Кроссворд

1					Н	О	**Л**	Ь							
2						К	**О**	Р	Е	Н	Ь				
3					А	Л	**Г**	Е	Б	Р	А				
4					У	Р	**А**	В	Н	Е	Н	И	Е		
5		П	Р	О	П	О	**Р**	Ц	И	Я					
6		Д	И	С	К	Р	**И**	М	И	Н	А	Н	Т		
7	Л	О	Г	А	Р	И	**Ф**	М	И	Ч	Е	С	К	А	Я
8			А	Р	Г	У	**М**	Е	Н	Т					

Логарифмы

Готовимся к ЕГЭ

Открытый урок подготовила и провела учитель математики Жаксаликова Э.А.

“Математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед.”

Ларри Нивен

Определение логарифма

Логарифмом числа ***b*** по основанию ***a*** называется показатель степени, в которую нужно возвести основание ***a***, чтобы получить ***b*** (где ***b>0***, ***a>0***, ***a≠1***).

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

Десятичные логарифмы

- Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

$\lg 10 = 1$

$\lg 100 = 2$

$\lg 1000 = 3$

$\lg 10000 = 4$

$$\log_{10} b = \lg b$$

$\lg 0{,}1 = -1$

$\lg 0{,}01 = -2$

$\lg 0{,}001 = -3$

$\lg 0{,}0001 = -4$

Натуральные логарифмы

- Если основание логарифма e, то логарифм называется натуральным:

$$\log_e b = \ln b, \quad e \approx 2{,}7$$

Вычислите устно:

$\log_{\frac{1}{2}} 4 =$	-2	$\log_7 7 =$	1	$\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}} =$	$-\frac{1}{2}$
$\log_2 16 =$	4	$\log_8 0{,}125 =$	-1	$\log_{0{,}5} 2 =$	-1
$\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} =$	3	$\log_3 81\sqrt{3} =$	$4{,}5$	$\lg 100 =$	2
$\log_7 \frac{1}{49} =$	-2	$\ln e =$	1	$\ln e^3 =$	3

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} =$$

$3^{\log_3 18} =$	18	$8^{\log_2 5} =$	125	$0{,}3^{2\log_{0,3} 5} =$	25
$10^{3-\log_{10} 5} =$	200	$3^{1-2\log_3 5} =$	0,12	$10^{1-\lg 4} =$	2,5
$10^{\lg 2} =$	2	$5^{2+\log_5 2} =$	50	$9^{2\log_3 5} =$	625

Свойства логарифмов

$\log_a a = 1$ $\log_a a = 1$

$\log_a 1 = 0$ $\log_a 1 = 0$

$\log_a a^c = c$ $\log_a a^c = c$

$\log_a bc = \log_a b + \log_a c$

$\log_a \frac{b}{c} = \log_a - \log_a c$ $\log_a \frac{b}{c} = \log_a - \log_a c$

$\log_a b^r = r\log_a b$ $\log_a b^r = r\log_a b$

$\log_a b = \log_{a^r} b^r$ $\log_a b = \log_{a^r} b^r$

$\log_a x^{2n} = 2n\log_a |x|, (n \in Z)$ $\log_a x^{2n} = 2n\log_a |x|, (n \in Z)$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ «КОМЕДИЯ 2>3»

В чём ошибка этого доказательства?

