



*Функция $y = \log_a x$,
её свойства и график.*

Джон Непер
John Napier



Дата рождения:

1550 год

Место рождения:

замок Мерчистон, в те годы
предместье Эдинбурга

Дата смерти:

4 апреля 1617

Место смерти:

Эдинбург

Научная сфера:

математика

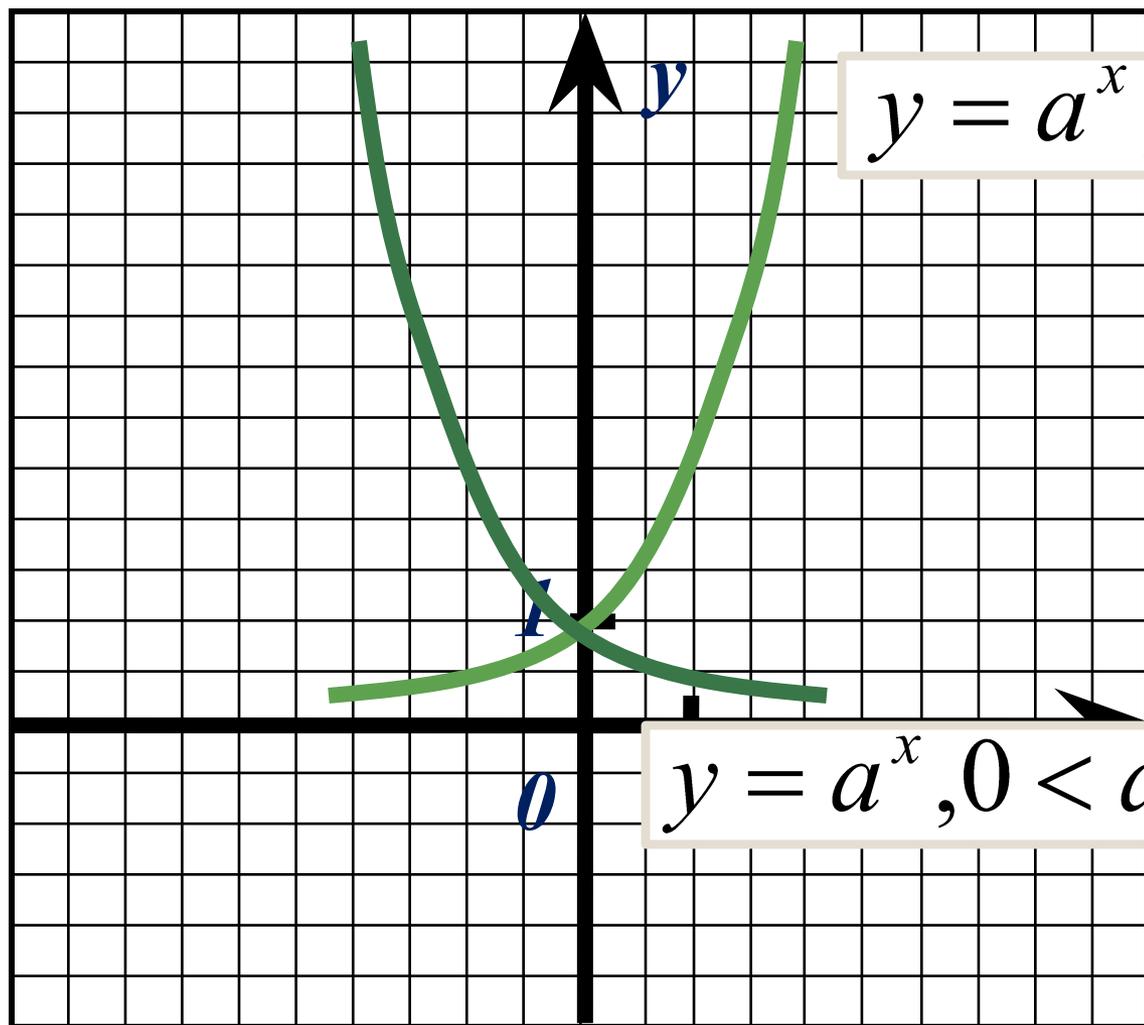
Альма-матер:

Сент-Эндрюсский
университет

Известен как:

изобретатель логарифмов

Прочитайте и назовите график функции, изображённый на рисунке.

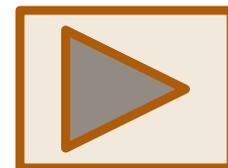


$$y = a^x, a > 1$$

План

Какими свойствами обладает эта функция при $0 < a < 1$?

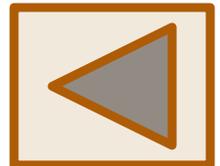
$$y = a^x, 0 < a < 1$$





План прочтения графика:

- 1) $D(f)$ – область определения функции.*
- 2) Чётность или нечётность функции.*
- 3) Промежутки возрастания, убывания функции.*
- 4) Ограниченность функции.*
- 5) Наибольшие, наименьшие значения функции.*
- 6) Непрерывность функции.*
- 7) $E(f)$ – область значений функции.*
- 8) Выпуклость функции.*



Леонард Эйлер

нем. Leonhard Euler



Дата рождения:

4 (15) апреля 1707

Место рождения:

Базель, Швейцария

Дата смерти:

7 (18) сентября 1783 (76 лет)

Место смерти:

Санкт-Петербург, Российская империя

Научная сфера:

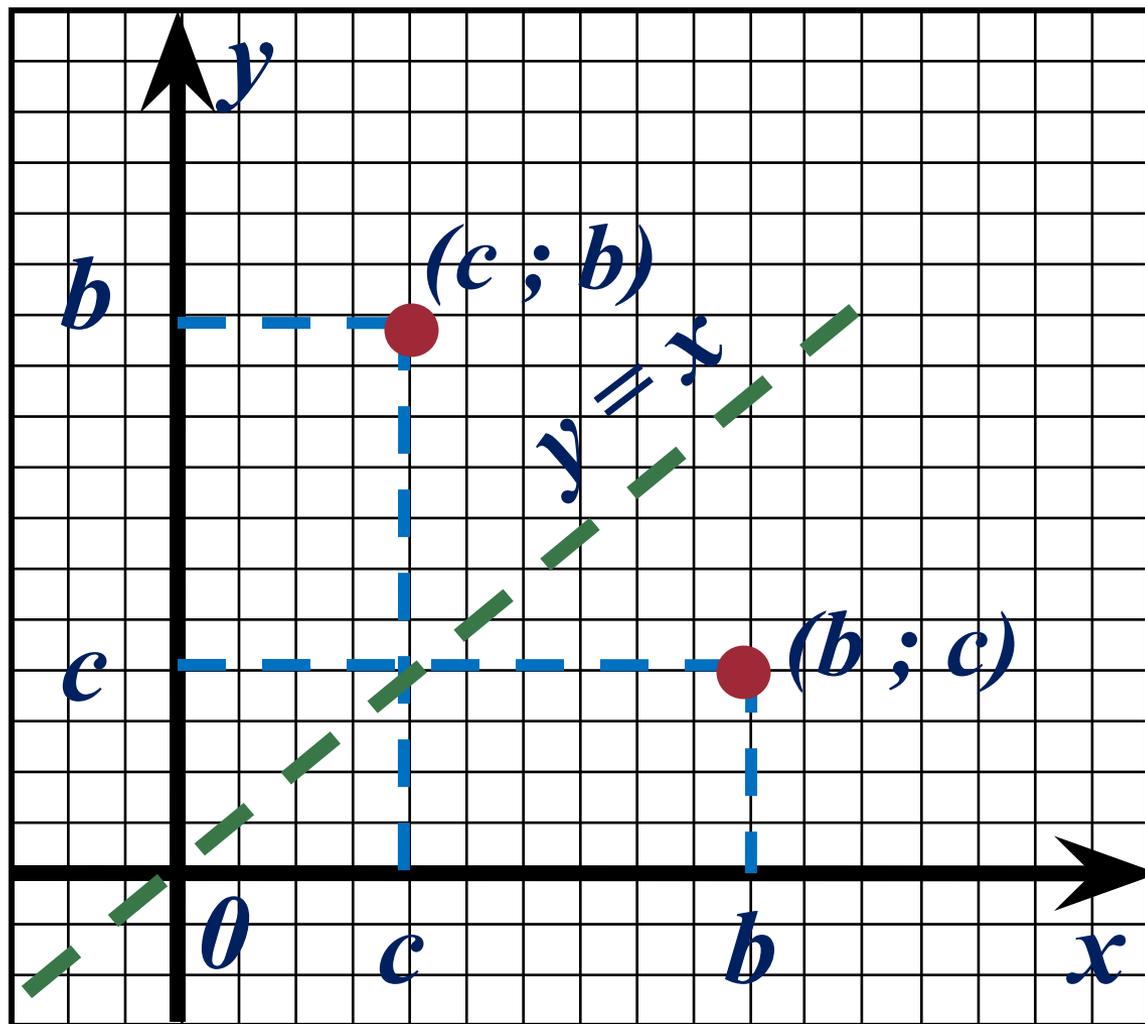
Математика, механика, физика, астрономия

Современное определение показательной, *логарифмической* и тригонометрических функций — заслуга Леонарда Эйлера, так же как и их символика.

Показательная функция
Логарифмическая функция

$$y = a^x$$

$$y = \log_a x$$



