



Применение производной

*Повторительно-обобщающий урок
в 10 классе
по алгебре и началам анализа*

*Учитель Т.Н.Веренич
МОУ Киришская средняя общеобразовательная школа №3
г.Кириши*



Нет ни одной области в математике,
которая когда-либо не окажется
применимой к явлениям
действительного мира ...

Н.И. Лобачевский



Применение производной

- Производная в физике
- Геометрический смысл производной
- Уравнение касательной к графику функции



Найди пару: $f(x_0)$ ----- $f'(x_0)$

$$x^3$$

$$\sin 3x$$

$$10x+3$$

$$1/x^3$$

$$3\sin x$$

$$(5x+7)^2$$

$$1/x$$

$$x/10$$

$$3\cos 3x; (7x^6+3); 10; 3x^2; -1/x^2; \\ -3/x^4; 10(5x+7); 0,1; 3\cos x; (x^7+3x)$$

Производная в физике

- Производная функции, описывающей движение тела, равна скорости

$$S'(x) = V(x)$$

- Производная функции, описывающей скорость тела, равна ускорению

$$V'(x) = A(x)$$





Зависимость пути от времени движения задана формулой $s(t)=t^2+2t$. Найдите скорость, если $t=1,8$ с.

- 
- $s(t) = t^2 + 2t$
 - $S'(t) = V(t) = 2t + 2$
 - $V(1,8) = 3,6 + 2 = 5,6 \text{ (m/c)}$

Геометрический смысл производной

$$f'(x_0) = \operatorname{tg}(A) = k$$

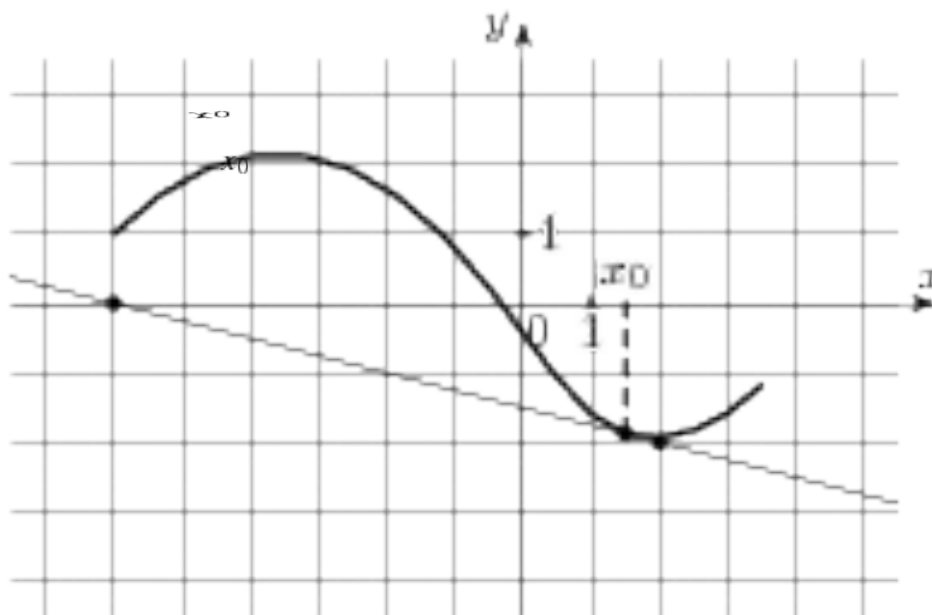


задание 1.

На рисунке изображён график функции и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции в точке x_0 .

