

Задание 1

Реши квадратное уравнение:

$$X^2 - 2087X + 2086 = 0$$

Проблема 1

Как, не решая уравнение, найти его корни?

Задание 2

Запишите квадратное уравнение, зная его корни:

$$\begin{aligned}x_1 &= 2; \\ x_2 &= 3.\end{aligned}$$

Проблема 2

Можно ли записать квадратное уравнение, зная его корни?

Задание 3

Определите знаки корней:

$$X^2 - 5X + 6 = 0$$

Проблема 3

Можно ли определить знаки корней квадратного уравнения, не решая его?

Домашнее задание: найти корни

$$X^2 - 3X - 4 = 0$$

$$X^2 - 5X - 14 = 0$$

$$X^2 + 5X + 6 = 0$$

$$X^2 + 5X - 6 = 0$$

$$X^2 - 3X + 4 = 0$$

Установите связь между корнями и p , q

p	q	X_1	X_2
- 3	- 4	4	- 1
- 5	- 14	- 2	7
5	6	- 2	- 3
		нет корней	

$X_1 + X_2$	$X_1 * X_2$
3	- 4
5	- 14
- 5	6

Вывод:

$$X_1 + X_2 = - p$$

$$X_1 * X_2 = q$$

Как определить знаки не решая уравнений

	$P > 0$	$P < 0$
$Q > 0$	$X_1 < 0$ $X_2 < 0$	$X_1 > 0$ $X_2 > 0$
$Q < 0$	разные знаки	разные знаки

Теорема Виета



Франсуа Виет (1540–1603) родился во Франции. Разработал почти всю элементарную алгебру; ввёл в алгебру буквенные обозначения и построил первое буквенное исчисление.

Формулировка

- Если x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $x^2+px+q=0$, то $x_1+x_2=-p$, а $x_1 \cdot x_2=q$.

С помощью теоремы Виета можно выразить коэффициенты квадратного уравнения через его корни.

Доказательство

- Мы знаем, что при $D \geq 0$ корни приведённого квадратного уравнения находятся по формуле

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}.$$

- Теперь выполним алгебраические преобразования – и теорема Виета доказана:

$$x_1 + x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right) + \left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2} + \sqrt{D}\right)\left(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}\right) = \frac{p^2}{4} - D = \frac{p^2}{4} - \left(\frac{p^2}{4} - q\right) = q.$$

Обратим внимание

- Ещё одно интересное соотношение – дискриминант уравнения равен квадрату разности его корней:

$$D=(x_1-x_2)^2.$$

Интересные факты

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a + b + c = 0$$



$$x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a};$$

$$a - b + c = 0$$



$$x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a};$$

Посмотрим на теорему Виета в действии

Приведённое квадратное уравнение $x^2 - 7x + 10 = 0$ имеет корни 2 и 5. Их сумма равна 7, а произведение 10.

Мы видим, что сумма корней равна второму коэффициенту с противоположным знаком, а произведение свободному члену.