

ГБПОУ АЭК

урок № 32-33



Преподаватель математики
Султаханова З.Р.
Хасавюрт-2018г

Тема урока:

**Решение простейших
тригонометрических
уравнений**

Цели урока:

- 1. Образовательные:** *обобщить знания по теме «Тождественные преобразования в тригонометрии», сформировать навыки и умения по решению простейших тригонометрических уравнений, научить применять знания, умения и навыки в новой ситуации*
- 2. Развивающие:** *развивать логическое мышление, вычислительные навыки, умение пользоваться опорными конспектами, таблицами, расширить кругозор учащихся,*
- 3. Воспитательные:** *воспитывать стремление к овладению знаниями, интерес к предмету, культуру мышления, культуру речи, познакомить учащихся с практическим применением тригонометрии в различных областях деятельности человека*

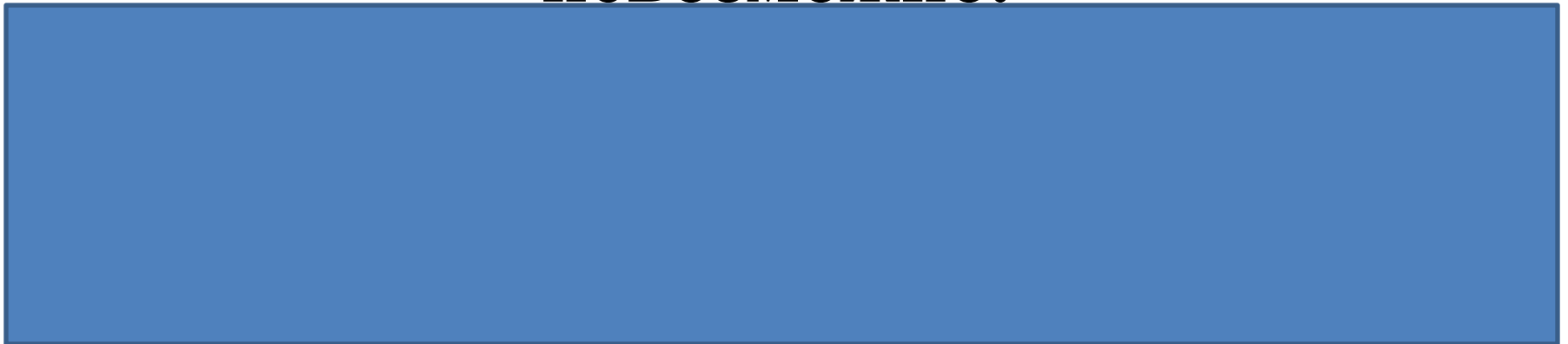
План урока:

1. Применение тригонометрии в жизни
2. «Счастливый случай» - актуализация знаний
3. Решение простейших тригонометрических уравнений
4. Опережающее домашнее задание

Тригонометрия в астрономии

1. Сила тригонометрии в том , что она выступает как словарь переводящий геометрию на язык чисел и наоборот.

2. $\sin$ а позволяет измерить расстояние, когда точное измерение провести НЕВОЗМОЖНО.



Тригонометрия? Геометрия?

Тригонометрия

**раздел математики, изучающий
соотношение сторон
и углов в треугольнике.**

**Что означает соотношение
сторон и углов в треугольнике?**

Практическое применение тригонометрии

Применение в технике

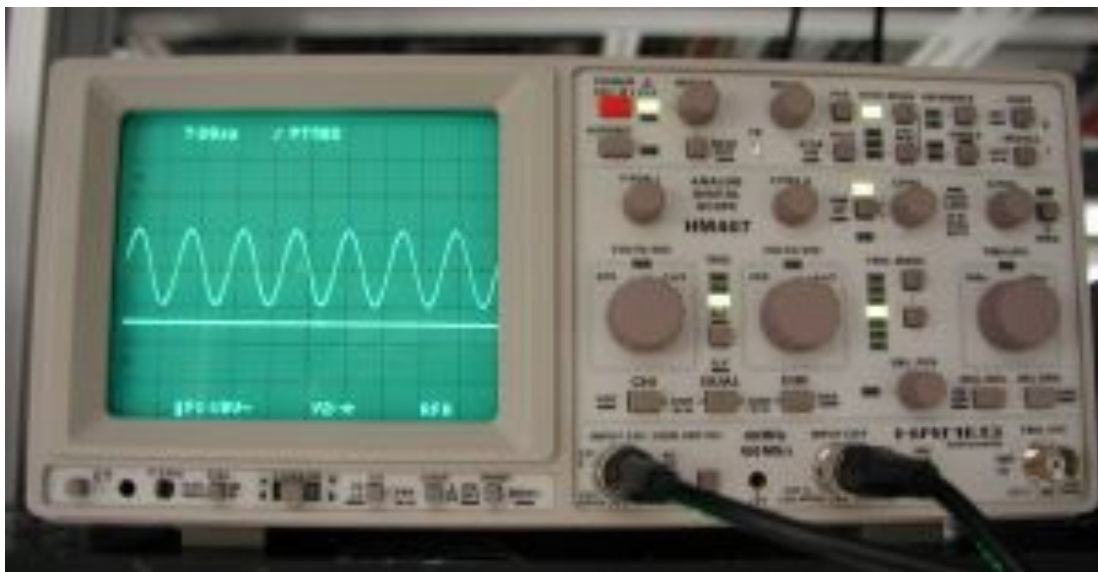
Применения тригонометрии разнообразны.

