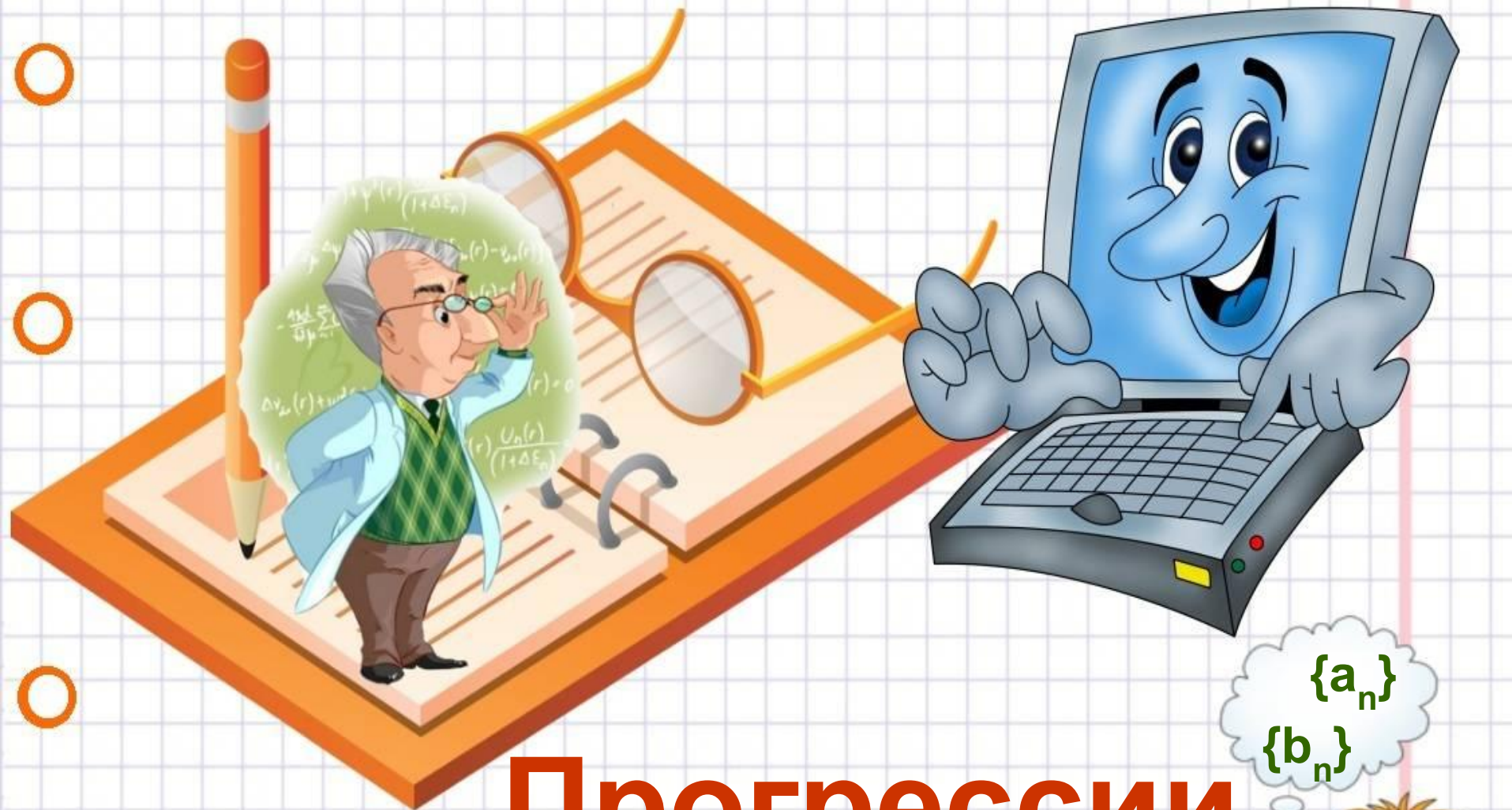




Прогрессии формулы

- Арифметическая прогрессия
- Разность прогрессии
- Общий член прогрессии
- Характеристическое свойство прогрессии
- Сумма 2-х членов прогрессии
- Сумма Сумма n -
Сумма n -первых
членов АП

