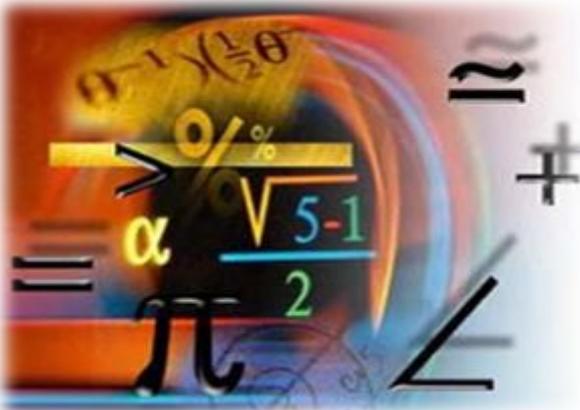




Теория вероятностей в задачах ЕГЭ



Подготовила:
учитель математики
МОУ «Лицей №12»
г. Железногорска
Курской области
Каримова Е.В.

План проведения занятий.

1. *Понятие вероятности события.*

- 1) Классическое определение вероятности.
- 2) «Порядок определяется жеребьевкой».
- 3) Частота события.
- 4) «Спрятанные» и «лишние» условия в заданиях
- 5) Задачи на четность и делимость.
- 6) Задачи с перебором вариантов.
- 7) Сложный перебор вариантов.

2. *Законы вероятностей.*

- 1) Несовместные события и закон сложения.
- 2) Независимые события и закон умножения.
- 3) Ни один, хотя бы один, ровно 1.
- 4) Сочетания законов «и» и законов «или».
- 5) Когда количество участников уменьшается
(условная вероятность)

3. *Задачи повышенной сложности .*



Теория вероятностей в задачах ЕГЭ

***Понятие вероятности
события.***

***Классическое определение
вероятности***



Основные понятия

Случайное – событие, которое нельзя точно предсказать заранее, оно может либо произойти, либо нет.

О каждом таком событии можно сказать, что оно произойдет с некоторой **вероятностью**

$$P = \frac{N\%}{100\%}$$

- **Пример 1.**

Процент брака при производстве стекла составляет 3%. Какова вероятность купить бракованное стекло?

Решение:

$$P = \frac{N\%}{100\%} = \frac{3\%}{100\%} = 0,03$$

Ответ: 0,03.

Бросаем монетку. Орел или решка?

Бросить монетку – испытание

Орел или решка – два возможных
исхода.

Вероятность выпадения орла – $\frac{1}{2}$,
решки – $\frac{1}{2}$.

Бросаем игральную кость (кубик).

Выпадение одного очка – это один исход из шести возможных.

Выпадение двух очков - один исход из шести возможных.

Допустим, нам необходимо выпадение **3** очков, такой исход в теории вероятностей называется **благоприятным.**

Вероятность выпадения четверки – 1/6.

Вероятность выпадения семерки – 0.

Вероятность выпадения четного числа – 1/2.

Вероятность выпадения числа, меньше пяти –

$$P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Берем колоду из 36 карт.

Вероятность вытащить загаданную карту – $1/36$.

Вероятность вытащить туза – $4/36$ или $1/9$.

Вероятность вытащить карту масти бубен – $9/36$ или $1/4$.

Вероятность вытащить красную карту $18/36$ или $1/2$.

Вероятность события
равна отношению числа
благоприятных исходов к
числу всех возможных
исходов:

$$P = \frac{N_{\text{бл}}}{N_{\text{общ}}}$$

Вероятность не может
быть больше 1.



- **Пример 2.**

- Родительский комитет закупил 40 пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них 14 с видами природы и 26 с историческими достопримечательностями. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Пете достанется пазл с видом природы.

- **Решение:**

$$N_{\text{бл.}} = 14$$

$$N_{\text{общ.}} = 40$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{14}{40} = 0,35$$

Ответ: 0,35

Задания для закрепления

- В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет зеленое такси. **0,4**
- На тарелке 16 пирожков: 7 с рыбой, 5 с вареньем и 4 с вишней. Юля наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней. **0,25**
- В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 27 из них черные с желтыми надписями на бортах, остальные – желтые с черными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина желтого цвета с черными надписями. **0,46**

- **Пример 3.**

- На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

- **Решение:**

$$N_{\text{общ.}} = 60$$

$$N_{\text{бл.}} = 57$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{57}{60} = 0,95$$

Ответ: 0,95

Задания для закрепления

- В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает. **0,995**
- В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике. **0,2**
- В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам. **0,6**
- Фабрика выпускает сумки. В среднем на 80 качественных сумок приходится 12 сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых. **0,87**

«Порядок определяется жеребьевкой»

• *Пример 4.*

- В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные – из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется **жребием**. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая **последней**, окажется из Китая.