Принцип действия самозахватывающего ключа основан на измерении косинуса угла между захватами. При уменьшении угла косинус возрастает - захваты смыкаются.

При смыкании небольшое перемещение захватов обеспечивает плотное сцепление с отвинчиваемой деталью.



Применение в электротехнике



- В технике и окружающем нас мире часто приходится сталкиваться с периодическими процессами, которые повторяются через одинаковые промежутки времени. Такие процессы называют колебательными, например, колебания тока в электрической цепи. Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям, которые можно описать по закону синуса или косинуса.
- **Осциллограф** — прибор, предназначенный для исследования электрических сигналов путем визуального наблюдения графика сигнала на экране либо записанного на фотоленте, а также для измерения параметров сигнала (амплитуды, периода) по форме графика.

«СЧАСТЛИВЫЙ СЛУЧАЙ»



1курс
ГБПОУ
АЭК

I гейм
«Дальше, дальше, дальше ...»

II гейм
«Заморочки из бочки»

III гейм
«Ты - мне, я - тебе»

IV гейм
«Темная лошадка»

I гейм

«Дальше, дальше, дальше ...»

определен

1

Найти значение выражения

$$3 \cos 60^\circ + \frac{1}{2}$$

×

3

×

2

×

$\sqrt{3}/2$

×

$1/2$

ОТВЕТ



определен

1 Найти значение выражения

$$4 \cos 180^\circ - 3$$

×

3

×

-7

×

$\sqrt{3}/2$

×

1/2

ОТВЕТ



определен

2 Найти значение выражения

$$2 \sin 60^\circ + \sin 90^\circ$$

×

2

×

$\sqrt{3}$

×

$\sqrt{3} + 1$

×

1

ОТВЕТ



определен

2 Найти значение выражения

$$2 \sin 90^\circ - \cos 270^\circ$$

×

-2

×

$\sqrt{3}$

×

2

×

1

ОТВЕТ



свойства тригонометрических функций

3 Определить знак
выражения

$$\cos 10^\circ \cdot \sin 15^\circ$$

×

+

×

−

ОТВЕТ



свойства тригонометрических функций

3 Определить знак
выражения

$$ctg(-2^\circ) \cdot tg(48^\circ)$$



ОТВЕТ



радианная мера угла

4 Найдите градусную меру
угла

$$\pi / 12$$

×

30°

×

15°

×

72°

×

64°

ОТВЕТ



радианная мера угла

4 Найдите градусную меру
угла

$$\pi / 5$$

☐

30°

☐

36°

☐

72°

☐

64°

ОТВЕТ



II гейм
«Заморочки из бочки»

1

3

2

4

5

7

6

8

9

10

Счастливый
случай



**В прямоугольном
треугольнике отношение
противолежащего катета к
гипотенузе **синусом** острого
угла.**

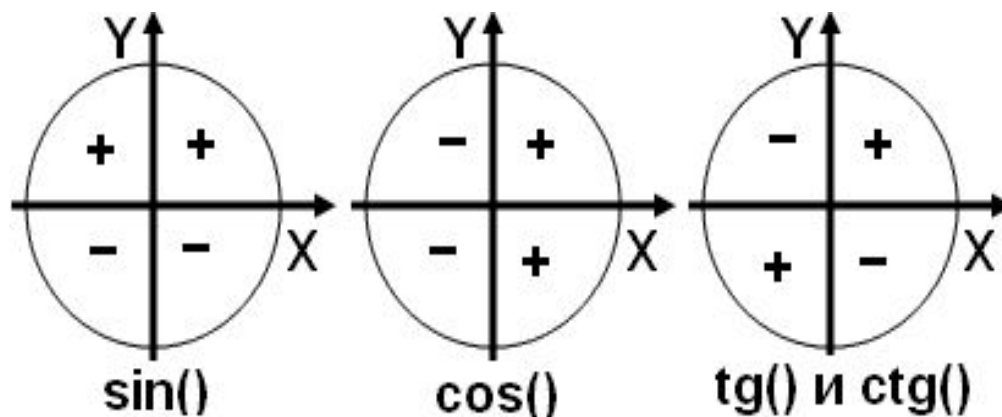


**Отношение
прилежащего катета к
гипотенузе —
косинусом
острого угла.**



В каких четвертях $\cos \alpha > 0$?