Если точка $(c; b)$ принадлежит показательной функции, то

$$b = a^c$$

Или, на «языке логарифмов»

$$c = \log_a b$$

Что можно сказать о точке $(b; c)$?

Вывод:

График функции $y = \log_a x$ симметричен графику функции $y = a^x$ относительно прямой $y = x$.

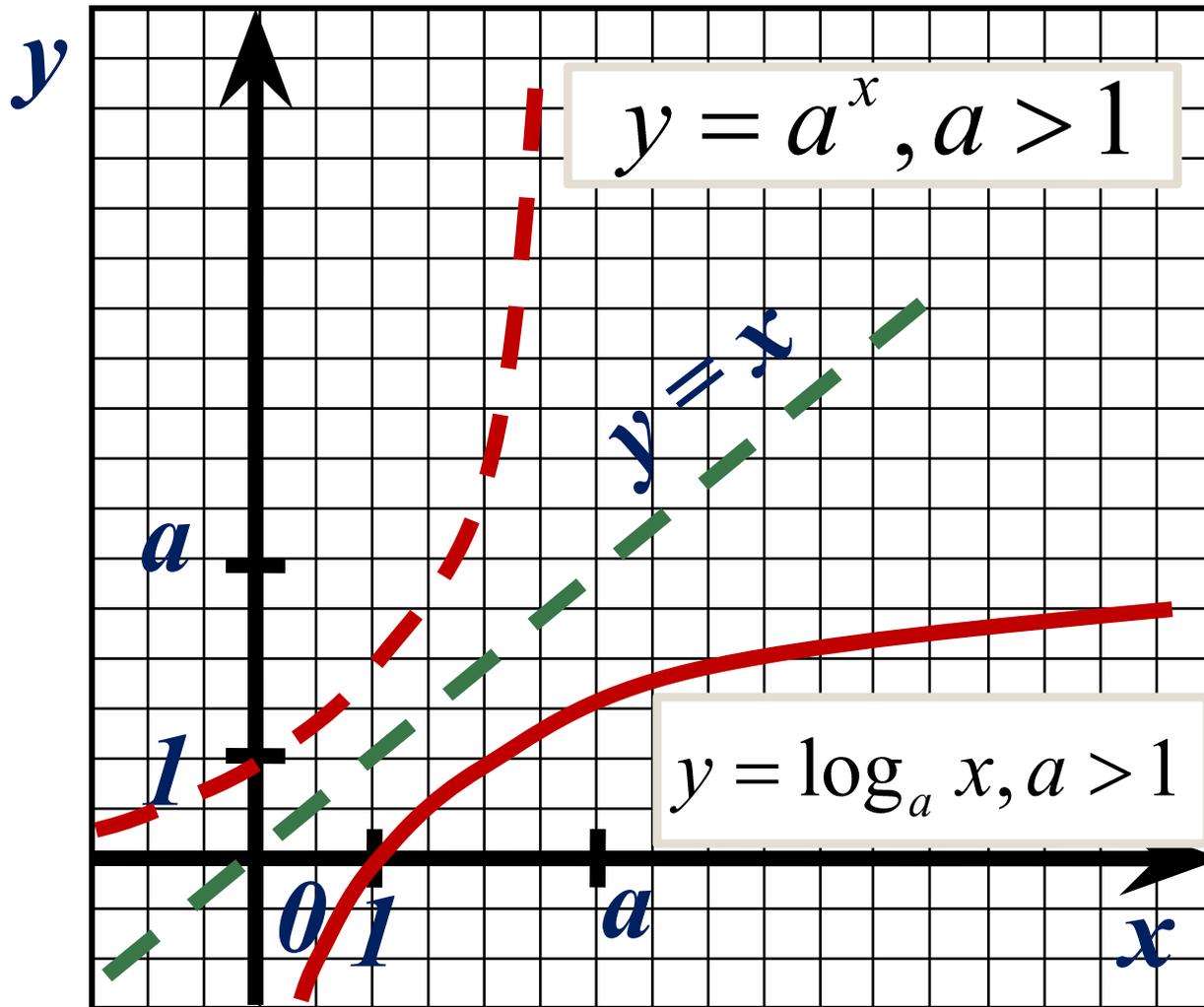
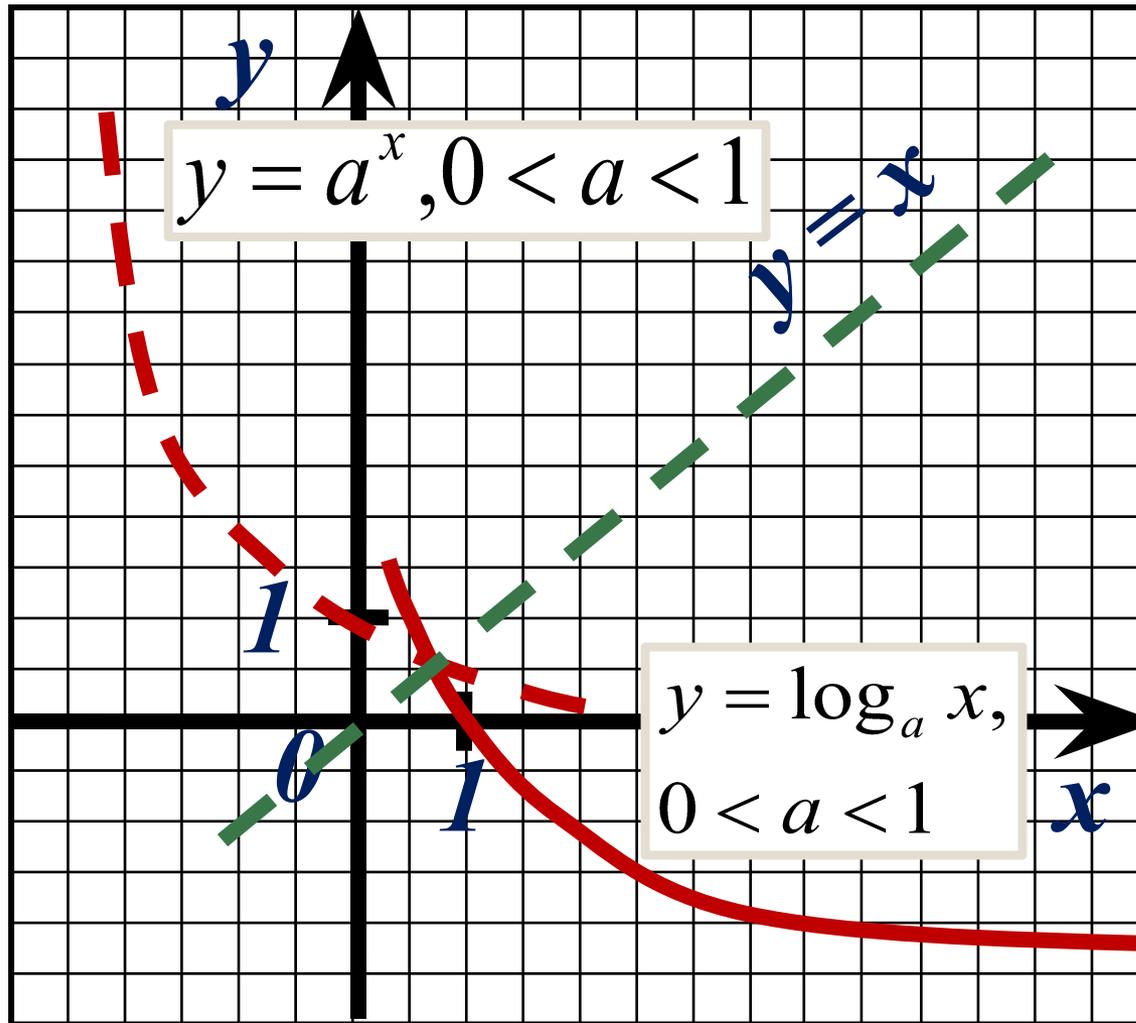