x_0

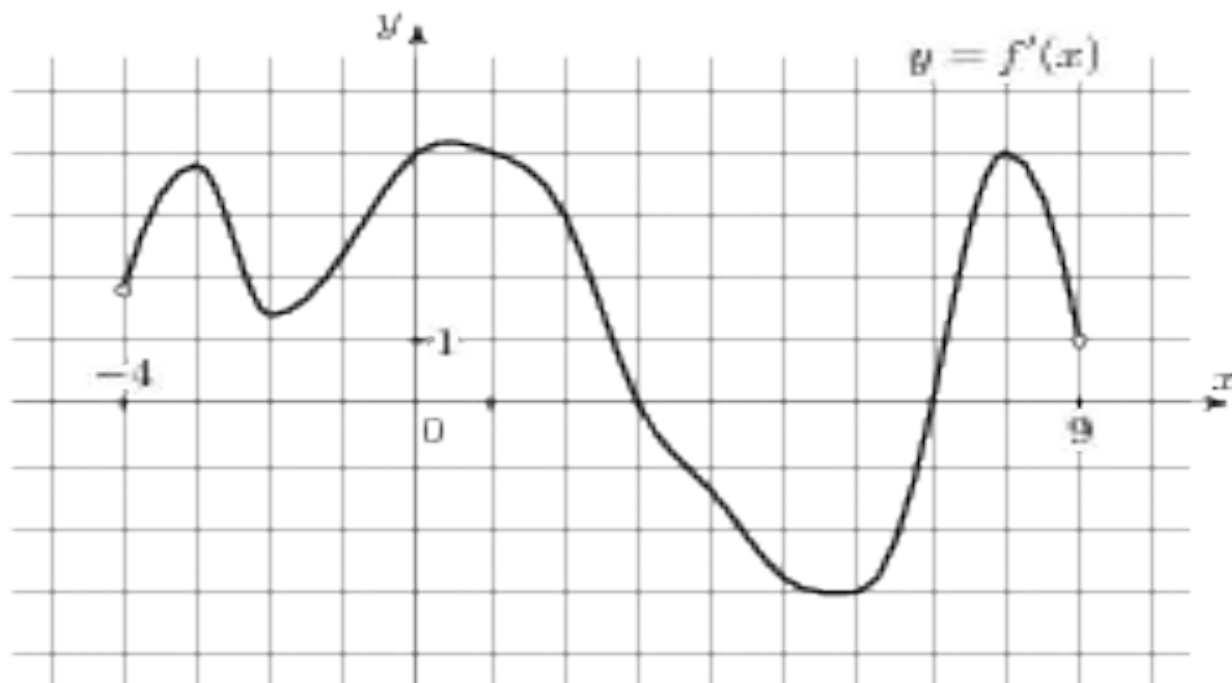
x_0



задание2

На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой или совпадает с ней.

$$(-4;9) \quad y = -x + 16$$



Уравнение касательной к графику функции

- Записываем уравнение касательной:
$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$
- Находим $f(x_0)$
- Находим производную $y' = f'(x)$
- Вычисляем значение $f'(x)$ в точке x_0 :
 $f'(x_0)$
- Подставляем значение $f(x_0)$, $f'(x_0)$, x_0 в уравнение касательной.

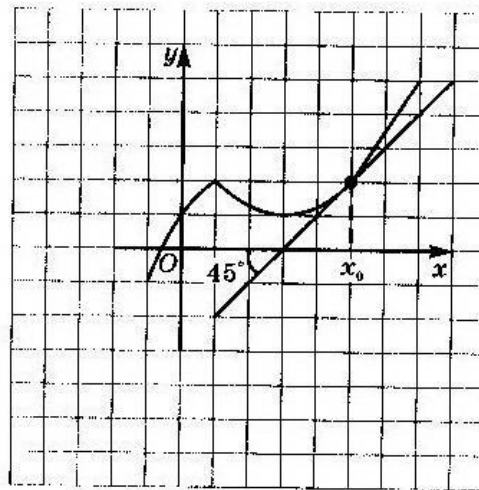




Вариант 1 (красный)

Вариант 1

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.



2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 - 1$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 0,5$ с.

Вариант 1

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ в точке с абсциссой $x = 2$.
2. Касательная, проведенная к графику функции $y = 2x^3 - 6x^2 + 7x - 9$ в некоторой точке, образует с положительным направлением оси Ox угол 45° .
 - а) Найдите координаты точки касания;
 - б) составьте уравнение касательной.