• *Решение:*

$$N_{\text{общ.}} = 20$$

$$N_{\text{бл.}} = 20 - 15 = 5$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{5}{20} = 0,25$$

Ответ: 0,25

Задания для закрепления

- На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется **жеребьевкой**. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

0,3

- На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

0,36

- **Пример 5.**

- Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов – первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется **жеребьевкой**. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

- **Решение:**

$$N_{\text{общ.}} = 75$$

$$N_{\text{бл.}} = 12$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{12}{75} = 0,16$$

| День | I | II | III | IV | V | Всего |
|----------------|----|----|-----|----|----|-------|
| Число докладов | 17 | 17 | 17 | 12 | 12 | 75 |

Ответ: 0,16

Задания для закрепления

- Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса? **0,225**
- На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории. **0,04**

Частота события

- **Пример 6.**

- В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

- **Решение:**

$$N_{\text{общ.}} = 5000$$

$$N_{\text{бл.}} = 5000 - 2512 = 2488$$

$$\text{Частота} = \frac{2488}{5000} = 0,4976 \approx 0,498$$

Ответ: 0,498

- *Пример 7.*

- Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается **частота события** «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

- *Решение:*
$$\text{Частота} = \frac{51}{1000} = 0,051$$

$$P = 0,045$$

$$0,051 - 0,045 = 0,006$$

Ответ: 0,006

Задание для закрепления

- В некотором городе из 2000 появившихся на свет младенцев 1237 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

0,382

«Спрятанные» и «лишние» условия в заданиях

- **Пример 8.**

- В кармане у Саши было четыре конфеты – «Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка», а также ключи от квартиры. Вынимая ключи, Саша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Грильяж».

- **Решение:**

$$N_{\text{общ.}} = 4$$

$$N_{\text{бл.}} = 1$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{1}{4} = 0,25$$

Ответ: 0,25

- **Пример 9.**

- В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что турист А. пойдет в магазин?

- **Решение:**

$$N_{\text{бл.}} = 2$$

$$N_{\text{общ.}} = 5$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Ответ: 0,4

- **Пример 10.**

- На борту самолета 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолете 300 мест.

- **Решение:**

$$N_{\text{бл.}} = 30$$

$$N_{\text{общ.}} = 300$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{30}{300} = 0,1$$

Ответ: 0,1

Задания для закрепления

- Вика включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по четырнадцати каналам из тридцати пяти показывают рекламу. Найдите вероятность того, что Вика попадет на канал, где реклама не идет. **0,6**
- Люба включает телевизор. Телевизор включается на случайном канале. В это время по шести каналам из сорока восьми показывают документальные фильмы. Найдите вероятность того, что Люба попадет на канал, где документальные фильмы не идут. **0,875**
- Вася, Петя, Коля и Леша бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя. **0,25**

Задания для закрепления

- В кармане у Коли было пять конфеты – «Грильяж», 2 «Ласточки», «Взлетная» и «Василек», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Коля случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Ласточка». **0,4**
- В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:
1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.
Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе? **0,25**
- В папке у Дмитрия Дмитриевича лежат четыре пронумерованных цифрами 1, 2, 3, 4 файла с документами, а также заявление на отпуск. Доставая заявление на отпуск, Дмитрий Дмитриевич случайно вытащил и файл с документами. Найдите вероятность того, что он достал файл 3. **0,25**

Задачи на четность и делимость

- **Пример 11.**
- На клавиатуре телефона 10 цифр. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет четной?
- **Решение:**

$$N_{\text{общ.}} = 10$$

$$N_{\text{бл.}} = 5$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{5}{10} = 0,5$$

Ответ: 0,5

- **Пример 12.**

- Из множества натуральных чисел от 25 до 39 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 5?

- **Решение:**

$$N_{\text{бл.}} = 3$$

$$N_{\text{общ.}} = 15$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{3}{15} = 0,2$$

Ответ: 0,2

- **Пример 13.**

- Из множества натуральных чисел от 107 до 198 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 5?
Результат округлите до сотых

- **Решение:**

1, 2, ..., 105, 106, 107, 108, ..., 197, 198, 199, ...

$$198 - 106 = 92$$

$$N_{\text{бл.}} = 31$$

$$N_{\text{общ.}} = 92$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{31}{92} \approx 0,337 \approx 0,34$$

Ответ: 0,34

Задания для закрепления

- В 3 подъезде дома квартиры с 41 по 60 включительно. Гость набрал на домофоне номер одной из этих квартир. Найдите вероятность того, что он позвонил в квартиру с четным номером. **0,2**
- На клавиатуре телефона 10 цифр. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет больше 2, но меньше 7? **0,4**
- Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три? **0,3**
- Ученика попросили назвать число от 1 до 100. Какова вероятность того, что он назовет число кратное 5? **0,2**
- Какова вероятность, что случайно выбранное двузначное число делится на 5? **0,2**

Задачи с перебором вариантов

- *Пример 14.*

- В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Решение:

Выпишем все возможные исходы:

ОО, ОР, РО, РР – 4

Благоприятные: ОР, РО – 2

$$N_{\text{общ.}} = 4$$

$$N_{\text{бл.}} = 2$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{2}{4} = 0,5$$

Ответ: 0,5

- *Пример.*

- В случайном эксперименте монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что решка не выпадет ни разу.

