Тема: «Из истории тригонометрии. Материалы к уроку»

Проблема:

- Ученикам часто кажется, что тригонометрия – это скучный набор формул и графиков. И они не догадываются, что многое из того что нас окружает: восход и заход Солнца, затмения и движения планет, вращение колеса и биение сердца — это периодические процессы и явления, которые можно описать тригонометрическими функциями.

Тригонометрические функции

Сам термин «тригонометрические функции» введён Клюгелем в 1770.

- **Тригонометрические функции** — элементарные функции — элементарные функции, которые исторически возникли при рассмотрении прямоугольных треугольников — элементарные функции, которые исторически возникли при рассмотрении прямоугольных треугольников и выражали зависимости сторон этих треугольников от острых углов при гипотенузе — элементарные функции, которые исторически возникли при рассмотрении прямоугольных треугольников и выражали зависимости сторон этих треугольников от острых углов при гипотенузе (или, что эквивалентно, зависимость хорд — элементарные функции, которые исторически возникли при рассмотрении прямоугольных треугольников и выражали зависимости сторон этих треугольников от острых углов при гипотенузе (или, что эквивалентно,

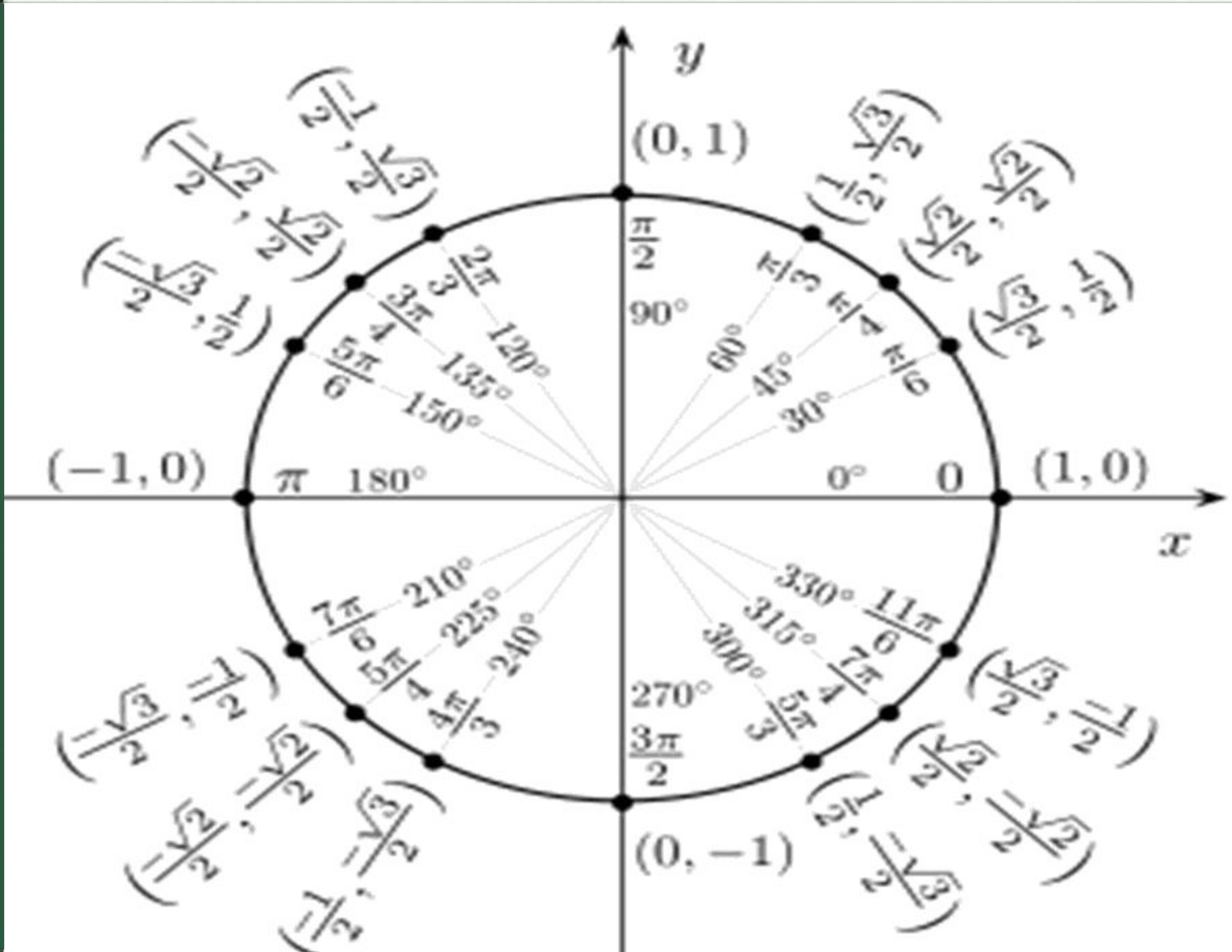
- К тригонометрическим функциям относятся:
- **прямые тригонометрические функции**
- синус (sin x)
- косинус (cos x)
- **производные тригонометрические функции**
- тангенс (tg x)
- котангенс (ctg x)
- **другие тригонометрические функции**
- секанс (sec x)
- косеканс (cosec x)
- В западной литературе тангенс, котангенс и косеканс обозначаются tan x, cot x, csc x.