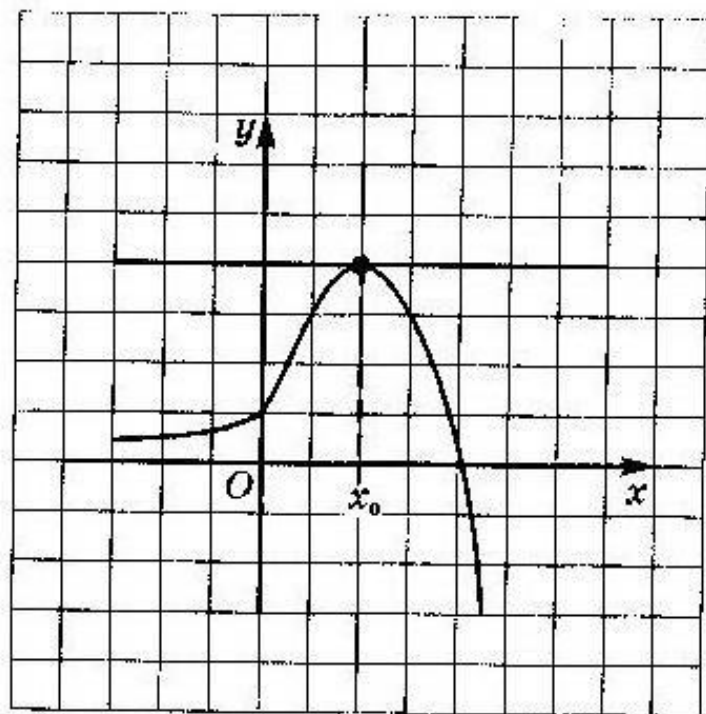
Вариант2(синий)

Вариант 2

1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = 2 \operatorname{tg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$ и положительным направлением оси Ox . Определите, острым или тупым является угол φ .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = 10\sqrt{x} - x + 3$?

Вариант 2

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.



2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 + 3$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 0,75$ с.

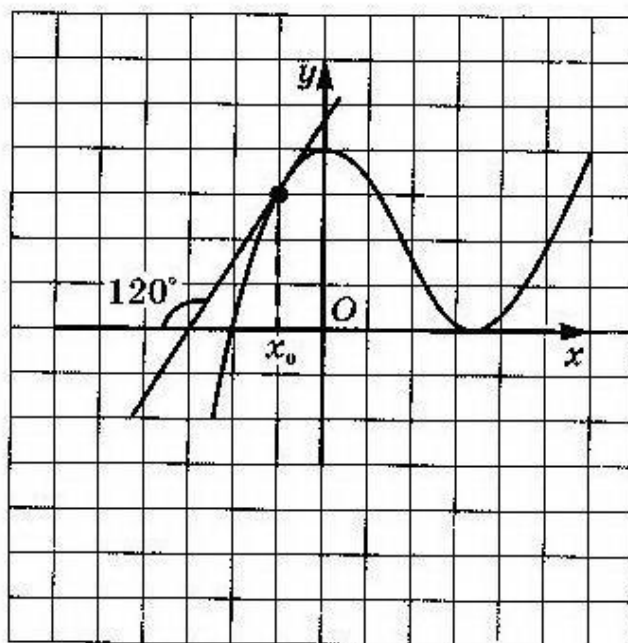
Вариант 3 (зелёный)

