

Задачи на работу



Кутахина Вера Владимировна,
учитель математики

МБОУ СОШ с углубленным изучением
отдельных предметов № 28 г. Курска,

23. 10. 2019 г.

Цель:

- формирование навыка решения задач на работу.

Задачи:

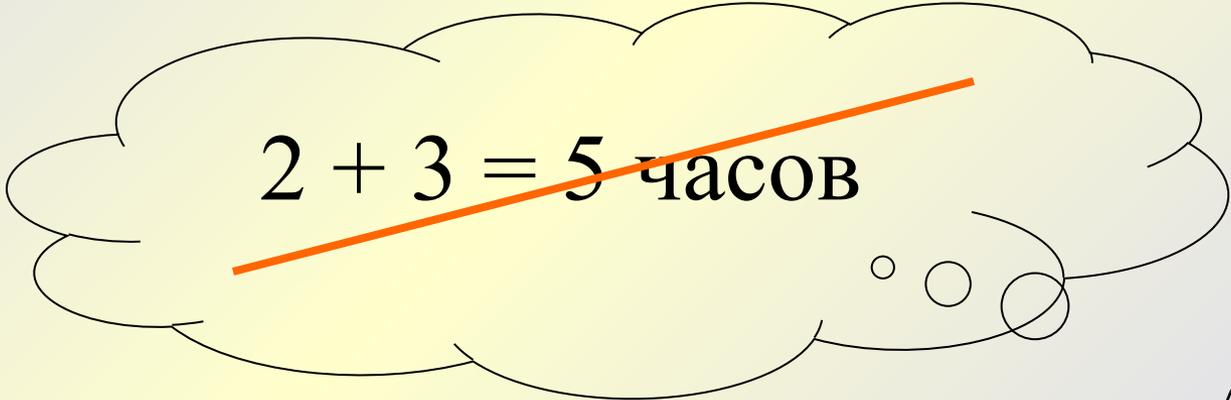
- рассмотреть различные типы задач на работу;
- составить алгоритмы решения различных типов задач на работу;
- научиться применять алгоритм решения в зависимости от типа задачи.

№ 1

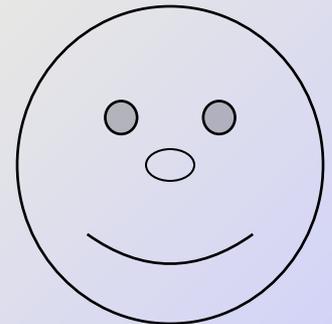
Том Сойер покрасит забор за 2 часа, а его друг за 3 часа. За какое время они покрасят забор, работая вместе?

№ 1

Том Сойер покрасит забор за 2 часа, а его друг за 3 часа. За какое время они покрасят забор, работая вместе?



~~$2 + 3 = 5$ часов~~



Основные понятия и формулы:

P – работа,

Π – производительность
(= скорость работы
= работа, выполненная
в единицу времени),

t – время выполнения
работы.

$$P = \Pi \cdot t ,$$

$$\Pi = P : t ,$$

$$t = P : \Pi .$$

Решение

	Р	П (р/ч.)	t (ч.)
Сойер	1	1/2	2
друг	1	1/3	3
вместе	1		?

Том Сойер покрасит забор за 2 часа, а его друг за 3 часа. За какое время они покрасят забор, работая вместе?

$$П = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} - \text{совместная производительность};$$

$$t = 1 : \frac{5}{6} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} \text{ ч.} = 1\text{ч.}12\text{мин.} - \text{время совместной работы.}$$

Ответ : 1ч.12мин.

№ 2

Одна бригада может убрать поле за 12 дней, а другая выполняет ту же работу за 75% времени, необходимого первой бригаде. В течение 5 дней работала первая бригада, затем к ней присоединилась вторая, и они вместе закончили работу. Сколько дней бригады работали вместе?

Решение:

	Р	П (р/дн.)	t (дн.)
I	1	1/12	12
II	1	1/9	9
Вмес- те	7/12		?