1 и 4



В какой четверти находится
угол, равный 371° ?

1



Вычислите:

$2\arccos 0 + 3\arccos 1$

π



Вычислите:

$$12\arcsin 0 + 3\arccos \pi$$

-3



**Может ли существовать такой
треугольник, у которого углы
 30° , $\pi/4$; $2\pi/3$?**

**Нет, так как сумма
углов треугольника
равна 180° .**



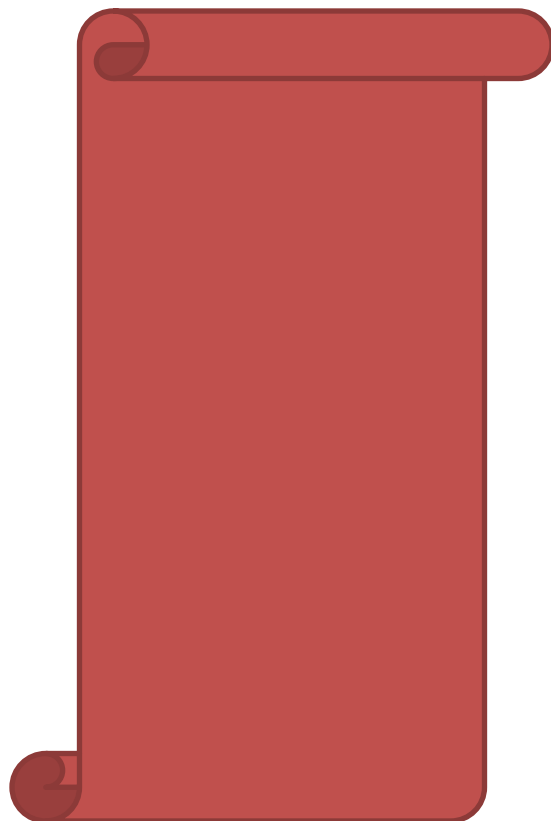
Может ли косинус или синус быть
равным:

0,75

$5/3$

-0,35

$\sqrt{2} / 2$



Упростите выражение:

$$\sin \frac{2\pi}{15} \cdot \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{15} \cdot \sin \frac{\pi}{5}$$

$$\cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{42} + \sin \frac{2\pi}{7} \cdot \sin \frac{5\pi}{42}$$

$$\cos (\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta;$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\operatorname{tg} (\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}; \quad \operatorname{tg} (\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$



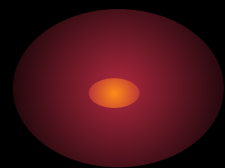
Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча в секундах определяется по формуле

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$$

При каком наименьшем значении угла α в градусах время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с, $g = 10$ м/с².



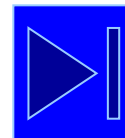
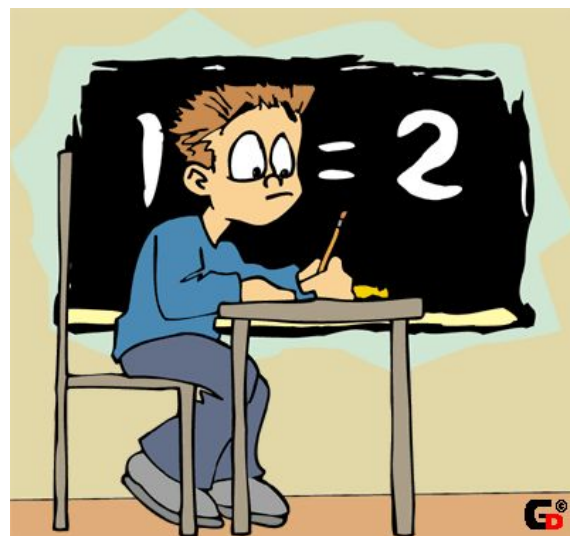
+ 3 очка



Сравните:

$$2\textcolor{blue}{\arcsin}(\cos 45^\circ) \quad \text{и} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ты - мне, я - тебе

