероятность того, что Маша не попадет на канал, по которому идут кинокомедии равна отношению количества каналов, по которым не идут кинокомедии к общему числу каналов: $\frac{17}{20}=0,85.$ Ответ: 0,85.

№	Условие
5	**Задание 19 № 325457.** Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо. **Решение.** Вероятность того, что ручка пишет хорошо равна $1 - 0{,}19 = 0{,}81$. Ответ: 0,81.

№	Условие
17	**Задание 19 № 311512.** В группе из 20 российских туристов несколько человек владеют иностранными языками. Из них пятеро говорят только по-английски, трое только по-французски, двое по-французски и по-английски. Какова вероятность того, что случайно выбранный турист говорит по-французски?

№	Условие
2	**Задание 19 № 132728.** Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.

№	Условие
6	**Задание 19 № 340463.** На экзамене по геометрии школьнику достаётся одна задача из сборника. Вероятность того, что эта задача по теме «Углы», равна 0,1. Вероятность того, что это окажется задача по теме «Параллелограмм», равна 0,6. В сборнике нет задач, которые одновременно относятся к этим двум темам. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется задача по одной из этих двух тем. **Решение.** Суммарная вероятность несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $P=0,6 + 0,1 = 0,7$. Ответ: 0,7.

№	Условие
4	**Задание 19 № 325454.** Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,512. В 2010 г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем пришлось 477 девочек. Насколько частота рождения девочек в 2010 г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?

№	Условие
2	**Задание 19 № 316354.** Фирма «Вспышка» изготавливает фонарики. Вероятность того, что случайно выбранный фонарик из партии бракованный, равна 0,02. Какова вероятность того, что два случайно выбранных из одной партии фонарика окажутся небракованными?

№	Условие
6	**Задание 19 № 132736.** В каждой десятой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Варя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Варя не найдет приз в своей банке.

№	Условие
16	**Задание 19 № 311505.** В чемпионате по футболу участвуют 16 команд, которые жеребьевкой распределяются на 4 группы: A, B, C и D. Какова вероятность того, что команда России не попадает в группу A? **Решение.**

№	Условие
20	**Задание 19 № 311919.** Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда A должна сыграть два матча — с командой B и с командой C. Найдите вероятность того, что в обоих матчах первой мячом будет владеть команда A.

№	Условие
28	**Задание 19 № 325481.** Определите вероятность того, что при бросании кубика выпало число очков, не большее 3.

№	Условие
29	**Задание 19 № 325482.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно 1 раз.

№	Условие
31	**Задание 19 № 325540.** Стрелок 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок первые 3 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся.

- В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

РЕШЕНИЕ:

P(X)=0,8 - хорошая погода
P(O)=1-0,8=0,2 - отличная погода
Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО
$P(XXO) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}128$;
$P(XOO) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}128$;
$P(OXO) = 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}008$;
$P(OOO) = 0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}128$.
========================
P(A)=0,128+0,128+0,008+0,128=0,392

Ответ: 0,392

№	Условие
33	**Задание 19 № 325580.** В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек, из них 37 – красные, 8 – зелёные, 17 – фиолетовые, ещё есть синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что Алиса наугад вытащит красную или чёрную ручку. **Решение.** Найдём количество чёрных ручек: $\dfrac{100-37-8-17}{2}=19$. Вероятность того, что Алиса вытащит наугад красную или чёрную ручку равна $\dfrac{37+19}{100}=0,56$. Ответ: 0,56.

Теория вероятностей

- **Пример 7.** У 6 мальчиков и 11 девочек имеются признаки инфекционного заболевания. Чтобы проверить наличие заболевания, требуется взять выборочный анализ крови у 2 мальчиков и 2 девочек. Сколькими способами можно это сделать?