График функции $y = \log_a x$ симметричен графику функции $y = a^x$ относительно прямой $y = x$.



Постройте графики функций:

1 вариант

$$y = \log_2 x$$

2 вариант

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_2 x$	-2	-1	0	1	2	3

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$	2	1	0	-1	-2	-3

Проверка:

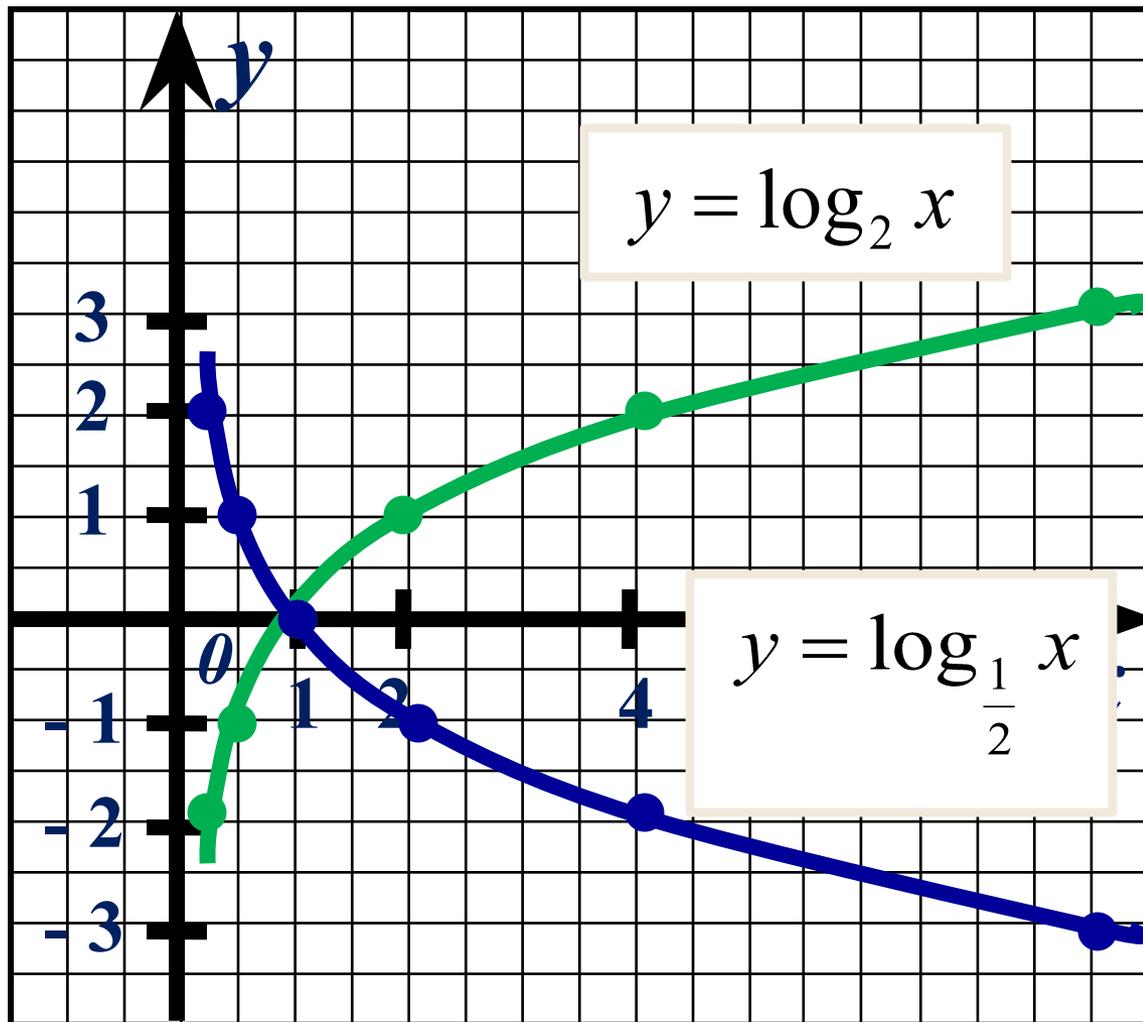
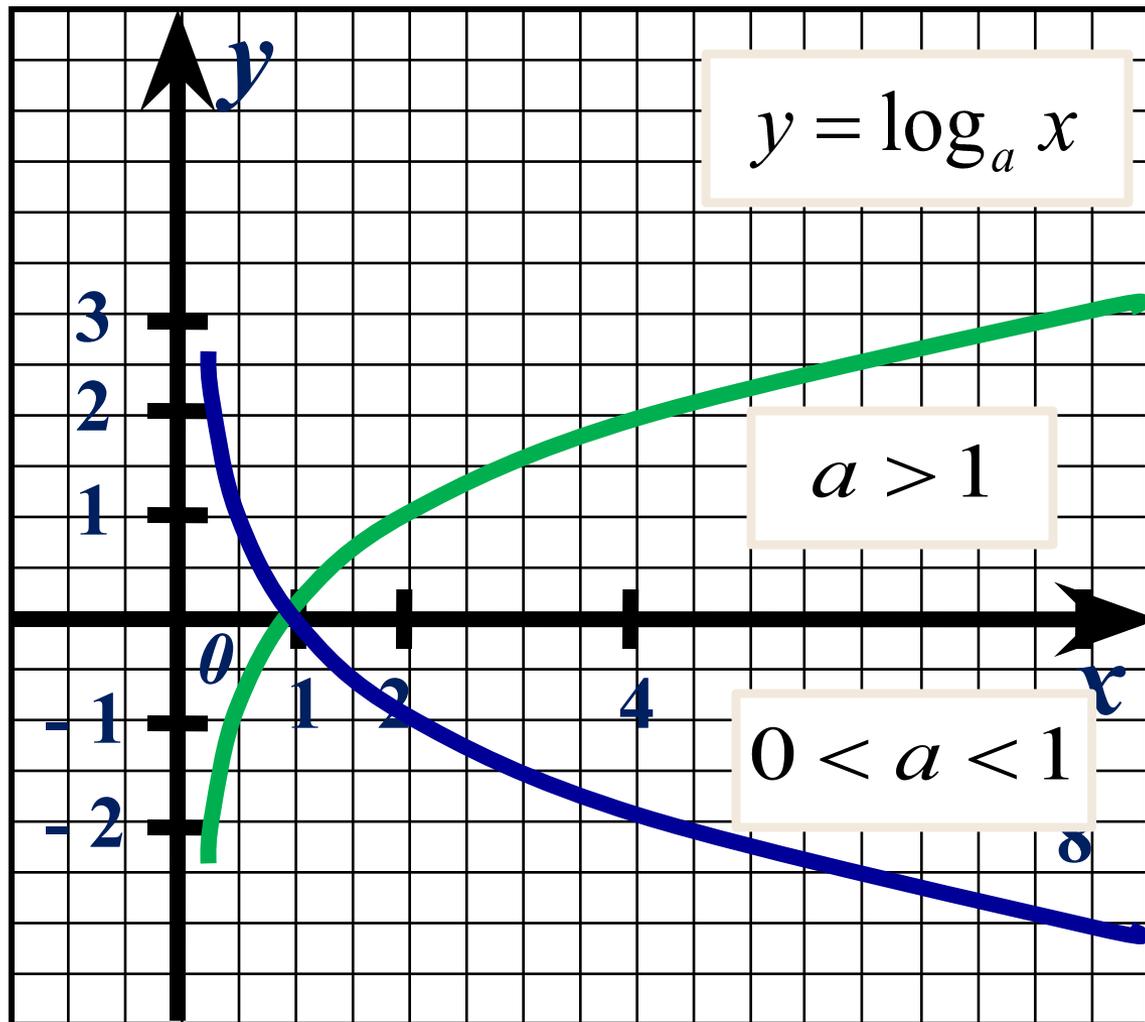


График
логарифмической
функции
называют
логарифмической
кривой.

График функции $y = \log_a x$.



Опишите свойства
логарифмической
функции.

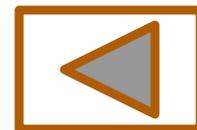
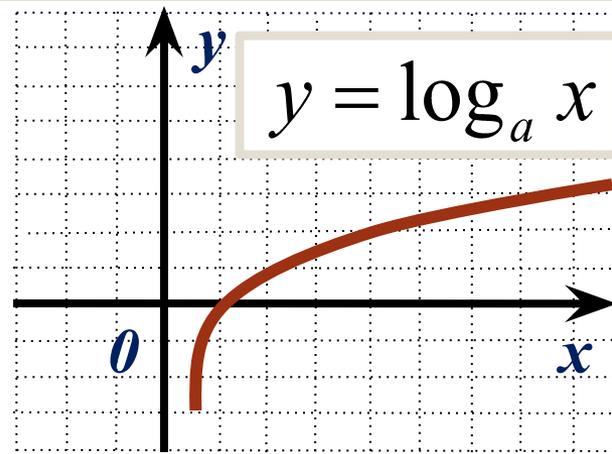
1 вариант:
при $a > 1$

2 вариант:
при $0 < a < 1$



Свойства функции $y = \log_a x, a > 1$.

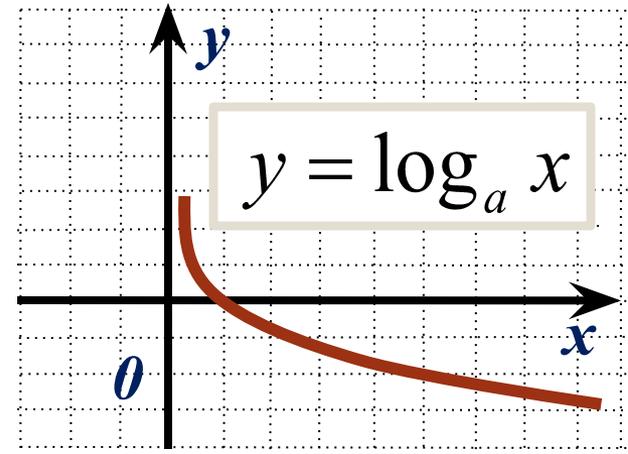
- 1) $D(f) = (0, +\infty)$;*
- 2) не является ни чётной, ни нечётной;*
- 3) возрастает на $(0, +\infty)$;*
- 4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;*
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;*
- 6) непрерывна;*
- 7) $E(f) = (-\infty, +\infty)$;*
- 8) выпукла вверх.*





Свойства функции $y = \log_a x$, $0 < a < 1$.