$1/4>1/8$

$(1/2)^2>(1/2)^3$

$\lg(1/2)^2>\lg(1/2)^3$

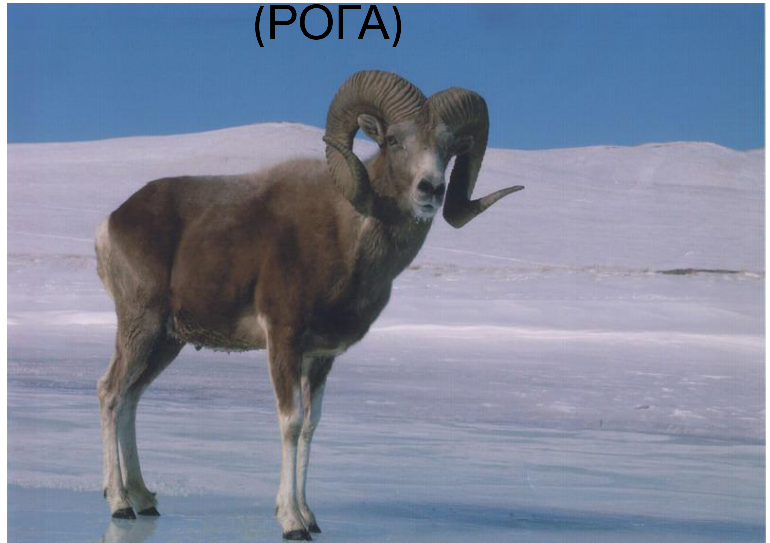
$2\lg1/2>3\lg1/2$

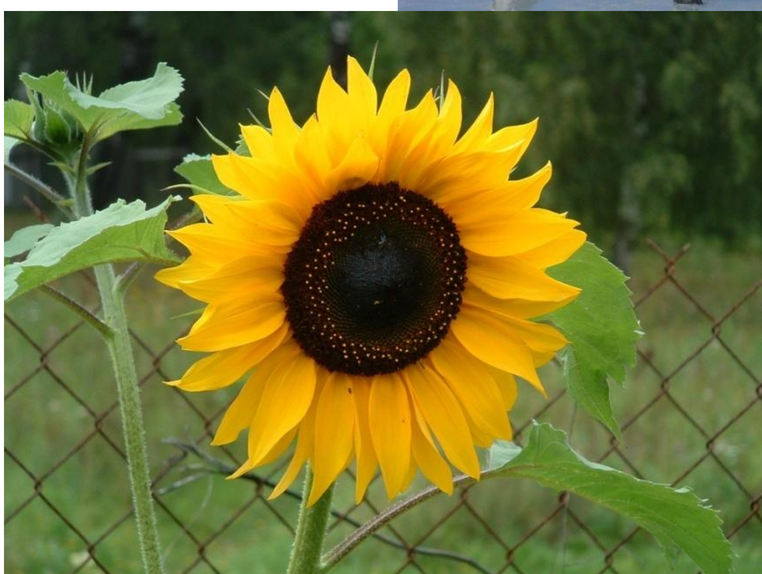
$2>3$

Ошибка была допущена при сокращении на **lg1/2**, так **как lg1/2 <0**, то при сокращении на **lg1/2** необходимо было изменить знак неравенства, т.е. **2<3**.

(Если бы мы логарифмировали не по основанию **10**, а по другому положительному меньшему, чем **1**, то и тогда мы не имели бы права утверждать , что большему числу соответствует больший логарифм.)

АРХАР
(РОГА)