Одна бригада может убрать поле за 12 дней, а другая выполняет ту же работу за 75% времени, необходимого первой бригаде. В течение 5 дней работала первая бригада, затем к ней присоединилась вторая, и они вместе закончили работу. Сколько дней бригады работали вместе?

1) $\frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{7}{36}$ – совместная производительность,

2) $5 \cdot \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$ (поля) – уберёт I бригада до совместной работы,

3) $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$ (поля) – совместная работа,

1) $\frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{7}{36}$ (р/д) – совместная производительность,

2) $5 \cdot \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$ (поля) – уберёт I бригада за 5 дней

до совместной работы,

3) $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$ (поля) – совместная работа,

4) $\frac{7}{12} : \frac{7}{36} = \frac{7}{12} \cdot \frac{36}{7} = 3$ (дня) – бригады работали вместе.

Ответ: 3 дня.

№ 3

Первая труба наполняет бассейн на 9 часов дольше, чем вторая труба наполняет половину бассейна. За какое время наполнит бассейн первая труба, если первая и вторая трубы вместе могут его наполнить за 2 часа 56 минут? Ответ дайте в часах.

Решение:

	Р	П (р/ч.)	t (ч.)
I	1	$\frac{1}{x}$	x
II	1/2	$\frac{1}{2(x-9)}$	x-9
Вместе	1		$2 \frac{56}{60}$

Первая труба наполняет бассейн на 9 часов дольше, чем вторая труба наполняет **половину бассейна**. За какое время наполнит бассейн первая труба, если первая и вторая трубы вместе могут его наполнить за 2 часа 56 минут? Ответ дайте в часах.

$$1) 1 : 2 \frac{14}{15} = \frac{15}{44} - \text{совместная производительность,}$$

$$2) \frac{1}{x} + \frac{1}{2(x-9)} = \frac{15}{44};$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2(x-9)} = \frac{15}{44};$$

...

$$\frac{x-6}{x^2-9x} = \frac{5}{22};$$

$$\begin{cases} 22(x-6) = 5(x^2-9x), \\ x^2-9x \neq 0, \end{cases}$$

...

$$5x^2 - 67x + 132 = 0,$$

$$x_1 = 11, x_2 = 2,4;$$

2,4 – посторонний
корень.

*2,4 не подходит по
условию, т.к. время
работы II трубы
(x-9)ч. окажется
отрицательным.*

Ответ: 11 часов.

№ 4

На весенних каникулах 11-классник Вася должен решить 560 тренировочных задач для подготовки к ЕГЭ. 18 марта Вася решил 5 задач. Далее ежедневно он решал на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Сколько задач Вася решит 2 апреля в последний день каникул?

№ 4

На весенних каникулах 11-классник Вася должен решить 560 тренировочных задач для подготовки к ЕГЭ. 18 марта Вася решил 5 задач. Далее ежедневно он решал на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Сколько задач Вася решит 2 апреля в последний день каникул?

Основные понятия и формулы:

Арифметическая
прогрессия,

a_1 – первый член

прогрессии,

d – разность прогрессии,

a_n – n -й член прогрессии,

S_n – сумма n первых
членов прогрессии.

$$a_n = a_1 + d(n - 1),$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n - 1)d}{2} \cdot n$$

Решение

На весенних каникулах 11-классник Вася должен решить 560 тренировочных задач для подготовки к ЕГЭ. 18 марта Вася решил 5 задач. Далее ежедневно он решал на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Сколько задач Вася решит 2 апреля в последний день каникул?

$$\begin{aligned} a_1 &= 5 \text{ (задач)}, \\ d &\text{ (задач)}, \\ S_n &= 560 \text{ (задач)}, \\ n &= 16 \text{ (дней)}. \end{aligned}$$

$$a_{16} \text{ (задач) -?}$$

$$1) S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n,$$

$$560 = \frac{2 \cdot 5 + 15d}{2} \cdot 16,$$

$$d = 4.$$

$$2) a_n = a_1 + (n-1)d,$$

$$a_{16} = 5 + 15 \cdot 4 = 65.$$

Ответ : 65

№ 5

Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь – за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Решение

	Р	П (р/ч.)	t (ч.)
И,П	1	1/9	9
П,В	1	1/12	12
В,И	1	1/18	18

Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь – за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

1) $\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ – удвоенная совместная производительность,

2) $\frac{1}{4} : 2 = \frac{1}{8}$ – совместная производительность,

3) $1 : \frac{1}{8} = 8$ (ч.) – время совместной работы.