- 1) $D(f) = (0, +\infty)$;*
- 2) не является ни чётной, ни нечётной;*
- 3) убывает на $(0, +\infty)$;*
- 4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;*
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;*
- 6) непрерывна;*
- 7) $E(f) = (-\infty, +\infty)$;*
- 8) выпукла вниз.*





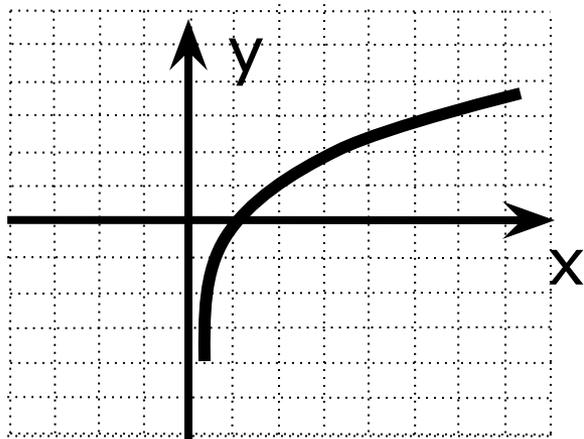
Основные свойства логарифмической функции

№	$a > 1$	$0 < a < 1$
1	$D(f) = (0, +\infty)$	
2	не является ни чётной, ни нечётной;	
3	возрастает на $(0, +\infty)$	убывает на $(0, +\infty)$
4	не ограничена сверху, не ограничена снизу	
5	не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений	
6	непрерывна	
7	$E(f) = (-\infty, +\infty)$	
8	выпукла вверх	выпукла вниз

Задание №1

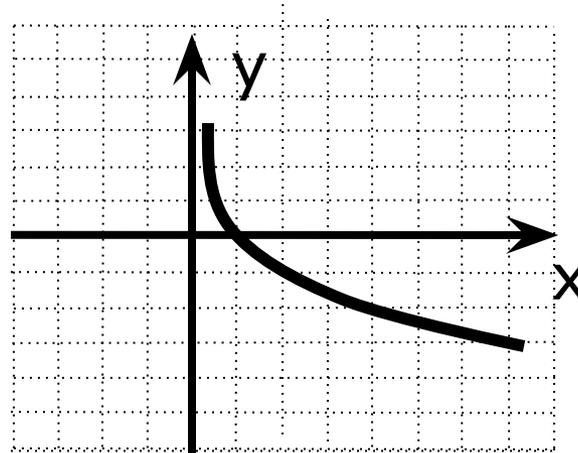
Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке:

$$y = \lg x, x \in [1, 1000]$$



Функция возрастает,
значит: $y_{\text{наим.}} = \lg 1 = 0$
 $y_{\text{наиб.}} = \lg 1000 = \lg 10^3 = 3$

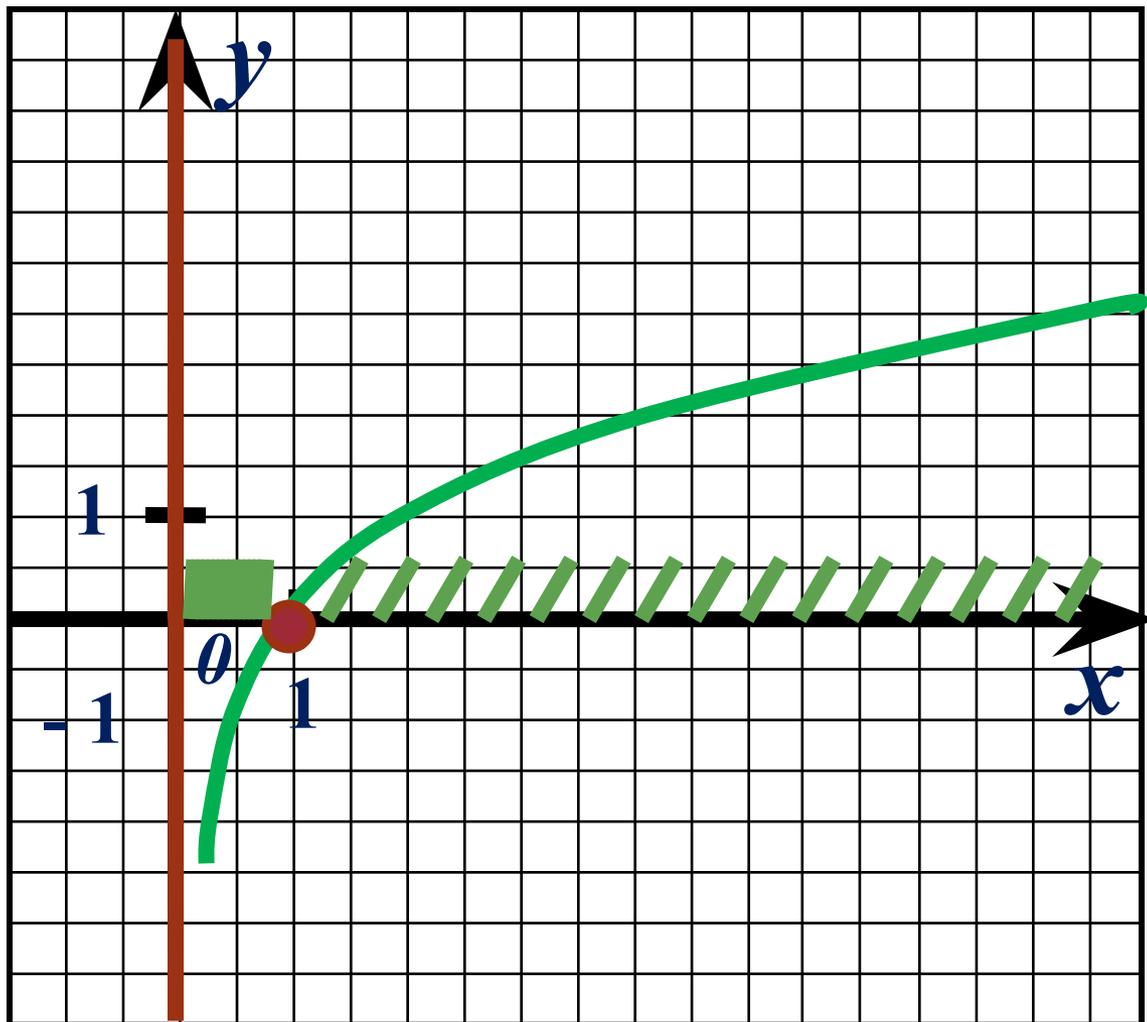
$$\left[\frac{1}{27}, \frac{6}{1} \right] \ni x, x^{\frac{1}{3}} \lg 10 = 4$$