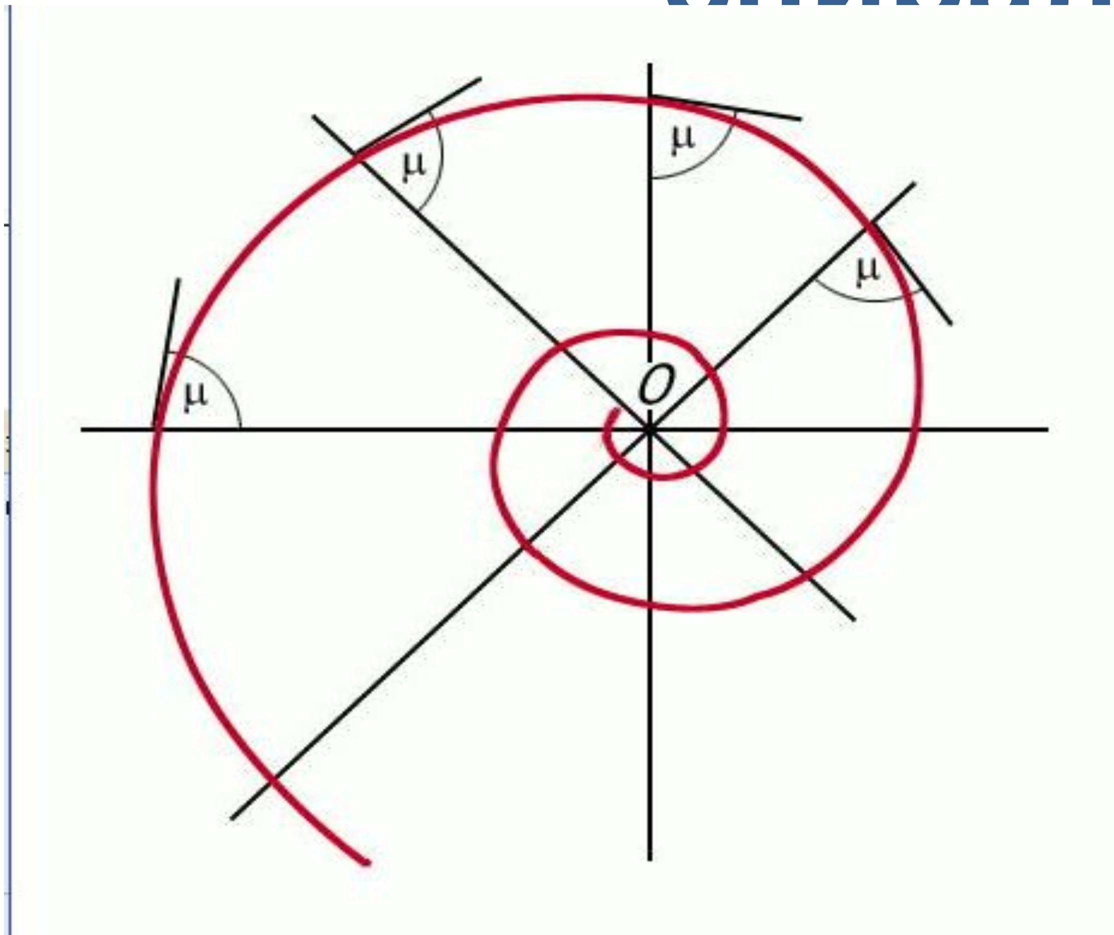




ПОДСОЛН
УХ

РАКУШКА

Логарифмическая спираль



Логарифмическая спираль.

Уравнение этой спирали

$$r = ae^{k\varphi},$$

,где r - расстояние от произвольной точки M на спирали до выбранной точки *O*, *φ* - угол между лучом *OM* и выбранным лучом *Ox*, *a* и *k* — постоянные. Решая его, получим

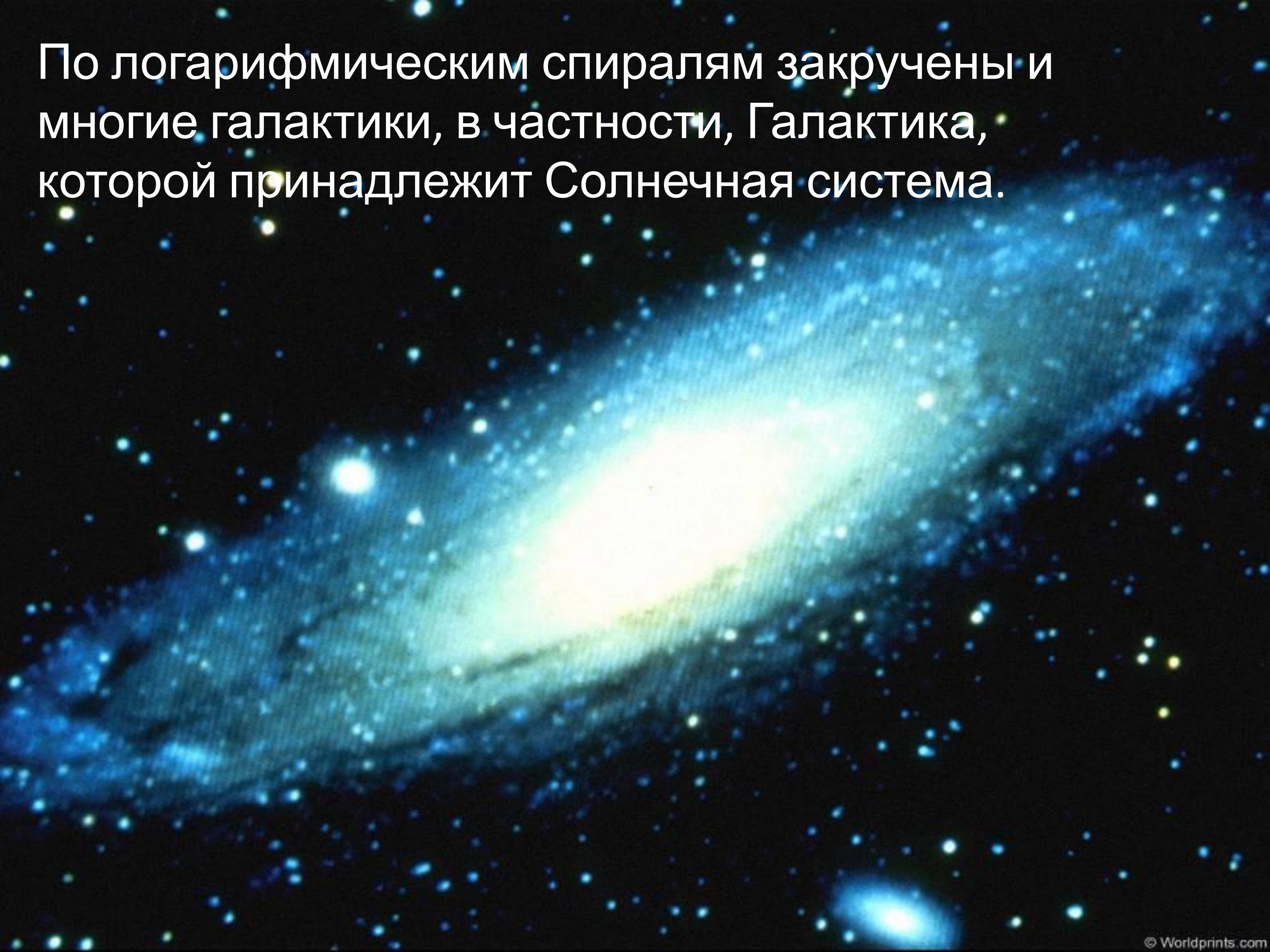
$$\ln e^{k\varphi} = \ln \frac{r}{a},\ k\varphi = \ln \frac{r}{a},\ \varphi = \frac{1}{k} \ln \frac{r}{a}.$$