Вариант 3

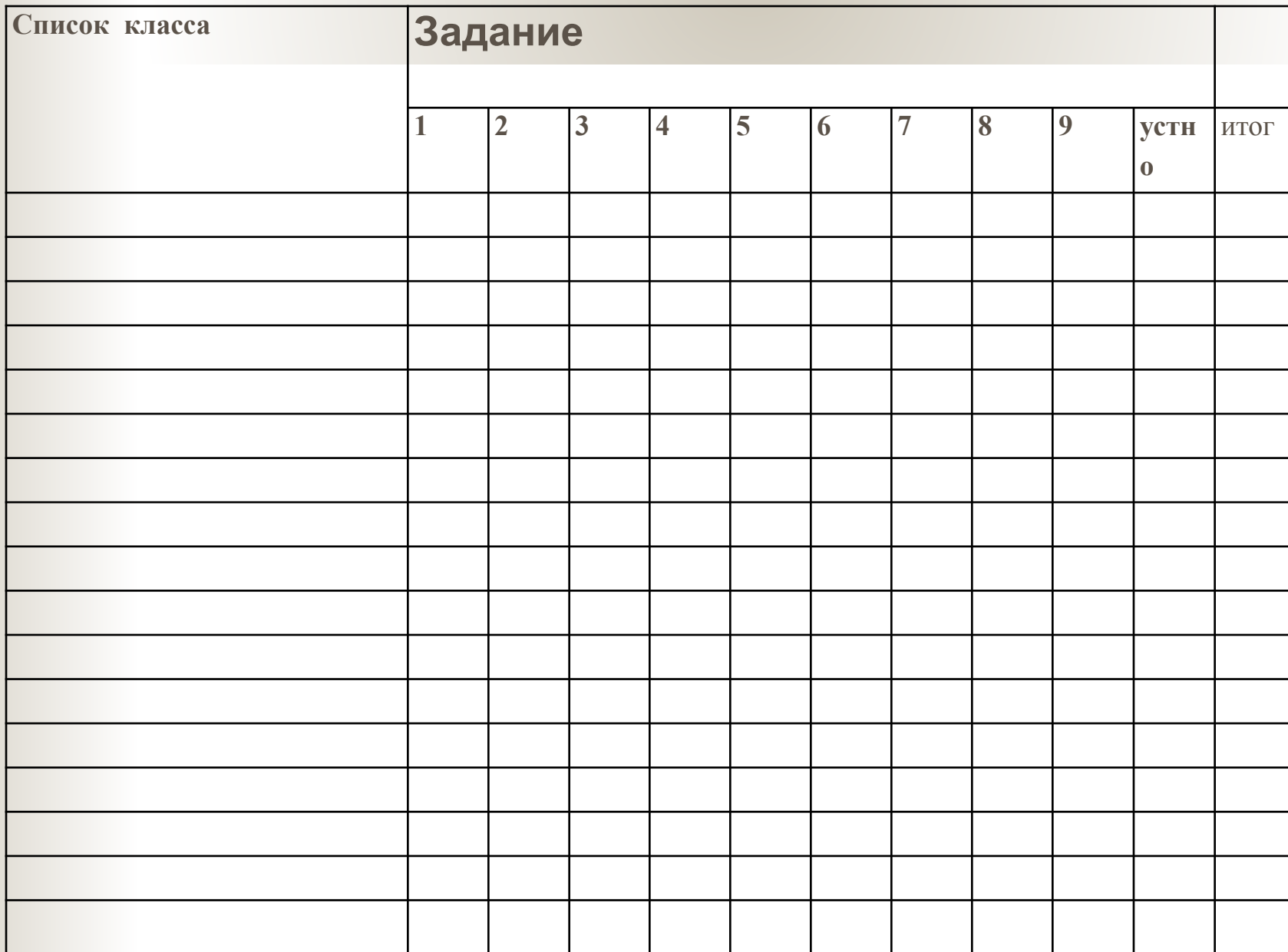
1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = \frac{\operatorname{tg} x}{4}$ в точке с абсциссой $x_0 = -\frac{\pi}{6}$ и положительным направлением оси Ox . Определите, острым или тупым является угол φ .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = 6\sqrt{x}(x^2 - 5)$?

Вариант 3

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.



2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 + t$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 1,8$ с.





Алгоритм нахождения экстремумов функции

- Находим $f'(x)$
- Определяем критические точки функции $f(x)$, т.е. точки, в которых $f'(x)=0$ или $f'(x)$ не существует. Располагаем их в порядке возрастания.
- Определяем знак $f'(x)$ на каждом из промежутков $(a;b)$ в критических точках
- Находим максимум и минимум
- Находим экстремальные значения функции в точках максимум и минимум
- Если не указан интервал, на котором исследуется функция $y=f(x)$ на экстремум, то вначале следует найти область ее определения, а потом см.начало





Таблица производных

Производные элементарных функций:

Производные сложных функций:

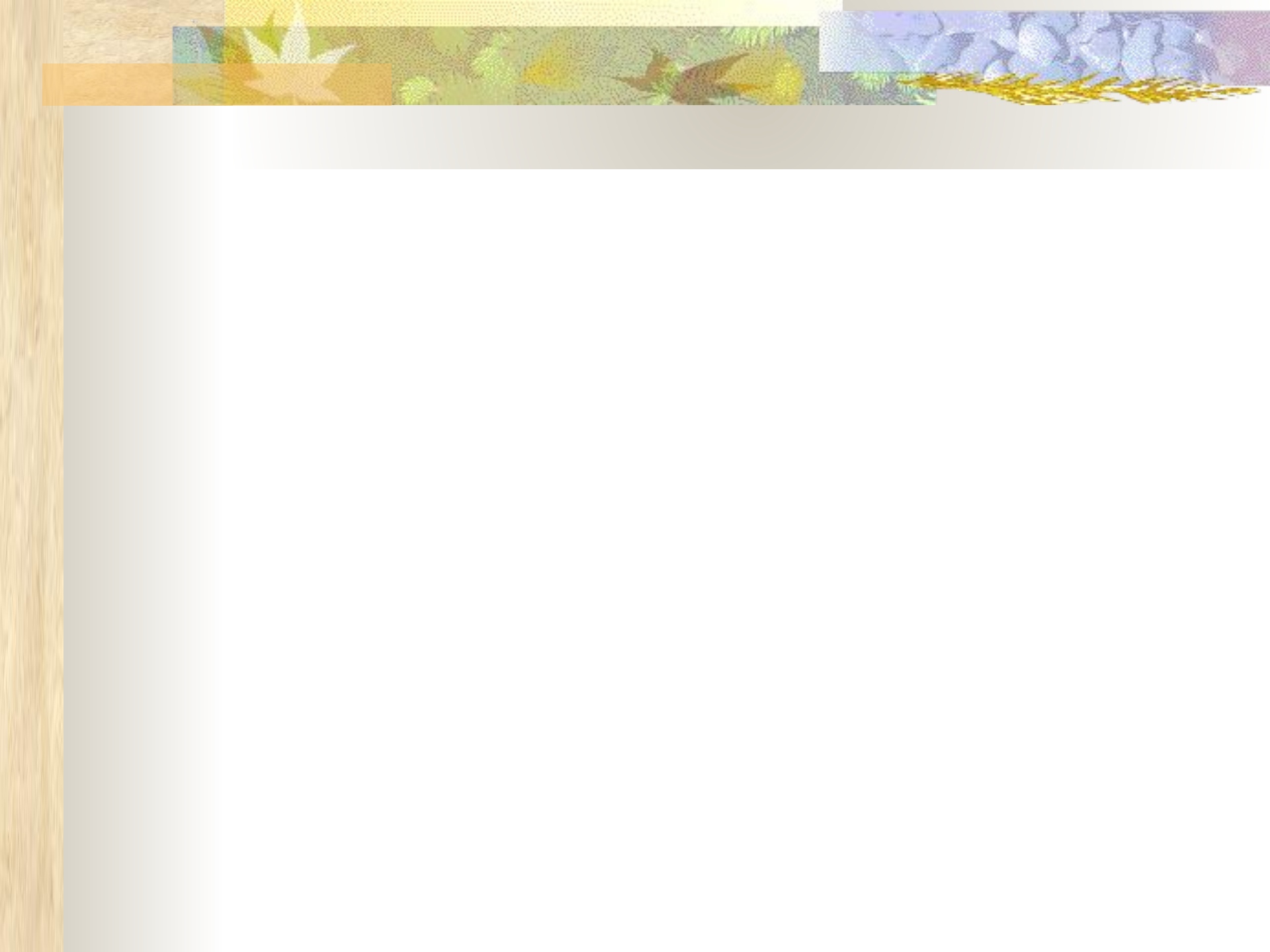
Обращение к таблице



Производная



Обучающий блок



Производная в физике

- Производная функции, описывающей движение тела, равна скорости

$$S'(x) = V(x)$$

- Производная функции, описывающей скорость тела, равна ускорению

$$V'(x) = A(x)$$



Алгоритм отыскания промежутков возрастания и убывания функции

- Находим область определения функции $Y=f(x)$
- Вычисляем производную функции $f'(x)$
- Решаем неравенства:
 - а) $f'(x) > 0$, находим промежутки возрастания функции $y=f(x)$;
 - б) $f'(x) < 0$, находим промежутки убывания функции $y=f(x)$.
- Решение неравенства выполняется аналитически, либо методом интервалов.





Применение производной

- Производная в физике 
- Геометрический смысл производной 
- Уравнение касательной к графику 
- Возрастание и убывание функции 
- Экстремумы функции на промежутке $(a; b)$ 