- Кроме упомянутых существуют также редко используемые тригонометрические функцииКроме упомянутых существуют также редко используемые тригонометрические функции (версинус и т.д.), а также обратные тригонометрические функции(арксинус, арккосинус и т. д.), рассматриваемые в отдельных статьях.
- Синус и косинус вещественного аргумента являются периодическими непрерывнымиСинус и косинус вещественного аргумента являются периодическими непрерывными и

- Остальные четыре функции на вещественной оси также вещественнозначные, периодические и неограниченно дифференцируемые на области определения, но не непрерывные. Тангенс и секанс имеют разрывы второго рода в точках $\pm\pi n + \pi/2$, а котангенс и косеканс — в точках $\pm\pi n$.

Древняя Греция

- Потребность в решении треугольников раньше всего возникла в астрономии: и в течении долгого времени тригонометрия развивалась изучалась как один из отделов астрономии. Насколько известно: способы решения треугольников (сферических) первые были письменно изложены греческим астрономом **Гиппархом** в середине 2 века до н.э. Наивысшими достижениями греческая тригонометрия обязана астроному Птолемею (2 век н.э.), создателю геоцентрической системы мира,



y
x
(0, 1)
(1, 0)
(−1, 0)
(0, −1)
0
0°
π/6
30°
π/4
45°
π/3
60°
π/2
90°
2π/3
120°
3π/4
135°
5π/6
150°
π
180°
7π/6
210°
5π/4
225°
4π/3
240°
3π/2
270°
5π/3
300°
7π/4
315°
11π/6
330°

- Значительный вклад в развитие тригонометрии внесли арабские ученые Аль-Батани (850-929) и Абу-ль-Вафа, Мухамед-бен Мухамед (940-998), который составил таблицы синусов и тангенсов через 10’ с точностью до 1/604. Теорему синусов уже знали индийский ученый Бхаскара (р. 1114, год смерти неизвестен) и азербайджанский астроном и математик Насиреддин Туси Мухамед (1201-1274). Кроме того, Насиреддин Туси в своей работе «Трактат о полном четырехстороннике» изложил плоскую и сферическую тригонометрию как самостоятельную дисциплину.

- Длительную историю имеет понятие синус. Фактически различные отношения отрезков треугольника и окружности (а по существу, и тригонометрические функции) встречаются уже в III веке до н.э. в работах великих математиков Древней Греции – Евклида, Архимеда, Апполония Пергского.

- В римский период эти отношения достаточно систематично исследовались Менелаем (I век н.э.), хотя и не приобрели специального названия. Современный синус a, например, изучался как полухорда, на которую опирается центральный угол величиной a, или как хорда удвоенной дуги.

История понятия синуса

- Слово синус появилось в математике далеко не сразу. Этот термин имеет свою длительную (начиная с I-II вв.) и интересную историю. Зарождение тригонометрии связано с именами александрийских астрономов и в первую очередь с именем ***Клавдия Птолемея***.