Так как это уравнение связано с логарифмической функцией, то вычисленную по этой формуле спираль называют логарифмической.

Один из наиболее распространённых пауков, эпейра, сплетая паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмической спирали


По логарифмической спирали
формируется и тело циклона

По логарифмическим спиралям закручены и многие галактики, в частности, Галактика, которой принадлежит Солнечная система.



Логарифмы в музыке

«… Даже изящные искусства питаются ею
Разве музыкальная гамма не есть -
Набор передовых логарифмов?»

Из «Оды экспоненте»

А.А. Эйхенвальд

Логарифмические уравнения

Логарифмическими уравнениями

называют уравнения вида:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x),$$

(где $a>0$, $a\neq1$), и уравнения, сводящиеся

к этому виду.

Повторяем изученное

Этапы решения уравнения

- *Найти область допустимых значений (ОДЗ) переменной*
- *Решить уравнение, выбрав метод решения*
- *Проверить найденные корни непосредственной подстановкой в исходное уравнение или выяснить, удовлетворяют ли они условиям ОДЗ*

Логарифмирование алгебраических выражений

- Если число x представлено алгебраическим выражением, то логарифм любого выражения можно выразить через логарифмы составляющих его чисел.

(на основании свойств логарифмов)

Прологарифмировать алгебраическое выражение:

- Пример:

$$x = \frac{a * в^3}{c^2}$$

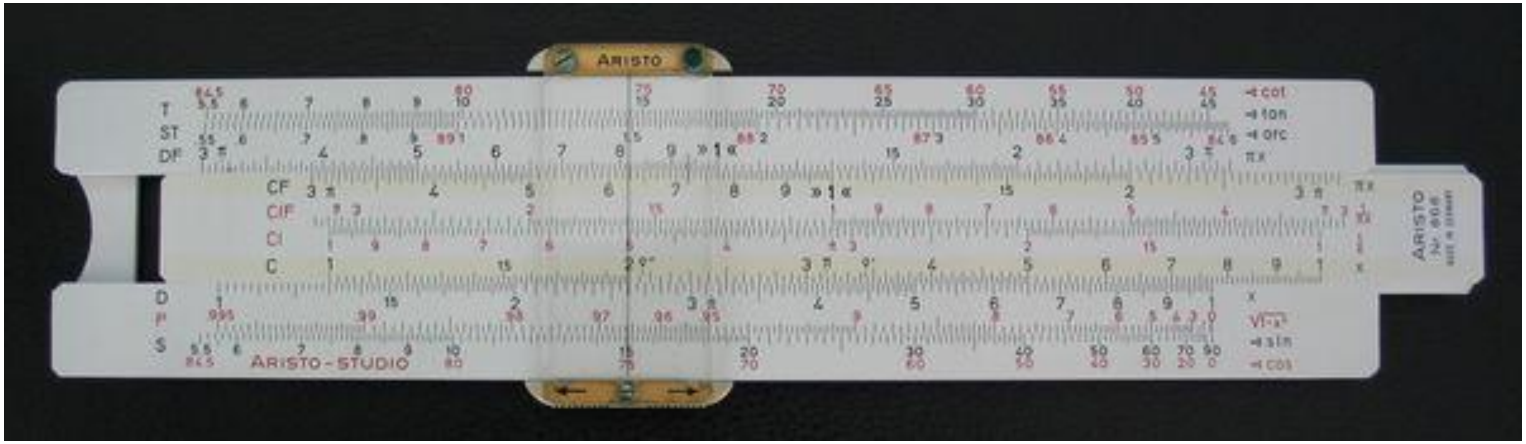
$$\lg x = \lg\left(\frac{a * в^3}{c^2}\right)$$