Функция убывает,
значит: $y_{\text{наим.}} = -3$
 $y_{\text{наиб.}} = 2$

Задание №2

Решите уравнение и неравенства:



$$\log_5 x = 0$$

Ответ: $x = 1$

$$\log_5 x > 0$$

Ответ: $x > 1$

$$\log_5 x < 0$$

Ответ: $0 < x < 1$

Самостоятельно:

Решите уравнение и неравенства:

$$\log_{\frac{2}{5}} x = 0$$

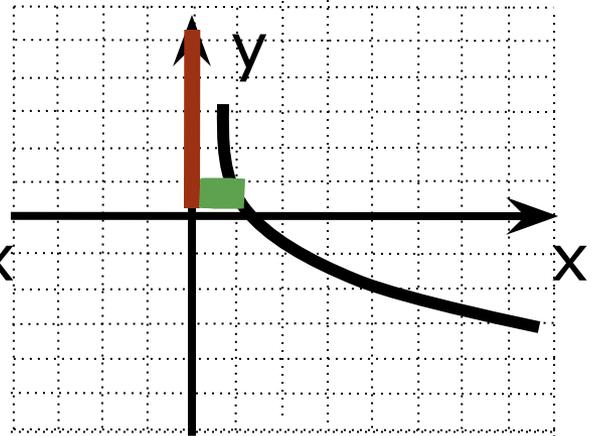
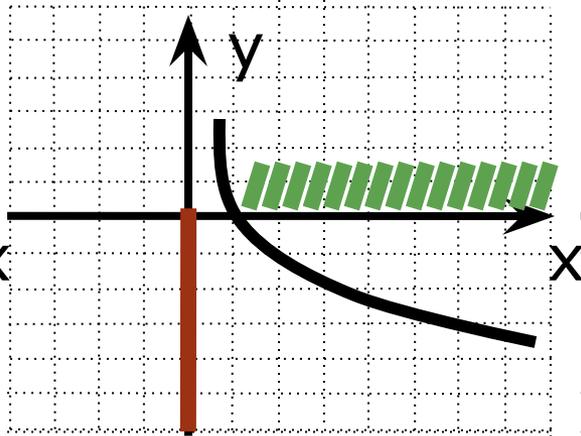
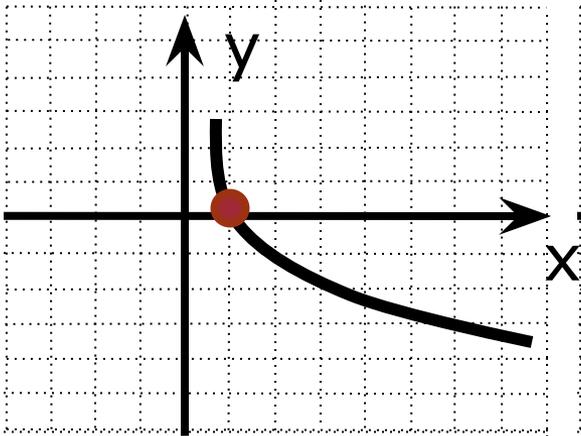
$$\log_{\frac{2}{5}} x < 0$$

$$\log_{\frac{2}{5}} x > 0$$

Ответ: $x = 1$

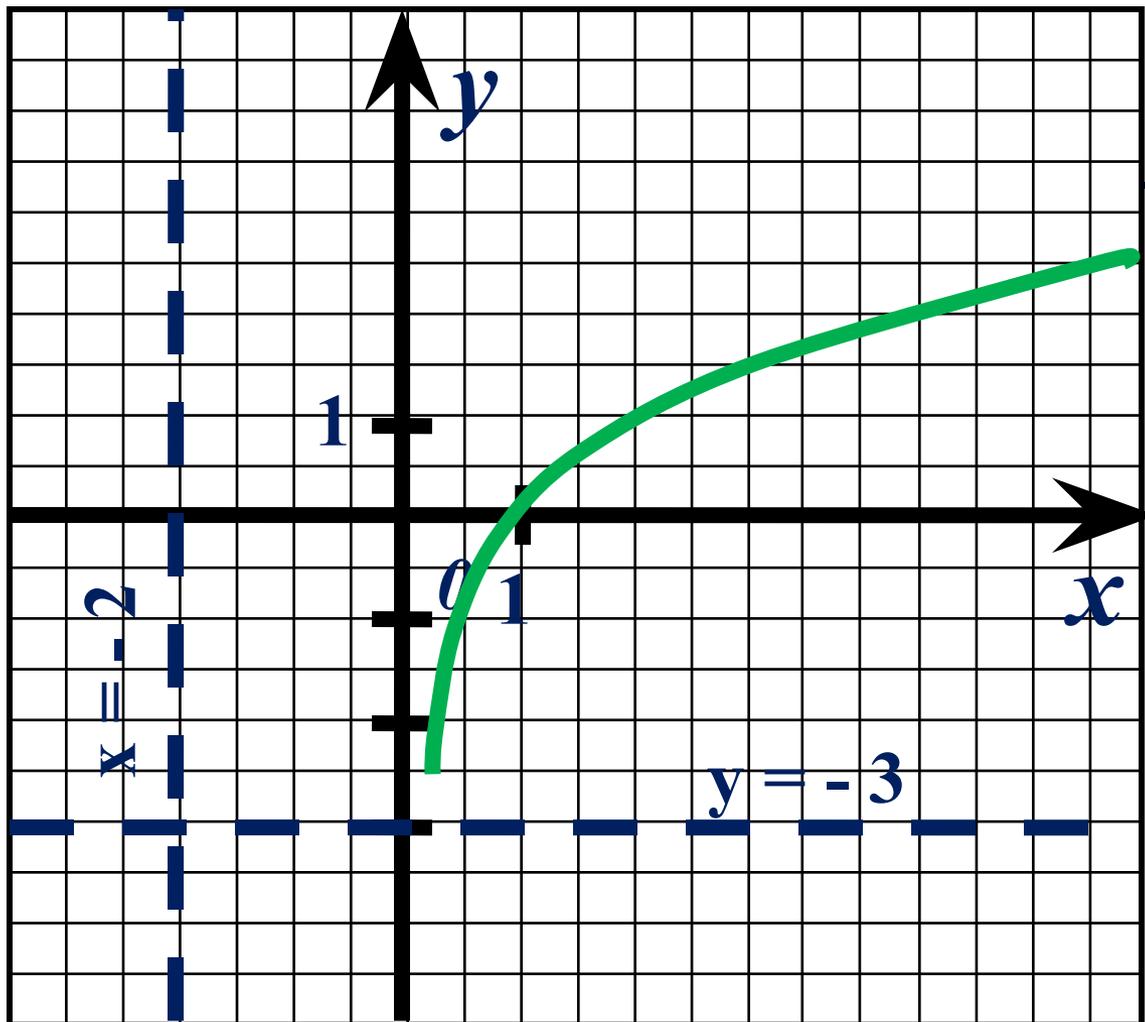
Ответ: $x > 1$

Ответ: $0 < x < 1$



Задание №3

Постройте графики функций: $y = \log_2(x + 2) - 3$



Самостоятельно.