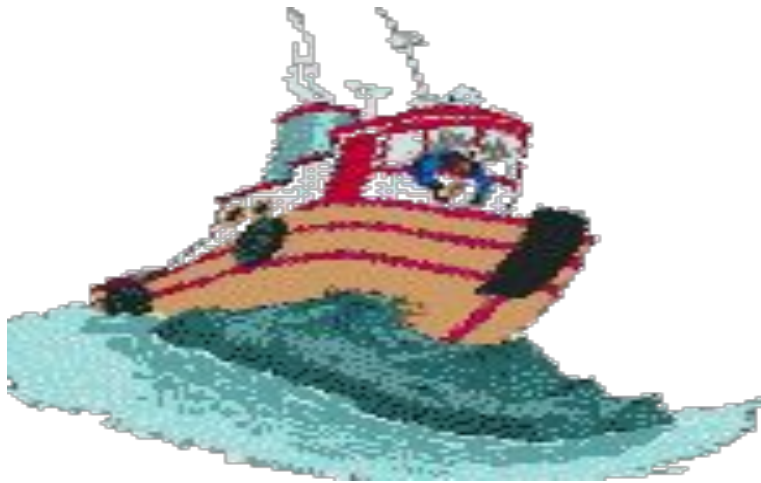




IV гейм
«Темная лошадка»

Тема урока:

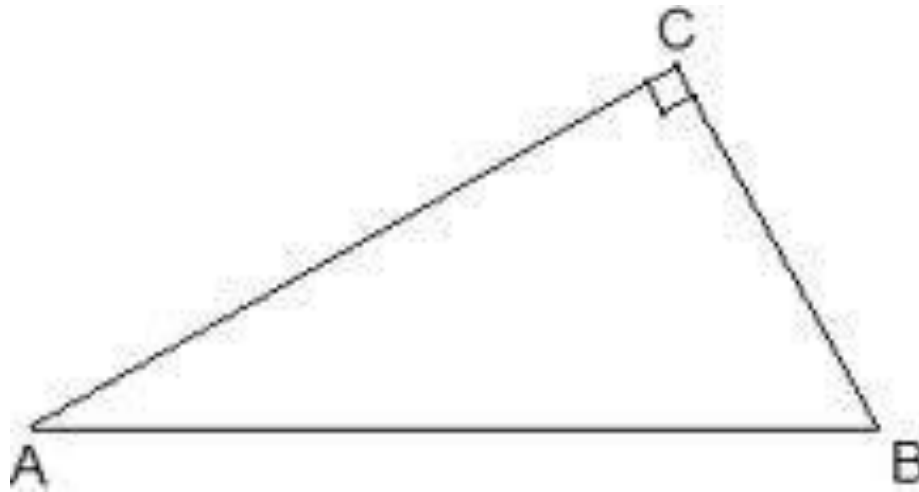
**Решение простейших
тригонометрических уравнений**



Ситуационная задача:

Ваше рыболовецкое судно попало в шторм. Капитан принял решение изменить курс на 90° вправо по движению и идти со скоростью 36 км/ч. Одновременно из Махачкалы вам на помощь вышел крейсер со скоростью 54 км/ч. Под каким углом к первоначальному направлению должен идти крейсер, чтобы в кратчайший срок прибыть к вам на помощь?





*Обозначим x - время, через которое произойдёт встреча.
Тогда AC - первоначальное направление движения нашего судна,
 $CB = 36x$ км - расстояние, пройденное судном до места
встречи, $AB = 54x$ км - расстояние, пройденное крейсером до
места встречи.*

$$\sin A = 36x/54x = 0,6667$$

$$A = \arcsin 0,6667$$

Что называется тригонометрическим уравнением?

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком
тригонометрической
функции, называется тригонометрическим.

Примеры.

$$2 \sin x - 3 \cos x = 1,$$

$$4 \cos^2 x - 3 \cos x - 1 = 0$$

Что значит решить пр. триг.
уравнение?

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

$$1. \cos t = a, \text{ где } |a| \leq 1$$

$$\begin{cases} t = \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ t = -\arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

или

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

$$1) \quad \underline{\cos t = 0} \\ t = \pi/2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \quad \underline{\cos t = 1} \\ t = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$3) \quad \underline{\cos t = -1} \\ t = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

2. $\sin t = a$, где $|a| \leq 1$

$$\begin{cases} t = \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ t = \pi - \arcsin a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

ИЛИ

$$t = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Частные случаи

1) $\sin t = 0$
 $t = \pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) $\sin t = 1$
 $t = \pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $\sin t = -1$
 $t = -\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

