Урок 23 Перестановки

Решение задач

Перестановками из n элементов называются такие соединения, каждое из которых содержит все n элементов, и которые отличаются друг от друга лишь порядком расположения элементов.

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = n!$$

Пусть имеется совокупность из n элементов, среди которых m элементов первого, l – второго, k – третьего типов (m+l+k=n). Элементы повторяются α, β, γ раз соответственно. Такие соединения называются перестановками с повторениями.

$$\overline{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!}$$

Выпишите все перестановки из букв a, b, c.

abc bac cab

acb bca cba

Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 7, 2, 4, 9. если каждая цифра используется в записи числа только один раз?

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = n!$$

$$P_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4!$$

$$P_4 = 24 = 4!$$

Проверьте равенство

$$P_6 = 6\,P_5$$

$$P6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$$

$$P5 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$

Что больше: P_7 или 2^7?

$$P_7 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$$

$$2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$$

С помощью цифр 1, 2, 3,4, 5, 6, 7, 8, 9 *закодируйте буквы* А, В, Д, Е, Л, О, С, Т, Ь, *заменив каждую букву какой-нибудь цифрой, и зашифруйте слово* СЛЕДОВАТЕЛЬ.

Каково число возможных вариантов кода?

Число перестановок из 11 элементов
с повторениями: е – 2 раза, л – 2 раза.

$$\overline{P} = \frac{11!}{2!\cdot 2!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!\cdot 1!} =$$

$$\overline{P} = \frac{11!}{4} = 9979200$$

Перестановки без повторений

Вычислите:

а) 7! б) 8! в) 6! – 5! г) $\frac{5!}{5}$

д) $\frac{10!}{5!}$ е) $\frac{11!}{5!\cdot 6!}$ ж) $\frac{14!}{7!\cdot 3!\cdot 4!}$ з) $\frac{51!}{49!}$

- Сократите дробь: а) $\frac{n!}{(n-1)!}$ б) $\frac{n!}{2!\cdot(n-2)!}$

в) $\frac{(2k+1)!}{(2k-1)!}$ г) $\frac{(4m-1)!}{(4m-3)!}$

- Решите уравнение: а) n! = 7(n - 1)!

б) (m+17)!=420(m+15)! в) (k – 10)! = 77(k – 11)!

г) (3x)! = 504 (3x -3)!

$$\frac{10!}{5!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{5!} = \quad 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10 \qquad \frac{51!}{49!} = \frac{49!\cdot 50\cdot 51}{49!}$$

$$\frac{11!}{5!\cdot 6!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{5!\cdot 6!} = \frac{6\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6} = \frac{\cancel{6}\cdot 7\cdot \cancel{8}\cdot 9\cdot 10}{1\cdot \cancel{2}\cdot 3\cdot \cancel{4}\cdot 5\cdot \cancel{6}} =$$

$$\frac{7\cdot 3\cdot 3\cdot 2\cdot 5}{3\cdot 5} = \frac{7\cdot \cancel{3}\cdot 3\cdot 2\cdot \cancel{5}}{\cancel{3}\cdot \cancel{5}} = 42$$

$$\frac{14!}{7!\cdot 3!\cdot 4!} = \frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10\cdot 11\cdot 12\cdot 13\cdot 14}{7!\cdot 3!\cdot 4!} = \frac{8\cdot 9\cdot 10\cdot 11\cdot 12\cdot 13\cdot 14}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} =$$

$$\frac{\cancel{8}\cdot \cancel{9}\cdot 10\cdot 11\cdot 12\cdot 13\cdot 14}{1\cdot 2\cdot \cancel{3}\cdot 1\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{4}} = \frac{10\cdot 11\cdot 12\cdot 13\cdot 14}{2} =$$

$$\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{(n-1)!\cdot n}{(n-1)!} = n$$

$$\frac{n!}{2!\cdot(n-2)!} = \frac{(n-2)!\cdot(n-1)\cdot n}{1\cdot 2\cdot(n-2)!} = \frac{(n-1)\cdot n}{1\cdot 2}$$

$$\frac{n!}{(n-1)!} = 7 \qquad (k-10)! = 77\cdot(k-11)!$$

$$(k-11)!\cdot(k-10) = 77\cdot(k-11)!$$

$$k-10 = 77 \qquad k = 87$$

•Решите уравнение: б) (m+17)!=420(m+15)!

г) (3x)! = 504 (3x -3)!

$$(m+17)!=420\cdot(m+15)!$$

$$(m+15)!\cdot(m+16)\cdot(m+17)=420\cdot(m+15)!$$

$$(m+16)\cdot(m+17)=420$$

$$(m+16)\cdot(m+17)=420$$

$$m^2+33m+272=420$$

$$m^2+33m-148=0 \qquad m_1=-37 \qquad m_2=4$$

$$m=4$$

•Решите уравнение: б) (m+17)!=420(m+15)!

г) (3x)! = 504 (3x -3)!

$$(3x)! = 504 \cdot (3x-3)!$$

$$3x \cdot (3x-1) \cdot (3x-2) \cdot (3x-3)! = 504 \cdot (3x-3)!$$

$$3x \cdot (3x-1) \cdot (3x-2) = 504$$

$$9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \qquad 3x = 9$$

$$x = 3$$

Перестановки с повторениями

$$\overline{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!}$$

Олово Молоко

Математика

Переправа

Олово

$n = 5 \quad \alpha = 3$

$$\overline{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!} \qquad \overline{P} = \frac{5!}{3! \cdot 1! \cdot 1!}$$

$$\overline{P} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3!} \qquad \overline{P} = 4 \cdot 5 = 20$$

Молоко

$n = 6 \quad \alpha = 3$

$$\overline{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!} \qquad \overline{P} = \frac{6!}{3!}$$

$$\overline{P} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3!} \qquad \overline{P} = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$$

Математика

$$n = 10 \quad M = 2 \quad T = 2 \quad A = 3$$

$$\overline{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!} \qquad \overline{P} = \frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 3!}$$

$$\overline{P} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{4}$$

Переправа

$$n = 9$$

$$П = 2 \quad Р = 2 \quad Е = 2 \quad А = 2$$

$$\overline{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!} \qquad \overline{P} = \frac{9!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!}$$

$$\overline{P} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{8}$$