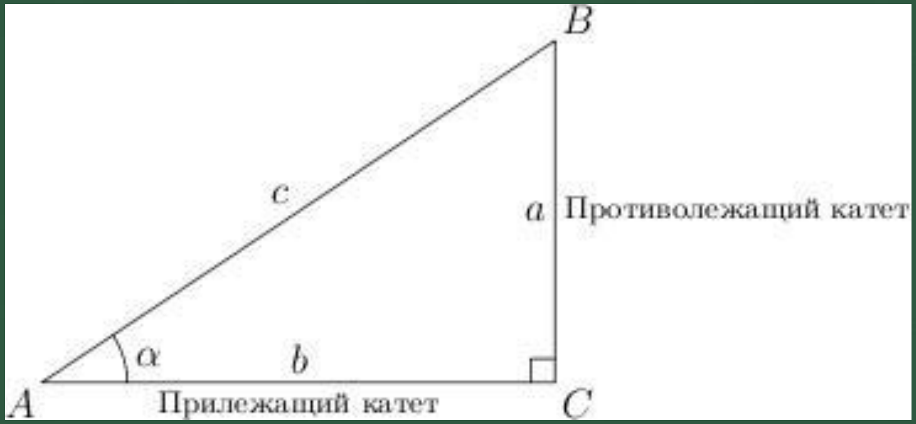

10
20
30
40
50
60
70

История понятия косинуса

- Слово косинус намного моложе. Косинус – это сокращение латинского выражения completely sinus, т. е. “дополнительный синус” (или иначе “синус дополнительной дуги”; cosa = sin(90° - a)). Современное обозначение синуса sin и косинуса cos введено Леонардом Эйлером в XVIII веке.

прямые тригонометрические функции

синус (sin x), косинус (cos x)