Решение. Количество способов выбора двух мальчиков:

$$n_1 = C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 9!} = 15 \text{ способов.}$$

Количество способов выбора двух девочек:

$$n_2 = C_{11}^2 = \frac{11!}{2! \cdot 9!} = 55 \text{ способов.}$$

Поскольку каждая пара мальчиков может быть взята с каждой парой девочек, то по теореме 7.1 имеем:

$$N = n_1 \cdot n_2 = 15 \cdot 55 = 825 \text{ способов.}$$

Пример 4. Технический контроль из партии в 10 изделий проверяет взятые наудачу 3 изделия. Партия не принимается, если среди трех проверяемых изделий окажется хотя бы одно бракованное. Определить вероятность приемки партии, если в ней окажется 5 бракованных изделий.

Решение. Обозначим через *A* событие, состоящее в том, что партия изделий будет принята. Общее число исходов, состоящее в проверке трех наудачу взятых изделий из 10, равно $n = C_{10}^3$, т. е. числу сочетаний из 10 по 3. Событию *A* благоприятствуют $m = C_5^3$ исходов. Таким обра-

Пример 10. В коробке 5 одинаковых изделий, причем 3 из них окрашены. Наудачу извлечены 2 изделия. Найти вероятность того, что среди отобранных изделий: а) одно окрашено; б) два окрашены; в) хотя бы одно окрашено.

Решение. Обозначим события:

- *A* - окрашено одно изделие из двух извлеченных;
- *B* - окрашены два;
- *C* - оба не окрашены.

Число всех исходов определяется как

$$n = C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} = 10\,.$$

Так как окрашено одно изделие, то второе не окрашено и, следовательно,

$$m_1 = C_3^1 \cdot C_2^1 = 3 \cdot 2 = 6\text{, а } P(A) = \frac{6}{10} = 0{,}6\,.$$

Поскольку из двух извлеченных изделий окрашены два, то неокрашенных нет вовсе и

$$m_2 = C_3^2 = 3\text{, а } P(B) = \frac{3}{10} = 0{,}3\,.$$

Здесь

$$m = C_2^2 = 1 \text{ и } P(C) = \frac{m}{n} = \frac{C_2^2}{C_5^2} = 0{,}1\,.$$

Пример 2. В марте 7 дней шел снег, 10 дней - дождь, из них 4 дня - снег с дождем. Найти вероятность того, что в выбранный наугад день шел дождь или снег.

Решение. Пусть *A* = {*шел снег*} и *B* = {*шел дождь*}. По формуле (7.5)

P(*шел дождь или снег*) = $P(A)+P(B)-P(AB)=\frac{7}{31}+\frac{10}{31}-\frac{4}{31}=\frac{13}{31}.$

- Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.
- **Решение:**
- По условию на каждые 100 + 8 = 108 сумок приходится 100 качественных сумок. Значит, вероятность того, что купленная сумка окажется качественной, равна 100: 108 =0,925925…= 0,93

Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение: За первые три дня будет прочитан 51 доклад, на последние два дня планируется 24 доклада. Поэтому на последний день запланировано 12 докладов. Значит, вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции, равна 12 : 75 =0,16

- Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30% этих стекол, вторая — 70%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло, окажется бракованным.
- **Решение.** Переводим %% в дроби.
- Событие A - "Куплены стекла первой фабрики". P (A)=0,3
- Событие B - "Куплены стекла второй фабрики". P (B)=0,7
- Событие X - " Стекла бракованные".
- P(A и X) = 0.3*0.03=0.009
- P(B и X) = 0.7*0.04=0.028 По формуле полной вероятности: P = 0.009+0.028 = **0.037**

.В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Определим события

А = {кофе закончится в первом автомате},
В = {кофе закончится во втором автомате}.
По условию задачи Р(А)=Р(В) =0,3 и Р (А/В)=0,12 .
По формуле сложения вероятностей найдем вероятность события
А и В = {кофе закончится хотя бы в одном из автоматов}:
Р(А и В) = Р(А) + Р(В) - Р(А/В) = 0,3+0,3-0,12 = 0,48.
Следовательно, вероятность противоположного события {кофе останется в обоих автоматах} равна 1-0,48 = 0,52.