$$\lg x = \lg(a * в^3) - \lg c^2$$

$$\lg x = \lg a + \lg в^3 - \lg c^2$$

$$\lg x = \lg a + 3\lg в - 2\lg c$$

Логарифмическая линейка



В **1614** году шотландский математик **Джон Непер** изобрел таблицы логарифмов.

Принцип их заключался в том, что каждому числу соответствует свое специальное число - логарифм.

Логарифмы очень упрощают деление и умножение.

Например, для умножения двух чисел складывают их логарифмы, результат находят в таблице логарифмов.

В дальнейшем им была изобретена логарифмическая линейка, которой пользовались до 70-х годов XX-го века.

Потенцирование логарифмических выражений

- Переход от логарифмического выражения к алгебраическому называется ***потенцированием***, то есть, выполнение действия, обратного логарифмированию

Перейти к алгебраическому выражению

$$\lg x = \lg a + 2\lg \quad - \lg$$

$$\lg x = \lg a + \lg \quad {}^{2} - \lg$$

$$\lg x = \lg(a* \quad {}^{2}) - \lg$$

$$\lg x = \lg\left(\frac{a* \quad {}^{2}}{c}\right)$$

$$x = \frac{a* \quad {}^{2}}{c}$$

Найдите значение выражения

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

1

$$\log_5 7 \cdot \log_7 25 = \log_5 7 \cdot \log_7 5^2 = 2\overbrace{\log_5 7 \cdot \log_7 5}^{1} = ?$$

2

$$\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8} = \frac{\log_9 8}{\log_{9^2} 8} = \frac{\cancel{\log_9 8}}{\frac{1}{2}\cancel{\log_9 8}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = ?$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r}\log_{a^r} b$$

Найдите значение выражения

3

$$\overbrace{\log_4 5\cdot\log_5 6}^{\log_4 6}\cdot\overbrace{\log_6 7\cdot\log_7 8}^{\log_6 8}=\overbrace{\log_4 6\cdot\log_6 8}^{\log_4 8}=$$

$$=?$$

4

$$\log_{1,25} 7\cdot\log_7 0{,}8=\log_{\frac{5}{4}} 7\cdot\log_7\frac{4}{5}=?$$

$$\log_a b\cdot\log_b c=\log_a c$$

Найдите значение выражения

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}} = 6^{\log_{12} 432} : 6^{\log_{12} 3} = 6^{\log_{12} 432 - \log_{12} 3}$$

$$= 6^{\log_{12}(432:3)} = 6^{\log_{12} 144} = 6^{\log_{12} 12^2} = 6^{2\overset{1}{\log_{12} 12}} = 6^2$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

Вычислите:

$\log_3 27 =$	3	ж	$\log_{64} 8 =$	$\frac{1}{2}$	у
$\lg 10 =$	1	е	$\log_{0,5} 16 =$	-4	д
$\log_{0,4} 1 =$	0	л	$\log_6 12 + \log_6 3 =$	2	а
$\log_{0,3} 0,09 =$	2	а	$\lg 4 - \lg 40 =$	-1	ч
$\log_5 \frac{1}{25} =$	-2	ю	$3^{2\log_3 5} =$	25	и

-2	0	1	3	1/2	-4	-1	25	2
Ю	Л	Е	Ж	У	Д	Ч	И	А