Решение:

Выпишем все возможные исходы:

ООО, ООР, ОРО, РОО, ОРР, РОР, РРО, РРР – 8

Благоприятные: ООО – 1

$$N_{\text{общ.}} = 8$$

$$N_{\text{бл.}} = 1$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{1}{8} = 0,125$$

Ответ: 0,125

Задания для закрепления

- В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что в первый раз выпадает орел, а во второй – решка. **0,25**
- В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы две решки. **0,5**
- Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза. **0,375**



- *Пример 15.*

- Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию: «А – сумма очков равна 5»?

- *Решение:*

| <i>Б</i> | <i>Ч</i> |
|----------|----------|
| 1 | 4 |
| 4 | 1 |
| 2 | 3 |
| 3 | 2 |

$$N_{\text{бл.}} = 4$$

Ответ: 4



- **Пример 16.**

- Таня и Маша бросают кубик по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если количество очков совпадает, это ничья. Найдите вероятность того, что Маша проиграла, если в сумме у них выпало 8 очков.

- **Решение:**

| <i>T</i> | <i>M</i> |
|----------|----------|
|----------|----------|

| | |
|---|---|
| 2 | 6 |
|---|---|

| | |
|---|---|
| 6 | 2 |
|---|---|

| | |
|---|---|
| 5 | 3 |
|---|---|

| | |
|---|---|
| 3 | 5 |
|---|---|

| | |
|---|---|
| 4 | 4 |
|---|---|

- **$N_{\text{бл.}} = 2$**

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Ответ: 0,4

- Пример 17.**



Игральную кость бросают два раза.

Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков будет равна 7.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |

$$N_{\text{общ.}} = 36$$

$$N_{\text{бл.}} = 6$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \approx 0,17.$$

Ответ: 0,17



- **Пример 18.**

- Кубик бросили трижды. Найдите вероятность того, что в сумме выпало 12 очков. Результат округлите до сотых.

- **Решение:**

$N_{\text{общ.}} = 216$

6 5 1

5 5 2

6 4 2

5 4 3

6 3 3

4 4 4

Если все 3 цифры разные – они дают 6 комбинаций.
Если 2 цифры совпадают, а третья отличается – то 3 комбинации. Если все цифры одинаковые – 1 комбинация.

$N_{\text{бл.}} = 6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 1 = 25$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{25}{216} \approx 0,115 \approx 0,12$$

Ответ: 0,12

Задания для закрепления

- Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию: «А – сумма очков равна 6»? **5**
- Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию «А – сумма очков равна 9»? **4**
- Лена и Саша играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Ничья, если очков поровну. Лена выкинула 3 очка. Затем кубик бросает Саша. Найдите вероятность того, что Саша выиграет. **0,5**

Задания для закрепления

- Найдите вероятность того, что при броске игрального кубика выпадет нечетное число. **0,5**
- Найдите вероятность того, что при броске двух кубиков на обоих выпадет число, большее 3 (подсказка: перебирайте только благоприятные варианты, $N_{\text{общ}}=36$). **0,25**
- В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых. **0,14**
- В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 6 очков. Результат округлите до сотых. **0,05**

Сложный перебор вариантов

• Пример 19.

- На рок-фестивале выступают группы – по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

• Решение:

| | | |
|------------|------------|------------|
| ДШН | ШДН | НШД |
| ДНШ | ШНД | НДШ |

$$N_{\text{общ.}} = 6$$

$$N_{\text{бл.}} = 2$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

Ответ: 0,33

- **Пример 20.**

- В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

- **Решение:** Монеты по 10 рублей будут с номерами 1,2,3,4, а 5-рублевые монетки – под номерами 5 и 6.

| | | | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 123 | 134 | 145 | 156 | 234 | 245 | 256 | 345 | 356 |
| 124 | 135 | 146 | | 235 | 246 | | 346 | |
| 125 | 136 | | | 236 | | | | |
| 126 | | | | | | | | 456 |

$$N_{\text{общ.}} = 20$$

$$N_{\text{бл.}} = 12$$

$$P = \frac{N_{\text{бл.}}}{N_{\text{общ.}}} = \frac{12}{20} = 0,6$$

Ответ: 0,6

Задания для закрепления

- В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по два рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублевые монеты лежат в одном кармане.

0,4