- 21.Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
- Решение:
- **Обе перегорят** (события независимые и пользуемся формулой произведения вероятностей) с вероятностью $p1=0,3 \cdot 0,3=0,09$
Противоположное событие (НЕ обе перегорят = ОДНА хотя бы не перегорит)
произойдет с вероятностью $p=1-p1=1-0,09=0,91$
ОТВЕТ: 0,91

№ 320180. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Решение: B_1 – пистолет пристрелян B_2 – непристрелян

$$P(A) = P(A/B_1)\cdot P(B_1) + P(A/B_2)\cdot P(B_2)$$

$$0{,}4\cdot(1 - 0{,}9) = 0{,}04 \quad \text{и} \quad 0{,}6\cdot(1 - 0{,}2) = 0{,}48$$

$$P(A) = 0{,}04 + 0{,}48 = 0{,}52$$

Ответ: 0,52.

- Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 50% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 25% яиц высшей категории. Всего высшую категорию из закупленных яиц получает 45%. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по два рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублёвые монеты лежат в одном кармане.

- Двухрублевые монеты могут лежать в одном кармане, если Петя переложил в другой карман три из четырех рублевых монет (а двухрублевые не перекладывал), или если переложил в другой карман обе двухрублевые монеты и одну рублевую одним из трех способов: 1, 2, 2; 2, 1, 2; 2, 2, 1. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:
- Ответ: 0,4.

$$\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}+\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}+\frac{2}{6}\cdot\frac{1}{5}\cdot\frac{4}{4}=0,4.$$

- Стрелок делает по мишени выстрел. Вероятность попадания равна 0,7. Если он промахивается, то делает повторный выстрел. Какова вероятность того, что стрелок попадёт в мишень либо с первого, либо со второго выстрела?

Исходя из того, как поставлен вопрос, понятно, что необходимо найти сумму вероятностей событий:

«Стрелок попадёт по мишени первым выстрелом»

«Стрелок попадёт по мишени со второго выстрела»

Вероятность попадания первым выстрелом равна 0,7.

Вероятность попадания вторым выстрелом равна $0{,}3 \cdot 0{,}7 = 0{,}21$ (то есть, стрелок первый выстрел делает мимо мишени – вероятность промаха равна 0,3; а вторым выстрелом поражает мишень).

Таким образом, вероятность того, что стрелок попадёт в мишень либо с первого, либо со второго выстрела равна: $0{,}7 + 0{,}21 = 0{,}91$.

Ответ: 0,91

- При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,6, а при каждом последующем — 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,95?

Сколько бы не было сделано выстрелов, все эти события (каждый отдельный выстрел) будут независимыми. При совершении независимых событий (в данном случае группы выстрелов) одновременно вероятность такого события будет равна произведению вероятностей этих независимых событий.

Вероятность поразить цель при первом выстреле равна 0,6.

Значит, вероятность промахнуться при первом выстреле равна 0,4.

Вероятность поразить цель при каждом последующем выстреле (втором ит.д.) равна 0,8. Значит, вероятность промаха при каждом последующем выстреле равна 0,2.

Необходимо поставить вопрос: каким образом может быть поражена цель? Цель может быть поражена либо при первом выстреле, либо вторым выстрелом, либо третьим, либо четвёртым, либо пятым выстрелом и т.д. …

Все перечисленные события независимые. Найдём их вероятности.

При первом:
Вероятность поражения равна 0,6.
При втором:
Вероятность поражения равна $0,4 \cdot 0,8 = 0,32$ (мимо-попал). То есть, вероятность поражения цели не более, чем двумя выстрелами равна $0,6 + 0,32 = 0,92 < 0,95$
При третьем:
Вероятность поражения равна $0,4 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,064$ (мимо-мимо-попал).
То есть, вероятность поражения цели не более, чем тремя выстрелами равна $0,6 + 0,32 + 0,064 = 0,984 > 0,95$
Таким образом, необходимо сделать три выстрела, чтобы мишень была поражена с вероятностью не менее 0,95.
Ответ: 3