Ответ : 8 ч.

№ 6

Барсик съедает миску корма за 40 секунд, а Мурка такую же миску за 1 минуту. Утром Барсик начал есть, а через 10 секунд подбежала Мурка и стала помогать Барсику. Спустя 10 секунд после этого Мурка прогнала Барсика и продолжила доедать корм одна. Определите, за какое время была съедена миска корма? Ответ дайте в секундах.

Решение

	Р	П (р/сек.)	t (сек.)
Б	1	1/40	40
М	1	1/60	60
Вмес- те			

$$1) \frac{1}{40} + \frac{1}{60} = \frac{5}{120} - \text{совместная производительность,}$$

2) Пусть x (сек.) – Мурка одна доедала миску, тогда

$$\frac{1}{40} \cdot 10 + \frac{5}{120} \cdot 10 + \frac{1}{60} \cdot x = 1,$$

Барсик съедает миску корма за **40 секунд**, а Мурка такую же миску за **1 минуту**. Утром Барсик начал есть, а через 10 секунд подбежала Мурка и стала помогать Барсику. Спустя 10 секунд после этого Мурка прогнала Барсика и продолжила доедать корм одна.
Определите, за какое время была съедена миска корма?

Ответ дайте в секундах.

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{12} + \frac{1}{60}x = 1,$$

...

$$x = 20.$$

20 (сек.) - доедала корм Мурка.

$10+10+20 = 40$ (сек.) – была съедена миска
корма.

Ответ: 40 сек.

№ 7

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Решение

	Р	П одного рабо- чего	Т (дн.)	Н (кол- во раб.)
I	$7x \cdot 16$	x	7	16
	$yx \cdot 24$		y	24
II	$7x \cdot 25$	x	7	25
	$yx \cdot 17$		y	17

$$\begin{cases} 7x \cdot 16 + yx \cdot 24 = 1, \\ 7x \cdot 25 + yx \cdot 17 = 1; \end{cases}$$

Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять **два** одинаковых заказа. В первой бригаде было **16** рабочих, а во второй — **25** рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли **8** рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

$$\begin{cases} 7 \cdot 16x + 24xy = 1, \\ 7 \cdot 25x + 17xy = 1; \end{cases}$$

$$\frac{x(7 \cdot 16 + 24y)}{x(7 \cdot 25 + 17y)} = \frac{1}{1};$$

$$\frac{7 \cdot 16 + 24y}{7 \cdot 25 + 17y} = 1;$$

$$7 \cdot 16 + 24y = 7 \cdot 25 + 17y;$$

$$24y - 17y = 7 \cdot 25 - 7 \cdot 16;$$

$$7y = 7 \cdot (25 - 16);$$

$$y = 25 - 16;$$

$$y = 9.$$

9 (дн.) - работали бригады с изменённым составом.

Тогда $7+9=16$ (дн.) - ушло на выполнение всей работы.

Ответ: 16 дней

Домашнее задание

№ 1

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом **110** литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

№ 2

Петя и Ваня выполняют одинаковый тест.

Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня – на 9.

Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут.

Сколько вопросов содержит тест?

Спасибо за внимание.

Удачи на ЕГЭ!

Ресурсы для подготовки к ЕГЭ

- alexlarin.net - каждую неделю публикуются качественные пробники;
- mathus.ru - много нужной теории + задачи олимпиад;
- ege.sdamgia.ru - онлайн-тренажёр с решениями заданий;
- yandex.ru/tutor/ - яндекс-репетитор - тренировочные варианты онлайн;
- alleng.org/edu/math3.htm - книги в pdf формате;
- berdov.com/ege/ - пробники, много нестандартных и сложных заданий;
- 4ege.ru/video-matematika/50912... - видеокурс с теорией и практикой.