$$3. \operatorname{tg} t = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

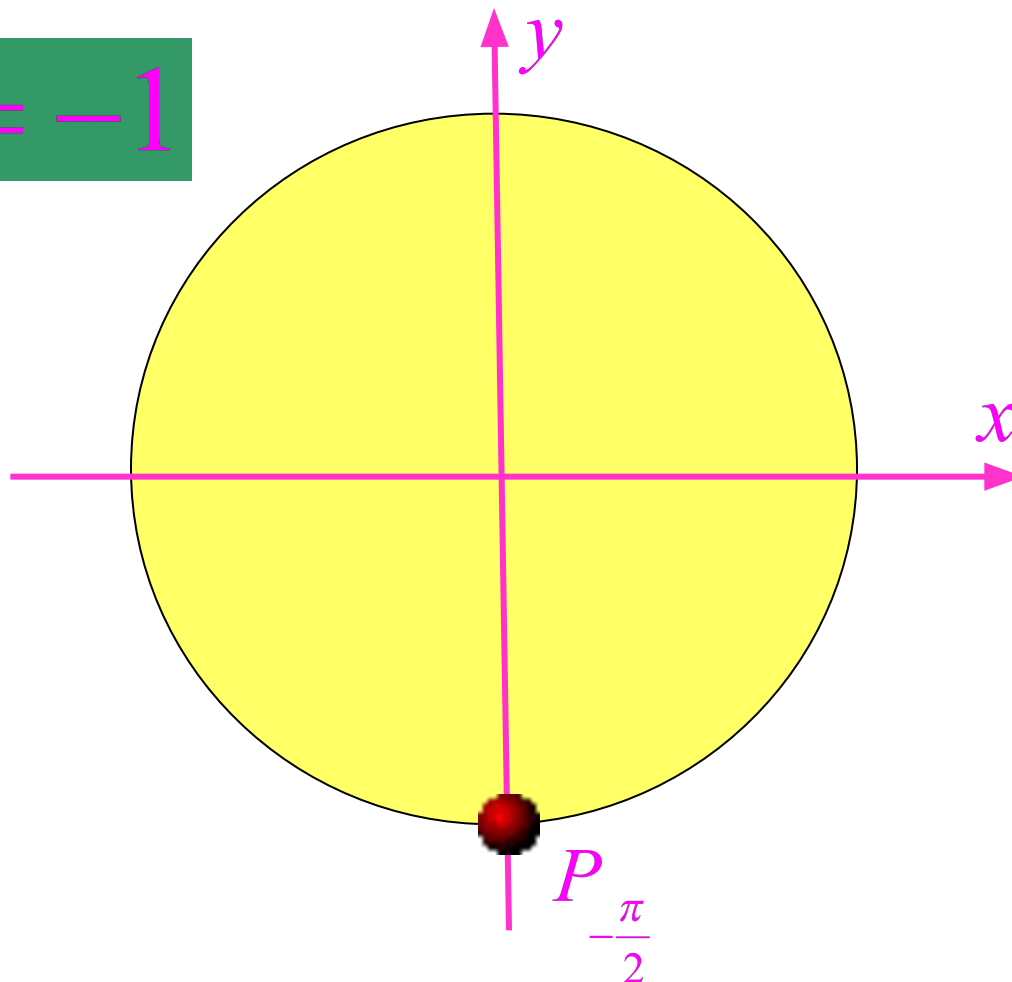
$$4. \operatorname{ctg} t = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$t = \operatorname{arcctg} a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



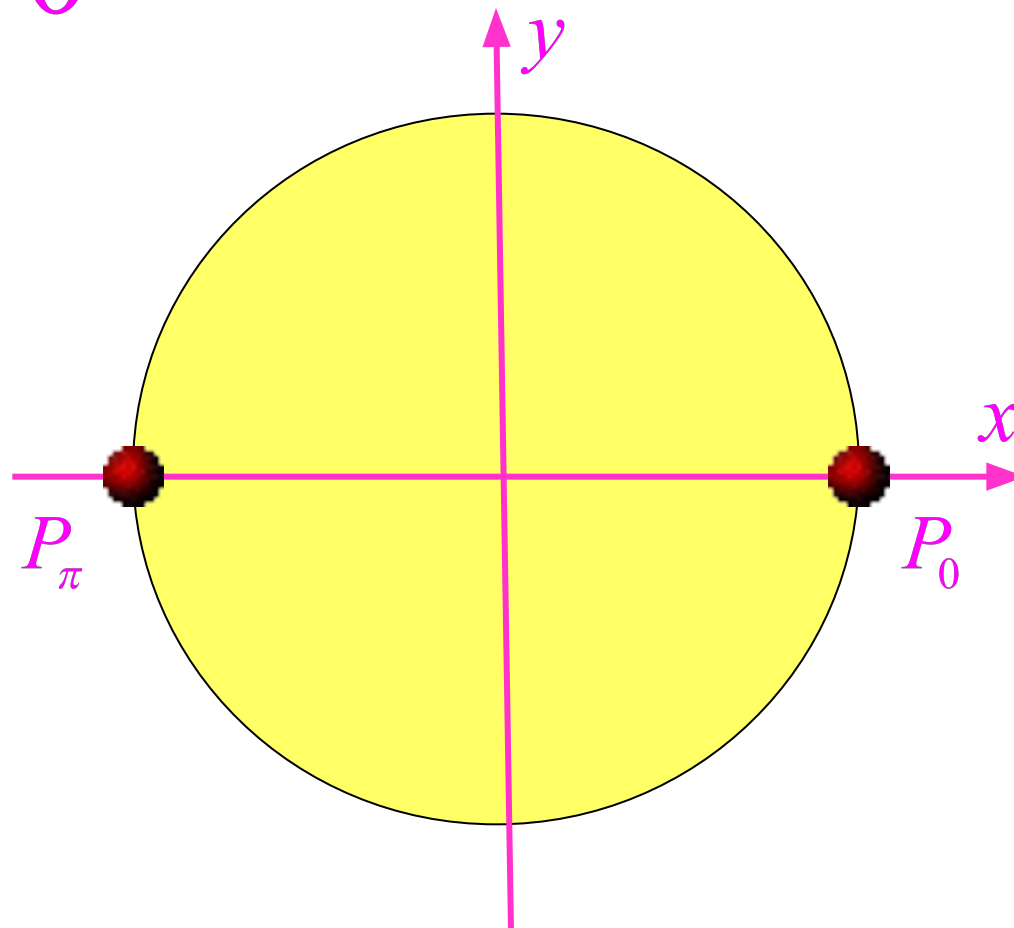
Рассмотрим частные случаи нашего уравнения

