
Центр повышения квалификации
«Московский областной центр Интернет-Образования»

Если ты услышишь, что кто-то не
любит математику, не верь.

Её нельзя не любить - её можно
только не знать.

Выполнил
Учитель математики
Мустафина Р.Н.

Решение квадратных уравнений

ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Квадратным уравнением называется

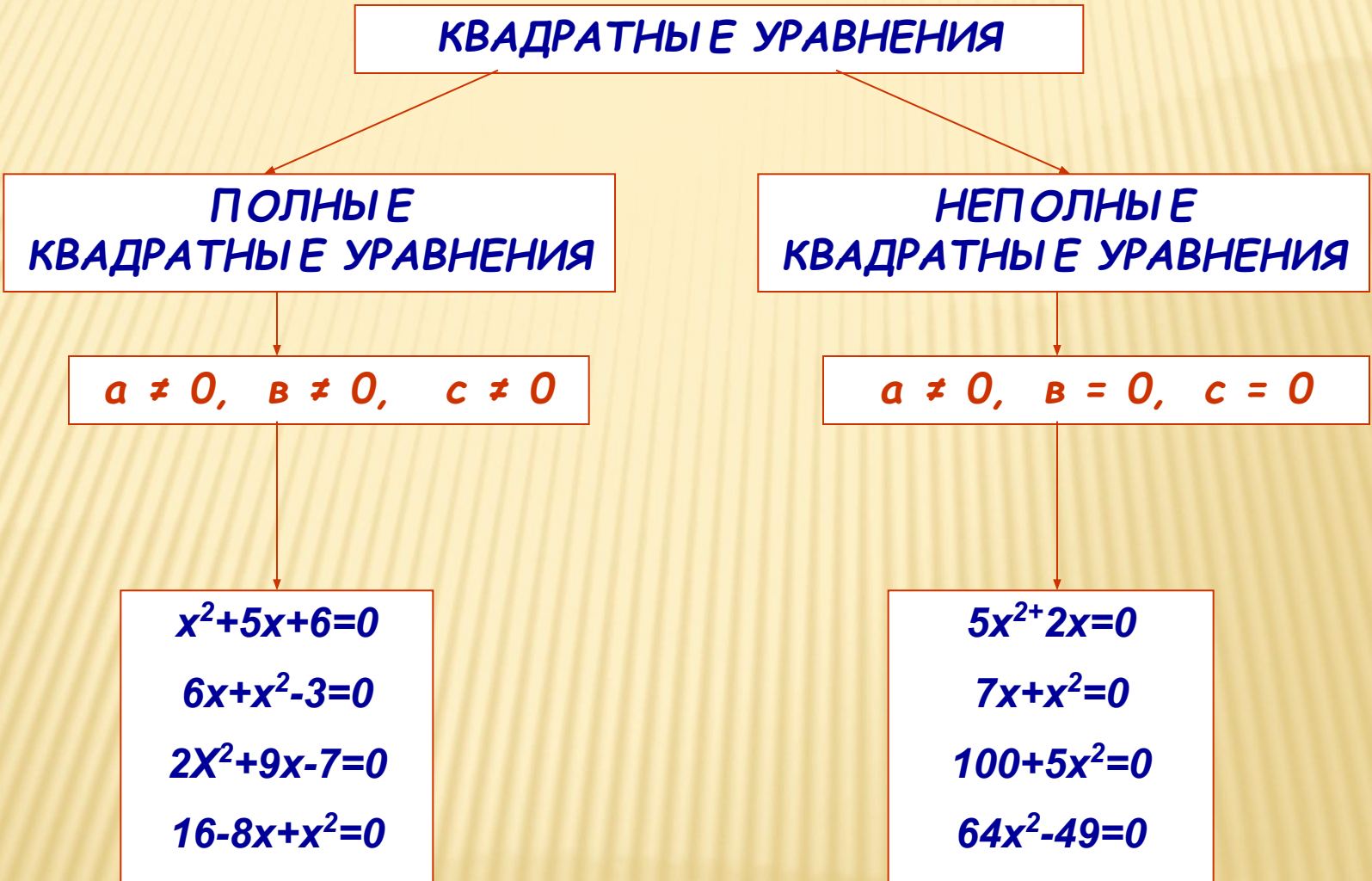
уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,

где x - переменная,

a , b и c некоторые числа,

причем $a \neq 0$.

