

тема:
Комбинаторны
е

задачи
гимназия 64

учитель математики
Котельникова Н. В.

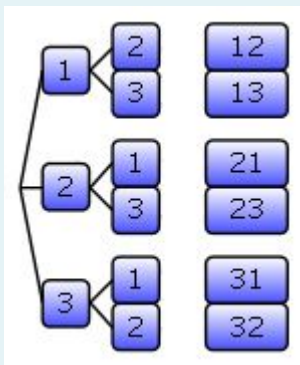
**В заданиях по комбинаторике обычно нужно
выяснить, возможно ли составить комбинацию
определённого вида и сколько
различных комбинаций можно составить.**

Пример:

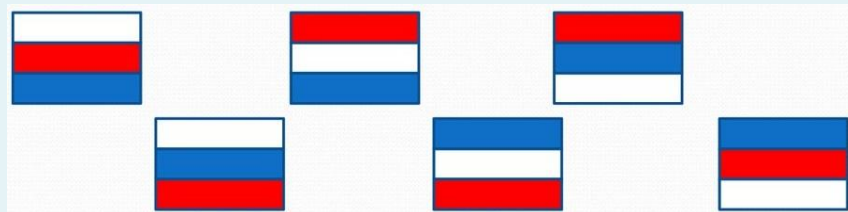
- 1. Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2 и 3, если каждую использовать только один раз?
- 2. Сколько различных флагов можно составить из трех горизонтальных полосок (одинакового размера) белого, синего и красного цвета?
- 3. Сколькими различными способами можно составить танцевальную пару, если в коллективе 3 мальчика и 4 девочки?
- 4. Сколькими различными способами можно образовать пару дежурных, если в классе остались Надя, Вика, Саша и Юра?
- 5. Сколькими различными способами можно выбрать двух учеников (одного - мыть доску, второго - подметать пол), если в классе остались Надя, Вика, Саша и Юра?

Один из способов решения задач комбинаторики — это рассмотреть все возможные комбинации элементов — **полным перебором вариантов**.

Древовидная диаграмма — один из способов показать и систематизировать все рассуждения. С помощью древовидной диаграммы осуществляется полный перебор.



1. Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 1, 2 и 3, если каждую использовать только один раз?



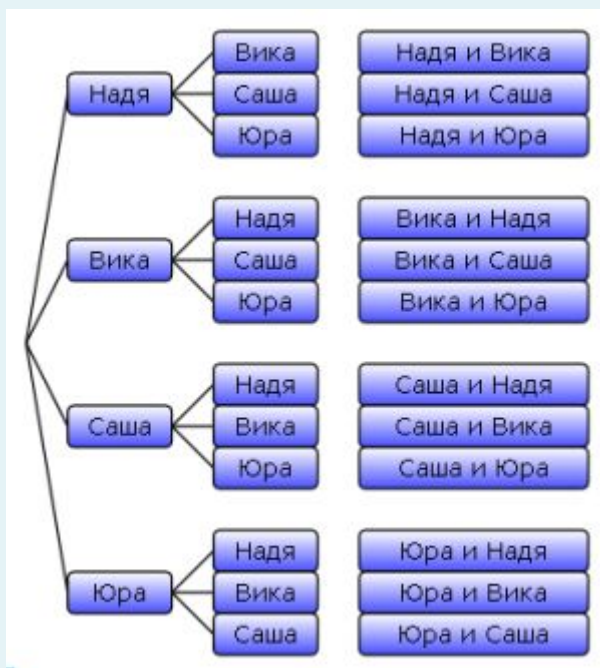
2. Сколько различных флагов можно составить из трех горизонтальных полос (одинакового размера) белого, синего и красного цвета?

$$P_n = n!$$

ПЕРЕСТАНОВКИ

4. Сколькими различными способами можно образовать пару дежурных, если в классе остались **Надя, Вика, Саша и Юра**? (Ответ: 6).

№ 4



5. Сколькими различными способами можно выбрать двух учеников (одного - мыть доску, второго - подметать пол), если в классе остались **Надя, Вика, Саша и Юра**? (Ответ: 12)

№ 5 Используется та же древовидная диаграмма, но в данном случае ответ будет 12 пар, т.к. каждая пара из диаграммы отличается. Если детей поменять местами, они выполняют уже другие функции.

- С помощью древовидной диаграммы были получены различные результаты, т.к. в 4 и 5 примере были рассмотрены различные виды комбинаций:

сочетания и
размещения.

- С
- А

Пусть имеется n различных объектов. (Например,



Будем переставлять их всеми возможными способами (число объектов остается неизменными, меняется только их порядок). Получившиеся комбинации называются **перестановками**



$$P_n = n!$$

Будем выбирать из n различных объектов m объектов и переставлять всеми возможными способами между собой (то есть меняется и состав выбранных объектов, и их порядок).

Получившиеся комбинации называются **размещениями** из n объектов по m



$$A_n^m = \frac{n!}{(n - m)!}$$

Будем выбирать из n различных объектов m объектов всеми возможными способами (то есть меняется состав выбранных объектов, но порядок не важен). Получившиеся комбинации называются **сочетаниями** и из n объектов по m



$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n - m)!}$$

- **правило умножения:**

Для того чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний A и B , следует перемножить число всех исходов испытания A и число всех исходов испытания B .

1. В самоуправлении из 25 человек нужно выбрать 3 человека для дежурства. Сколькими различными способами это можно сделать?

Решение: На этот раз порядок людей неважен, поэтому необходимо вычислить число размещений из 25 элементов по 3.

$$A_{25}^3 = \frac{25!}{(25 - 3)!} = \dots = 23 \cdot 24 \cdot 25 = 13800$$

2. В самоуправлении из 25 человек нужно выбрать начальника, секретаря и кассира. Сколькими различными способами это можно сделать?

Решение: Из 25 человек нужно выбрать троих.

Порядок элементов **важен**, т.к. поменяв местами людей, обязанности их изменятся. Значит, нужно вычислить число сочетаний из 25 элементов по 3:

$$C_{25}^3 = \frac{25!}{3!(25-3)!} = \dots = \frac{13800}{6} = 2300$$

Обратите внимание!

Количество **сочетаний** **меньше** количества
размещений.

ТРЕУГОЛЬНИК ПАСКАЛЯ

[illegible]

ТРЕУГОЛЬНИК ПАСКАЛЯ

$$C_0^0 = 1$$

$$C_1^0 = 1 \quad C_1^1 = 1$$

$$C_2^0 = 1 \quad C_2^1 = 2 \quad C_2^2 = 1$$

$$C_3^0 = 1 \quad C_3^1 = 3 \quad C_3^2 = 3 \quad C_3^3 = 1$$

$$C_4^0 = 1 \quad C_4^1 = 4 \quad C_4^2 = 6 \quad C_4^3 = 4 \quad C_4^4 = 1$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} \dots & & \dots & & \dots & & \dots & & \dots & & \dots \\ C_n^0 & & C_n^1 & & \dots & & \dots & & \dots & & C_n^{n-1} & & C_n^n \end{array}$$