Геометрическая прогрессия

Знаменатель
прогрессии

Общий член
прогрессии

Характеристическое
свойство прогрессии

Произведение 2-х
членов прогрессии

Сумма Сумма n -
 n -первых членов ГП

Сумма бесконечно
убывающей ГП

Арифметическая прогрессия

- $\{a_n\}$ или $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$
- **Разность прогрессии**
- Число, которое надо прибавить к любому члену АП, чтобы получить последующий, называется разностью АП
- $d = a_n - a_{n-1} \quad \begin{cases} d > 0, \{a_n\} \uparrow \\ d = 0, \{a_n\} - const \\ d < 0, \{a_n\} \downarrow \end{cases}$

Арифметическая прогрессия

- Общий член прогрессии
- $a_n = a_1 + d(n-1)$
- Любой член АП, начиная со II, равен I ее члену, сложенному с произведением разности прогрессии на число членов, предшествующих определяемому

- или

$$\begin{cases} a_n = a_1 + dn - d = dn + (a_1 - d) \\ \exists d = k, \quad a_1 - d = b, \text{ то } a_n = kn + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{a_n - a_1}{n - 1} \\ n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 \end{cases}$$

Арифметическая прогрессия

- Характеристическое свойство прогрессии

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

- Всякий член прогрессии, начиная со II, есть среднее арифметическое предыдущего и последующего членов (соседних с ним)

$$a_n = \frac{a_{n-m} + a_{n+m}}{2}$$

- Всякий член АП, начиная со II, есть среднее арифметическое членов, равноудаленных от него

Арифметическая прогрессия

- Сумма 2-х членов прогрессии

- Во всякой АП
$$\begin{cases} a_n + a_m = a_k + a_p \\ \exists n + m = k + p \end{cases}$$

- В частности, если прогрессия имеет конечное число членов, то сумма 2-х членов, равноотстоящих от ее концов, равна сумме крайних членов

- $$a_1 + a_n = a_m + a_{n-m+1}$$

Арифметическая прогрессия

- Сумма n -первых членов АП

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{2S_n}{n} - a_n \\ \text{для } n: \quad dn^2 + (2a_1 - d)n - 2S_n = 0 \end{cases}$$

Геометрическая прогрессия

- $\{b_n\}$ или $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$
- **Знаменатель прогрессии**
- число, на которое надо умножить любой член ГП, чтобы получить последующий, называется знаменателем ГП

$$q - \text{const} \begin{cases} q > 1, \{b_n\} \uparrow \\ q < 1, \{b_n\} \downarrow \\ q < 0, \{b_n\} - \text{знакопеременная} \end{cases} \quad q = \frac{b_n}{b_{n-1}}$$

Геометрическая прогрессия

- Общий член прогрессии
 - $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$
 - Любой член ГП, начиная со II, равен I ее члену, умноженному на знаменатель прогрессии в степени, показатель которой равен числу членов, предшествующих определяемому
 - $\Rightarrow \quad \therefore b_1, b_1 \cdot q, b_1 \cdot q^2, \dots b_1 \cdot q^{n-1}, \dots$
- $b_n = b_m \cdot q^{n-m}$ — формула «удобная» для решения некоторых задач

Геометрическая прогрессия

- Характеристическое свойство прогрессии

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

- Всякий член прогрессии, начиная со II, есть среднее пропорциональное (геометрическое) предыдущего и последующего членов (соседних с ним)

$$b_n^2 = b_{n-m} \cdot b_{n+m}$$

- Всякий член ГП, начиная со II, есть среднее пропорциональное членов, равноудаленных от него

Геометрическая прогрессия

- Произведение 2-х членов прогрессии

- Во всякой ГП
$$\begin{cases} b_n \cdot b_m = b_k \cdot b_p \\ \exists n + m = k + p \end{cases}$$

- В частности, если прогрессия имеет конечное число членов, то произведение 2-х членов, равноотстоящих от ее концов, равно произведению крайних членов