$$\sin x = -1$$



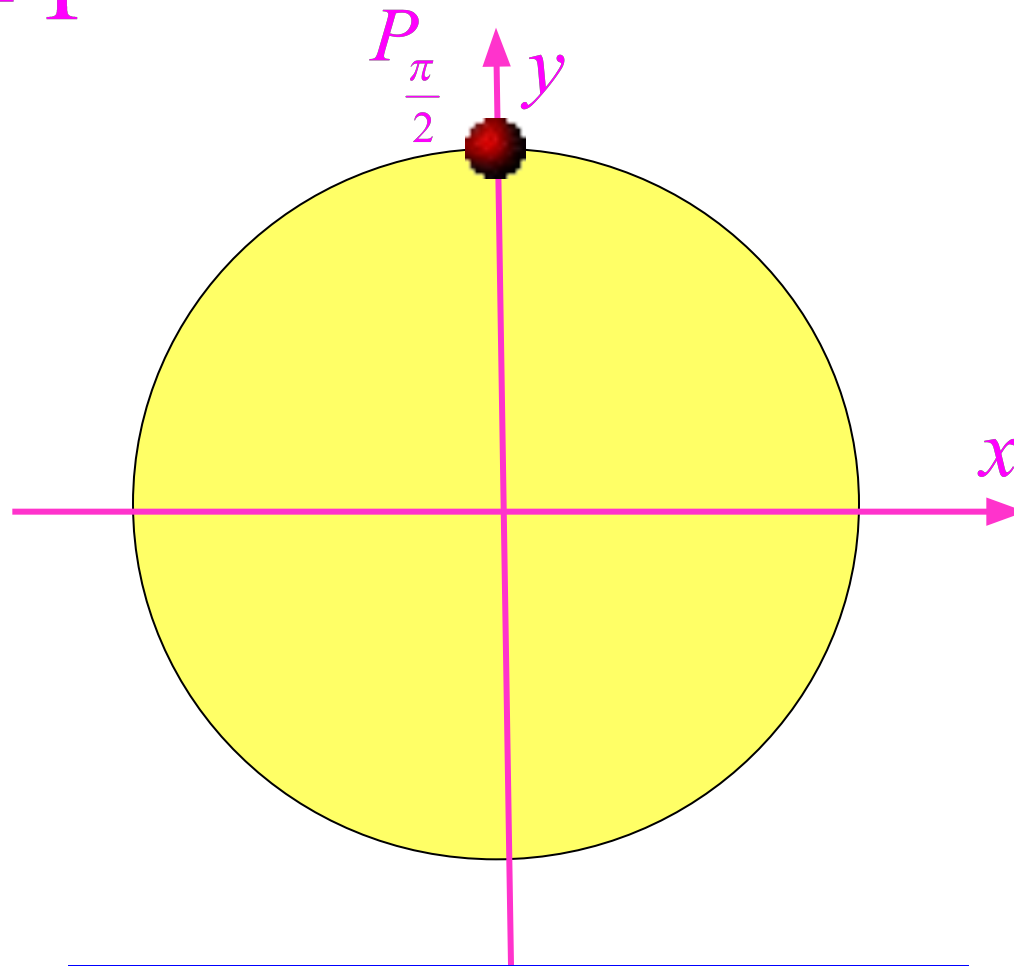
$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 0$$



$$x = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1$$



$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Формулы для решения простейших тригонометрических уравнений

$$\underline{\cos x = a}$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 1 \quad x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0 \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = -1 \quad x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\underline{\sin x = a}$$

$$x = (-1)^n \arccos a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1 \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 0 \quad x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1 \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\underline{\operatorname{tg} x = a}$$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\underline{\operatorname{ctg} x = a}$$