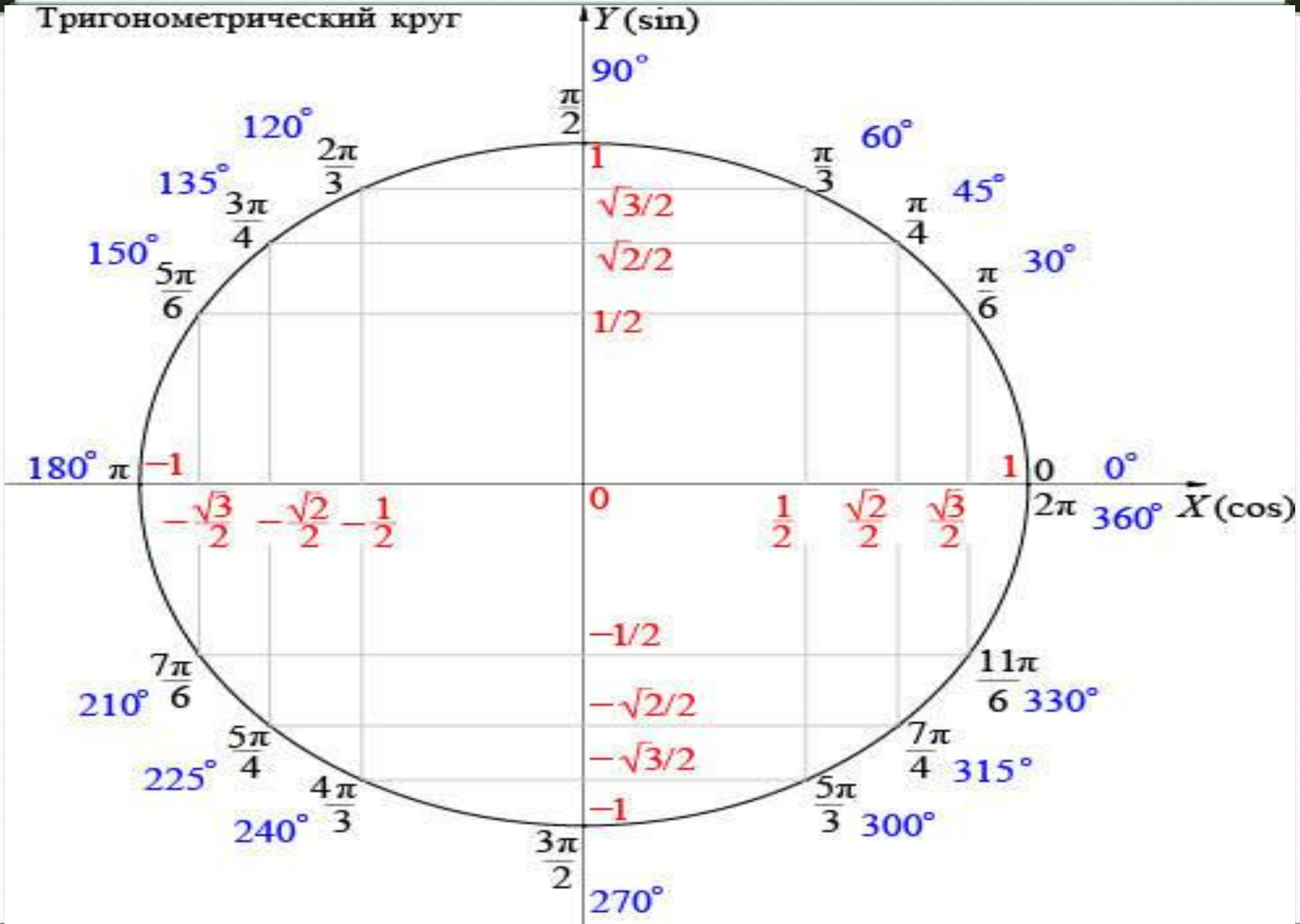
$$\sin A = \frac{a}{c}$$

$$\cos A = \frac{b}{c}$$

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике — это отношение противолежащего катета к гипотенузе:

Косинус острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение прилежащего катета к гипотенузе:

Тригонометрический круг



История развития тангенса

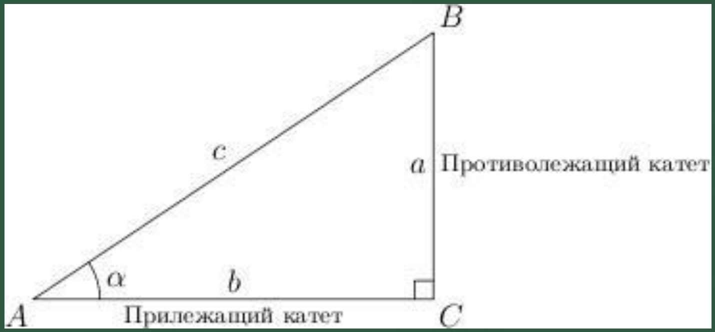
- Тангенсы возникли в связи с решением задачи об определении длины тени. Тангенс (а также котангенс) введен в X веке арабским математиком Абу-ль-Вафой, который составил и первые таблицы для нахождения тангенсов и котангенсов. Однако эти открытия долгое время оставались неизвестными европейским ученым, и тангенсы были заново открыты лишь в XIV веке немецким математиком, астрономом Регимонтаном (1467 г.). Он доказал теорему тангенсов. Региомонтан составил также подробные тригонометрические таблицы; благодаря его трудам плоская и сферическая тригонометрия стала самостоятельной дисциплиной и в Европе.
- Название «тангенс», происходящее от латинского tanger (касаться), появилось в 1583 г. Tangens переводится как «касающийся» (линия тангенсов – касательная к единичной окружности).

История возникновения котангенса

- Не сохранилась. По видимому, его "родил" тангенс, когда как-то перевернулся (шутка).

производные тригонометрические функции

тангенс (tg x), котангенс (ctg x)



Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение противолежащего катета к прилежащему

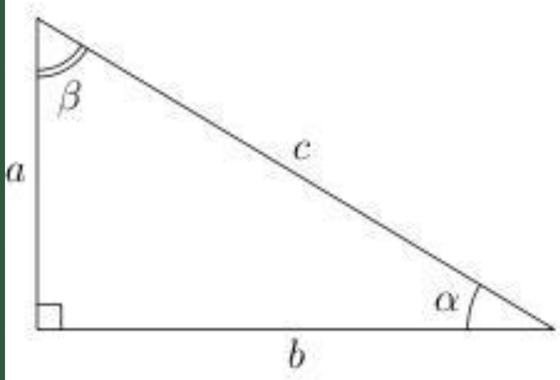
$$\operatorname{tg} A = \frac{a}{b}$$

Котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике — отношение прилежащего катета к противолежащему (или, что то же самое, отношение косинуса к синусу):

$$\operatorname{ctg} A = \frac{b}{a} = \frac{\cos A}{\sin A}$$

Формулы

Тригонометрические функции в прямоугольном треугольнике



$$\sin\alpha = \frac{a}{c} \qquad \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} \qquad 1 + \mathrm{tg}^2\,\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \qquad \cos\alpha = \sin\beta$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{b} \qquad 1 + \mathrm{ctg}^2\,\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha} \qquad \sin\alpha = \cos\beta$$

$$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{b}{a} \qquad \mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{ctg}\,\beta$$

Спасибо за внимание!