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ



```
graph TD; A[КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ] --> B[ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ]; A --> C[НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ]; B --> D["a ≠ 0, b ≠ 0, c ≠ 0"]; C --> E["a ≠ 0, b = 0, c = 0"]; D --> F["x²+5x+6=0<br/>6x+x²-3=0<br/>2x²+9x-7=0<br/>16-8x+x²=0"]; E --> G["5x²+2x=0<br/>7x+x²=0<br/>100+5x²=0<br/>64x²-49=0"];
```

ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$6x + x^2 - 3 = 0$$

$$2x^2 + 9x - 7 = 0$$

$$16 - 8x + x^2 = 0$$

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b = 0, c = 0$$

$$5x^2 + 2x = 0$$

$$7x + x^2 = 0$$

$$100 + 5x^2 = 0$$

$$64x^2 - 49 = 0$$

ЗАПОЛНИ ТАБЛИЦУ

$ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c	$b^2 - 4ac$	$\sqrt{b^2 - 4ac}$
$x^2 + 6x + 8 = 0$					
$2x^2 + 3x - 2 = 0$					
$-x^2 + 7x + 18 = 0$					
$\frac{1}{2}x^2 - 2 = 0$					
$5x^2 - x = 0$					

ОТВЕТ

	a	b	c		
$x^2 + 6x + 8 = 0$	1	6	8	$36 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4$	2
$2x^2 + 3x - 2 = 0$	2	3	-2	$9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$	5
$-x^2 + 7x + 18 = 0$	-1	7	18	$49 - 4 \cdot (-1) \cdot 18 = 81$	9
		0	-2	$0 - 4 \cdot 0,5 \cdot (-2) = 4$	2
	5	-1	0	$1 - 4 \cdot 5 \cdot 0 = 1$	1

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

1. Перенос c в правую часть уравнения.

$$ax^2 = -c$$

2. Деление обеих частей уравнения на a .

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

3. Если $-c/a > 0$ - два решения:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \quad \text{и} \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Если $-c/a < 0$ - нет решений

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

1. Вынесение x за скобки:

$$x(ax + b) = 0$$

2. Разбиение уравнения на два равносильных:

$$x=0 \quad \text{и} \quad ax + b = 0$$

3. Два решения:

$$x = 0 \quad \text{и} \quad x = -b/a$$

$$b, c=0$$

$$ax^2=0$$

1. Деление обеих частей уравнения на a .

$$x^2 = 0$$

2. Одно решение: $x = 0$.

РЕШИ САМОСТОЯТЕЛЬНО УРАВНЕНИЯ :