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

A	a	-1	0	1
$\sin x = A$	$(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\cos x = A$	$\pm \arccos a + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$
$\operatorname{tg} x = A$	$\operatorname{arctg} a + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	πn	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
$\operatorname{ctg} x = A$	$\operatorname{arcctg} a + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$

Решение уравнений:

$$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

A	a	-1	0	1
$\sin x = A$	$(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\cos x = A$	$\pm \arccos a + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$
$\operatorname{tg} x = A$	$\operatorname{arctg} a + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	πn	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
$\operatorname{ctg} x = A$	$\operatorname{arcctg} a + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$

ЗНАЧЕНИЯ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

a	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin a$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\arccos a$	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

a	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} a$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{arcctg} a$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

Решение уравнений:

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

A	a	-1	0	1
$\sin x = A$	$(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\cos x = A$	$\pm \arccos a + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$
$\operatorname{tg} x = A$	$\operatorname{arctg} a + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	πn	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
$\operatorname{ctg} x = A$	$\operatorname{arcctg} a + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$

ЗНАЧЕНИЯ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

a	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin a$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\arccos a$	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

a	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} a$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{arcctg} a$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

Решение уравнений:

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

A	a	-1	0	1
$\sin x = A$	$(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\cos x = A$	$\pm \arccos a + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$
$\operatorname{tg} x = A$	$\operatorname{arctg} a + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	πn	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
$\operatorname{ctg} x = A$	$\operatorname{arcctg} a + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$

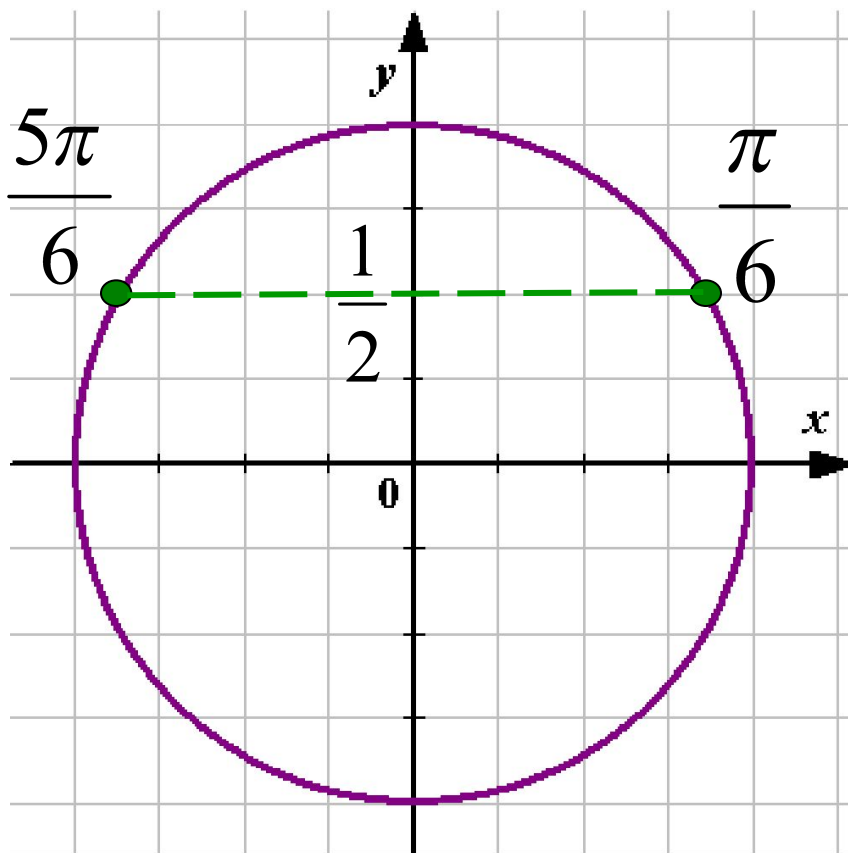
ЗНАЧЕНИЯ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

a	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin a$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\arccos a$	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

a	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} a$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{arcctg} a$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