$$y = \log_2(-x)$$

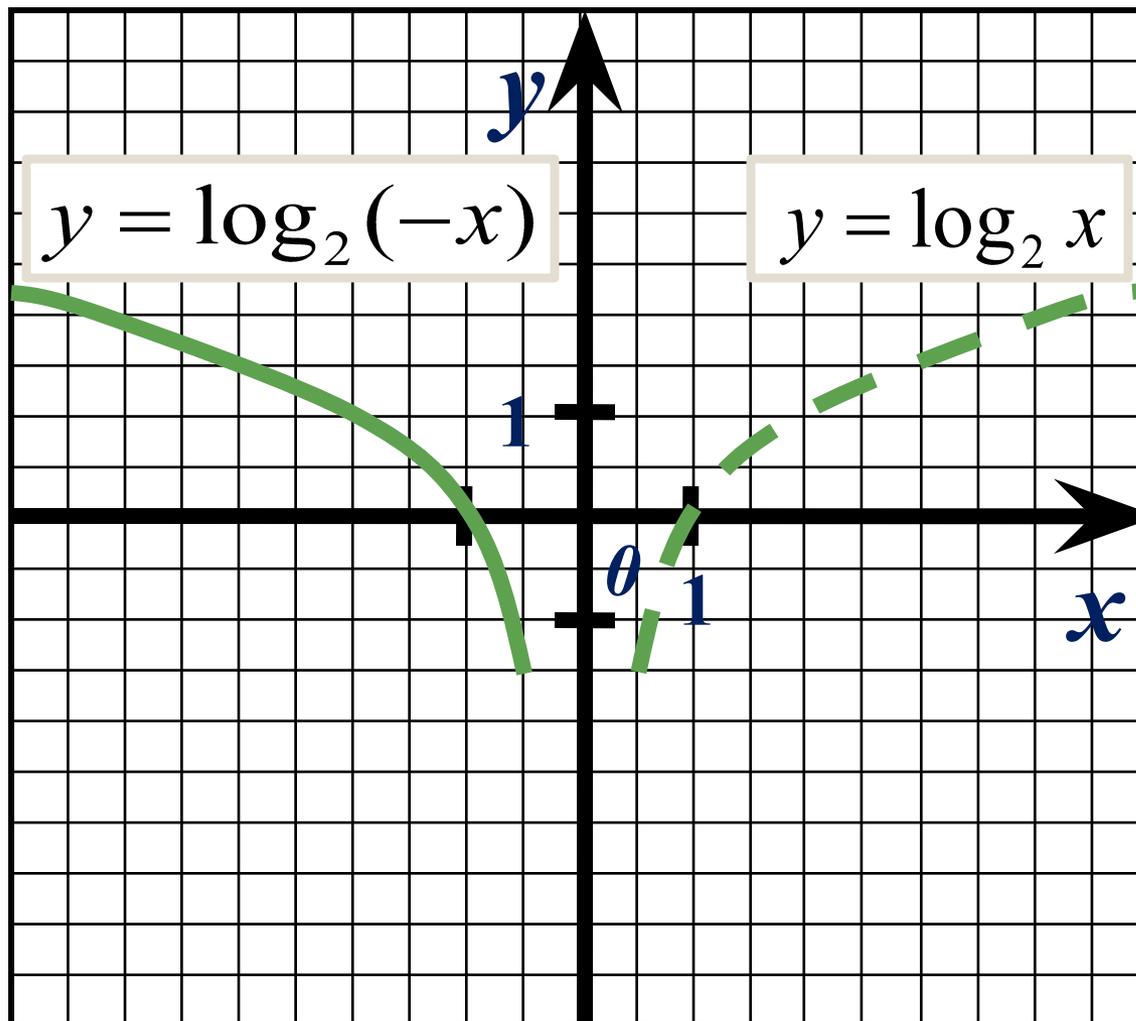
Проверить!

$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$

Проверить!

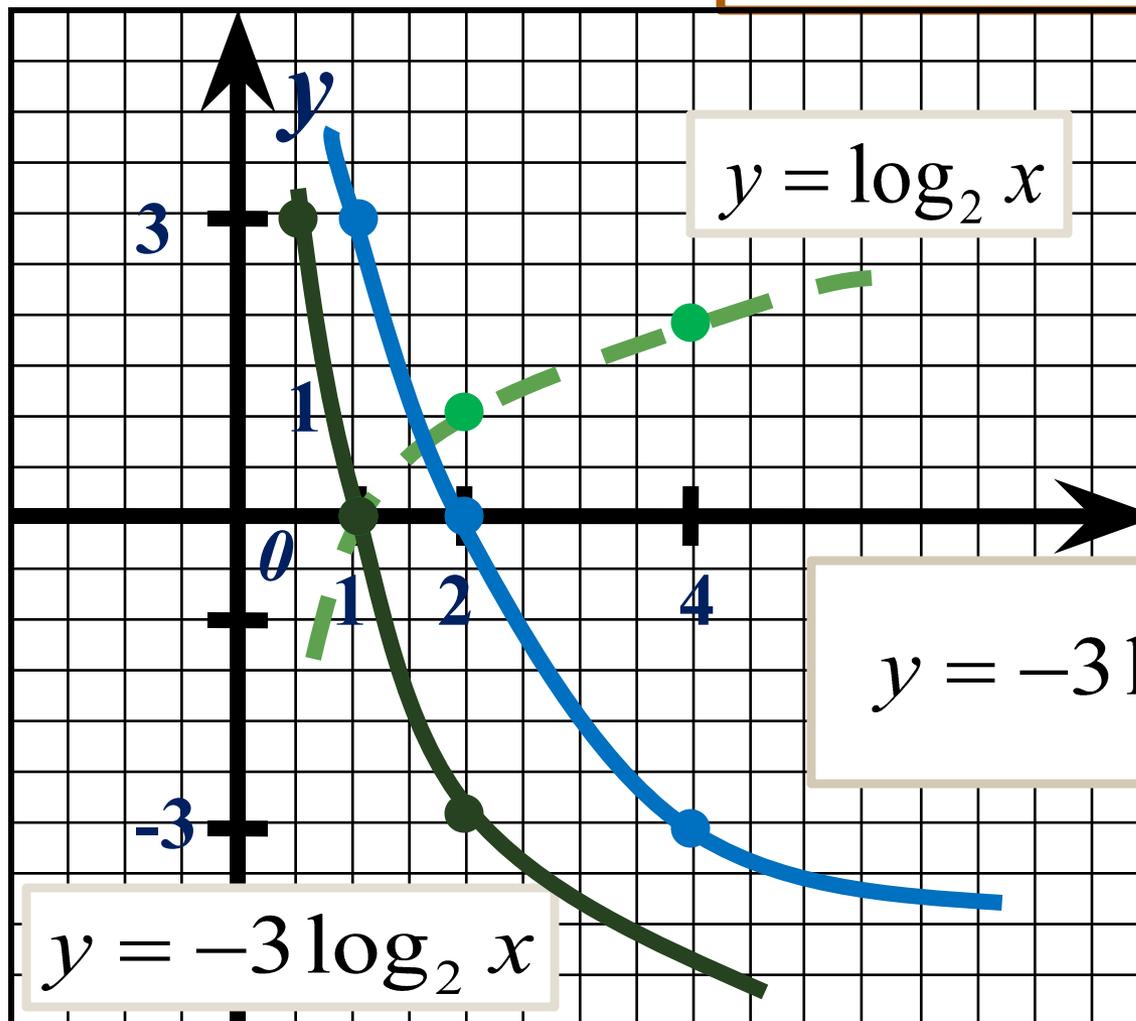
Проверка:

$$y = \log_2(-x)$$



Проверка:

$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$

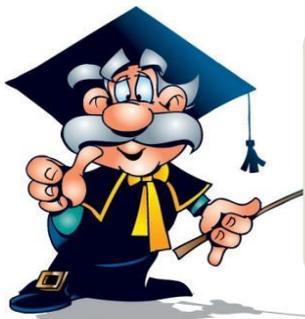


$$y = \log_2 x$$

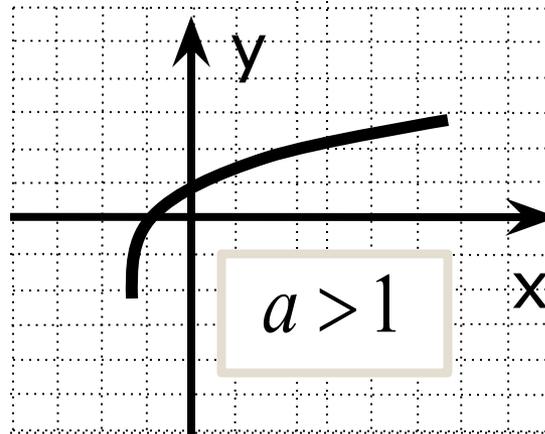
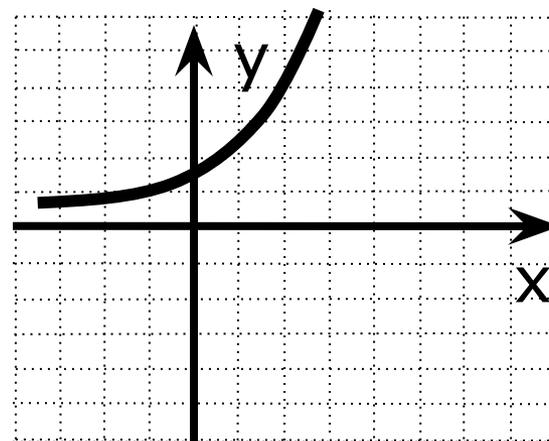
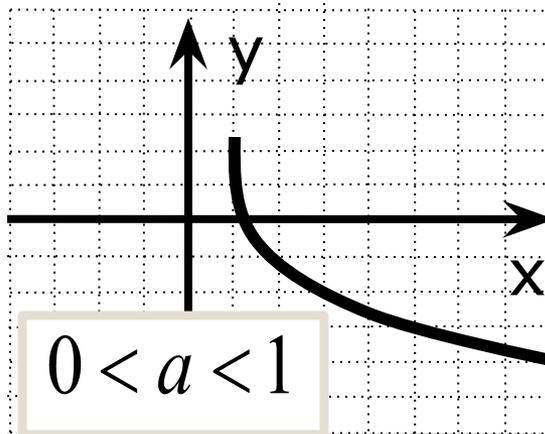
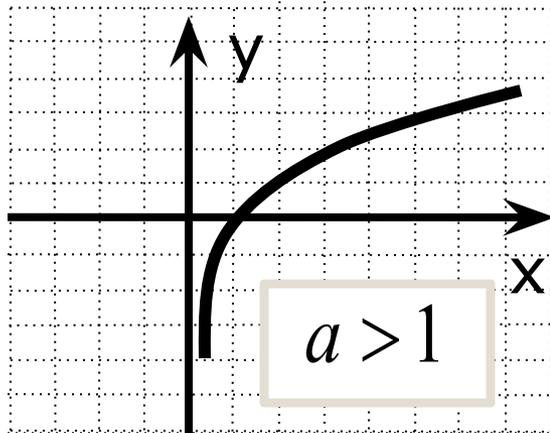
$$y = -3 \log_2 \frac{x}{2}$$

$$y = -3 \log_2 x$$





Установите для предложенных графиков значение параметра a ($a > 1$, $0 < a < 1$)



Не является графиком логарифмической функции



Блиц - опрос.
Отвечать только «да» или «нет»

- ✓ *Ось y является вертикальной асимптотой графика логарифмической функции.*
- ✓ *Графики показательной и логарифмической функций симметричны относительно прямой $y = x$.*
- ✓ *Область определения логарифмической функции – вся числовая прямая, а область значений этой функции – промежуток $(0, +\infty)$.*
- ✓ *Монотонность логарифмической функции зависит от основания логарифма.*
- ✓ *Не каждый график логарифмической функции проходит через точку с координатами $(1;0)$.*



Блиц - опрос.
Отвечать только «да» или «нет»

- ✓ **Логарифмическая кривая это та же экспонента, только по - другому расположенная в координатной плоскости.**
- ✓ **Выпуклость логарифмической функции не зависит от основания логарифма.**
- ✓ **Логарифмическая функция не является ни чётной, ни нечётной.**
- ✓ **Логарифмическая функция имеет наибольшее значение и не имеет наименьшего значения при $a > 1$ и наоборот при $0 < a < 1$.**

Проверка: Да, да, нет, да, нет, да, нет, да, нет



Удачи!!!!!!

§ 49

№1463, 1467,1480,1460

1 вариант – а,б;

2 вариант – в,г.



Используемые ресурсы и литература

**Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.:
Учебн. для общеобразоват. учреждений. – 3-е изд. – М.:
Мнемозина, 2007.**

**Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Задачник для
общеобразоват. учреждений/А.Г.Мордкович, Л.О.
Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е.
Тульчинская. – 3-е изд., испр. – М.:Мнемозина, 2007.**

**Л.А. Александрова Алгебра и начала анализа. 11 класс.
Самостоятельные работы: Учеб. пособие для
общеобразоват. учреждений/ Под ред. А.Г. Мордковича. –
2-е изд. – М.: Мнемозина, 2006. – 96 с.**

<http://ru.wikipedia.org>

<http://nayrok.ru>