1 вариант

а) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{16} = 0$

б) $(x + 2)^2 + (x - 3)^2 = 13$

2 вариант

а) $3x + 2x^2 = 0$

б) $9x^2 - 25 = 0$

3 вариант

а) $5x^2 - 3x = 0$

б) $100 + 5x^2 = 0$

Способы решения полных квадратных уравнений

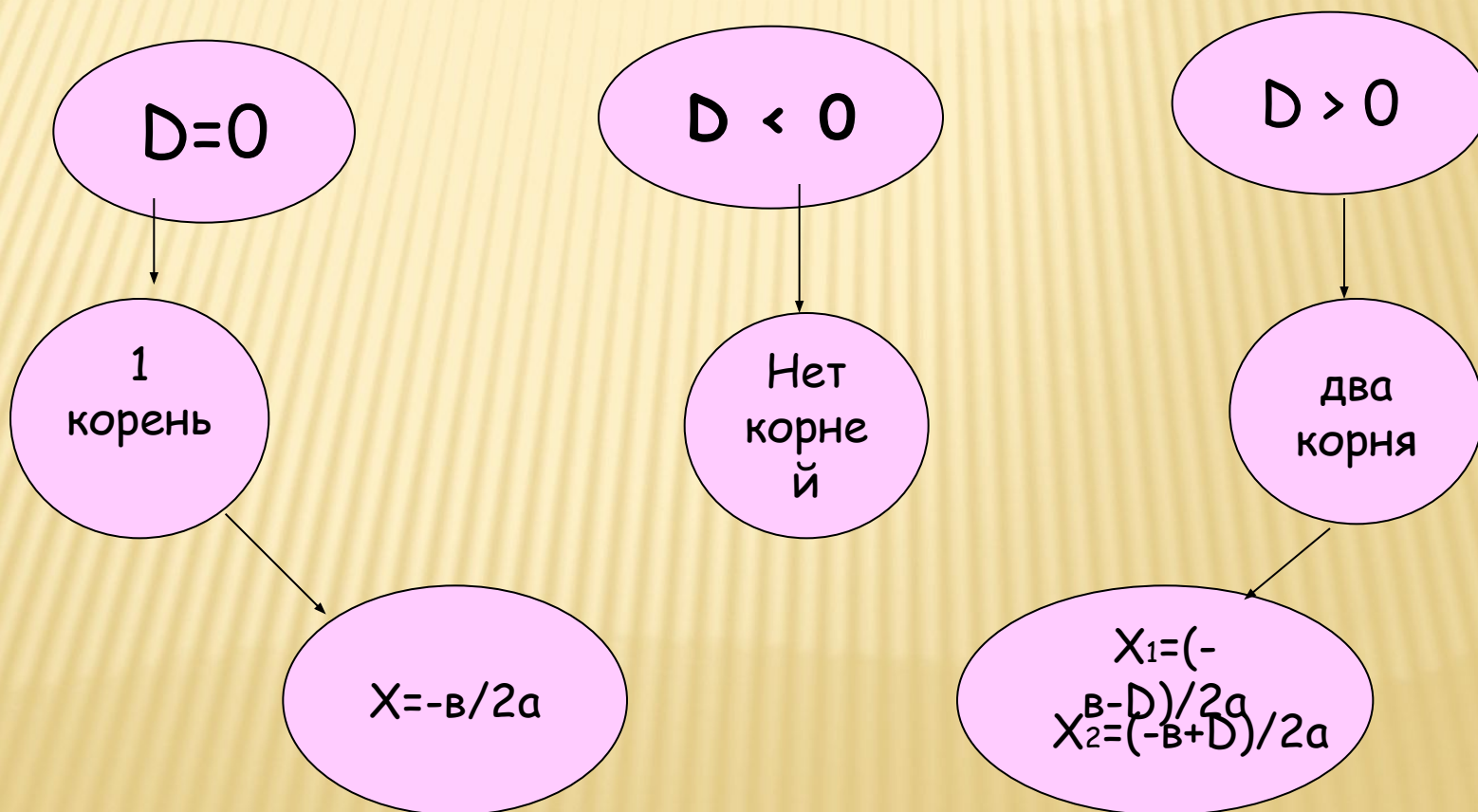


1. Выделение квадрата двучлена.
2. Формула: $D = b^2 - 4ac$, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
3. Теорема Виета.

ОТ ЧЕГО ЗАВИСИТ КОЛИЧЕСТВО КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ?

Ответ:

От знака D .



ЗАПОЛНИ ТАБЛИЦУ

$ax^2 + bx + c = 0$	$b^2 - 4ac$	Количество корней
$x^2 - 6x + 9 = 0$		
$x^2 - 2x + 3 = 0$		
$x^2 + 7x - 1 = 0$		
$\frac{1}{2}x^2 - 3x - 6 = 0$		
$-3x^2 + x - 2 = 0$		

ОТВЕТ

$ax^2 + bx + c = 0$	$b^2 - 4ac$	Количество корней
$x^2 - 6x + 9 = 0$	0	1
$x^2 - 2x + 3 = 0$	-8	нет
$x^2 + 7x - 1 = 0$	45	2
$\frac{1}{2}x^2 - 3x - 6 = 0$	12	2
$-3x^2 + x - 2 = 0$	-25	нет

Теорема Виета

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

$x^2+px+g=0$ - приведенное квадратное уравнение.

По теореме Виета: $x_1 + x_2 = -p$

$$x_1 \cdot x_2 = g$$

РЕШИТЕ УРАВНЕНИЕ

ОТВЕТ

$$x^2 + 12x + 20 = 0$$

$$-x^2 - 6x - 73 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

ОТВЕТ

ОТВЕТ

$$X^2 + 12x + 20 = 0$$

-10; -2

$$-X^2 - 6x - 73 = 0$$

Нет

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

-1

-1; 0

-7; 2

Исторические сведения:

Квадратные уравнения впервые встречаются в работе индийского математика и астронома Ариабхатты.

Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в) изложил общее правило решения квадратных уравнений, которое практически совпадает с современным.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Задача Бхаскары :

Обезьянок резвых стая, всласть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая на полянке забавлялась.
А двенадцать по лианам стали прыгать, повисая.
Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне, в этой стая?

Решение задачи Бхаскары:

Пусть было x обезьянок,
тогда на поляне забавлялось $-\left(\frac{x}{8}\right)^2$.

Составим уравнение:

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

Ответ $x_1 = 16$, $x_2 = 48$ обезьянок.

СПАСИБО ЗА УРОК!!!