- $$b_1 \cdot b_n = b_m \cdot b_{n-m+1}$$

Геометрическая прогрессия

- Сумма n -первых членов ГП

- $q = 1, \quad S_n = n \cdot b_1$

$$q \neq 1 \begin{cases} \{b_n\} \uparrow, & S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q - 1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \\ \{b_n\} \downarrow & S_n = \frac{b_1 - b_n \cdot q}{1 - q} = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q} \end{cases}$$

$$\Rightarrow q \neq 1 \begin{cases} \{b_n\} \uparrow, & b_1 = \frac{S_n(q - 1)}{q^n - 1} \\ \{b_n\} \downarrow & b_1 = \frac{S_n(1 - q)}{1 - q^n} \end{cases}$$

Геометрическая прогрессия

- Бесконечная геометрическая прогрессия, знаменатель которой по абсолютной величине меньше 1, называется бесконечно убывающей геометрической прогрессией
- Суммой бесконечно убывающей ГП называют предел суммы n -первых ее членов при бесконечном возрастании n ($n \rightarrow \infty$)

$$S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (b_1 + b_2 + \dots + b_n), \quad |q| < 1$$

- $\Rightarrow$ Сумма бесконечно убывающей ГП равна частному от деления 1 члена этой прогрессии на разность единицы и знаменателя прогрессии

$$S_n = \frac{b_1}{1 - q}, \quad |q| < 1$$

Арифметическая прогрессия

$$\dot{\cdot} \{a_n\} \quad \text{или} \quad \dot{\cdot} a_1, a_2, a_3, \dots a_n, \dots$$

$$1. d = a_n - a_{n-1} \quad \begin{cases} d > 0, \{a_n\} \uparrow \\ d = 0, \{a_n\} - const \\ d < 0, \{a_n\} \downarrow \end{cases}$$

$$2. a_n = a_1 + d(n-1) \quad \text{или} \quad \begin{cases} a_n = a_1 + dn - d = dn + (a_1 - d) \\ \exists d = k, \quad a_1 - d = b, \text{ то } a_n = kn + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = \frac{a_n - a_1}{n - 1} \\ n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 \end{cases}$$

$$3. a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$4. S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{2S_n}{n} - a_n \\ \text{для } n: \quad dn^2 + (2a_1 - d)n - 2S_n = 0 \end{cases}$$

5. Дополнительные формулы:

$$1) a_1 + a_n = a_m + a_{n-m+1}$$

$$2) \begin{cases} a_n + a_m = a_k + a_p \\ \exists n + m = k + p \end{cases}$$

$$3) a_n = a_m + d(n-m)$$

$$4) a_n = \frac{a_{n-m} + a_{n+m}}{2}$$

$$5) d = \frac{a_n - a_p}{n - p}$$

Геометрическая прогрессия

$$\ddot{\cdot} \{b_n\} \quad \text{или} \quad \ddot{\cdot} b_1, b_2, b_3, \dots b_n, \dots$$

$$1. q = \frac{b_n}{b_{n-1}} \quad \begin{cases} q > 1, \{b_n\} \uparrow \\ q - const \\ q < 1, \{b_n\} \downarrow \\ q < 0, \{b_n\} - \text{знакопеременная} \end{cases}$$

$$2. b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$3. b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

$$4. q \neq 1 \quad \begin{cases} \{b_n\} \uparrow, \quad S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q - 1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \\ \{b_n\} \downarrow, \quad S_n = \frac{b_1 - b_n \cdot q}{1 - q} = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q} \end{cases}$$

$$\Rightarrow q \neq 1 \quad \begin{cases} \{b_n\} \uparrow, \quad b_1 = \frac{S_n(q-1)}{q^n - 1} \\ \{b_n\} \downarrow, \quad b_1 = \frac{S_n(1-q)}{1 - q^n} \end{cases}$$

$$q = 1, \quad S_n = n \cdot b_1$$

$$5. S_n = \frac{b_1}{1 - q}, \quad |q| < 1$$

6. Дополнительные формулы:

$$1) b_1 \cdot b_n = b_m \cdot b_{n-m+1}$$

$$2) \begin{cases} b_n \cdot b_m = b_k \cdot b_p \\ \exists n + m = k + p \end{cases}$$

$$3) b_n = b_m \cdot q^{n-m}$$

$$4) b_n^2 = b_{n-m} \cdot b_{n+m}$$