1

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



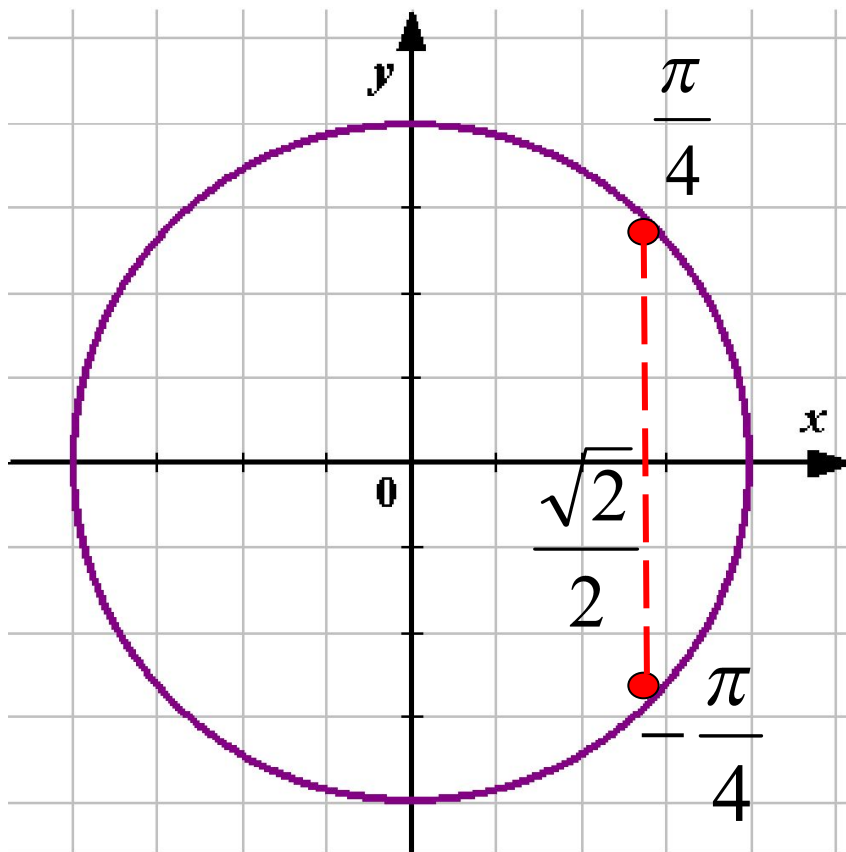
$$\sin x = 1/2$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

2

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



$$\cos x = \sqrt{2}/2$$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Чтобы успешно решать простейшие тригонометрические уравнения нужно

- 1) уметь отмечать точки на числовой окружности;**
- 2) уметь определять значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для точек числовой окружности;**
- 3) знать свойства основных тригонометрических функций;**
- 4) знать понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса и уметь отмечать их на числовой окружности.**

Рефлексия

**Чем мы с вами занимались
на уроке?**

Что нового вы узнали?

Что понравилось?

Что не понравилось?

Не забывайте готовиться к урокам!

Обратные тригонометрические функции. Арксинус, арккосинус, арктангенс.

- **План урока:**

- 1. Уравнения сводимые к квадратным**
- 2. Разложение на множители**
- 3. Введение новой переменной**

- **Литература: Н.В.Богомолов Практические занятия по математике**

-

<http://www.myshared.ru/slide/330037>

Задание по карточкам.

Удачи!



Виды тригонометрических уравнений

1.Сводимые к квадратным

Решаются методом введения новой переменной

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x + c = 0$$

Пусть $\sin x = p$, где $|p| \leq 1$, тогда $a \cdot p^2 + b \cdot p + c = 0$

Найти корни, вернуться к замене и решить простые уравнения.

Метод введения новой переменной

Применяется при решении тригонометрических уравнений, которые представляют собой квадратные уравнения относительно какой-либо тригонометрической функции.

Если в уравнение входят различные тригонометрические функции, то надо выразить их через одну.

Пример 1

$$8\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$$



Однородные тригонометрические уравнения

- Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = 0$ называют **однородным** тригонометрическим уравнением **первой степени**.
- Уравнение вида $a\sin^2 x + b\sin x \cos x + c\cos^2 x = 0$ называют **однородным** тригонометрическим уравнением **второй степени**

Отличительные признаки однородных уравнений:

- а) все слагаемые имеют одинаковую степень
- б) свободный член равен нулю

Виды тригонометрических уравнений

1)Первой степени:

Решаются делением на $\cos x$ (или $\sin x$) и методом введения новой переменной.

$$a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = 0$$

Т.к. $\sin x$ и $\cos x$ одновременно не равны нулю, то разделим обе части уравнения на $\cos x$ (или на $\sin x$). Получим: простое уравнение

$$a \cdot \operatorname{tg} x + b = 0 \text{ или } \operatorname{tg} x = m$$

Пример. Решите уравнение $\sin x + 2\cos x = 0$.

Решение: Разделим обе части уравнения на $\cos x$.

$$\text{Получим } \frac{\sin x}{\cos x} + 2 \frac{\cos x}{\cos x} = 0$$

$$\operatorname{tg} x + 2 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = -2$$

$$x = -\operatorname{arctg} 2 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\operatorname{arctg} 2 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$

