



Приемы решения заданий с параметром



Шпилева Людмила Александровна





Начальные сведения

1. **Понятие параметра. Контрольные значения параметра**
 2. **Количество корней квадратного и линейного уравнений с параметром**
 3. **Знаки корней квадратного уравнения с параметром.**
 4. **Расположение корней квадратного трёхчлена на координатной прямой**
 5. **Исследование квадратичной функции**
- 



Приемы решения

1. Разбиение уравнения на два уравнения
 2. Уединение параметра
 3. Применение монотонности функций при решении задач с параметрами
 4. Применение метода областей для решения задач с параметром
 5. Применение чётности функций при решении задач с параметром
 6. Применение инвариантности при решении заданий с параметром
 7. Применение графических интерпретаций при решении заданий с параметром
 8. Применение геометрических интерпретаций
- 



Определение

Уравнением (неравенством) с параметром называется семейство уравнений (неравенств) одного вида, коэффициенты которых вычисляются по одним и тем же формулам, зависящим от параметра (параметров).





*Под областью изменения параметра
обычно подразумевают (если не
сделано специальных оговорок)
множество всех действительных
чисел.*

*Допустимыми значениями параметра a
считаются все те значения a , при кото -
рых выражения, входящие в уравнение (
неравенство), имеют смысл.*





Определение

Решить уравнение
(с переменной x и параметром a) - это
*значит **решить семейство уравнений***
при всех действительных значениях
параметра.





Определение

Контрольными значениями
параметра

называются те допустимые
значения параметра, при которых
или при переходе через которые
происходят качественные
изменения уравнения





Определение

Качественными изменениями
уравнения **являются изменения**

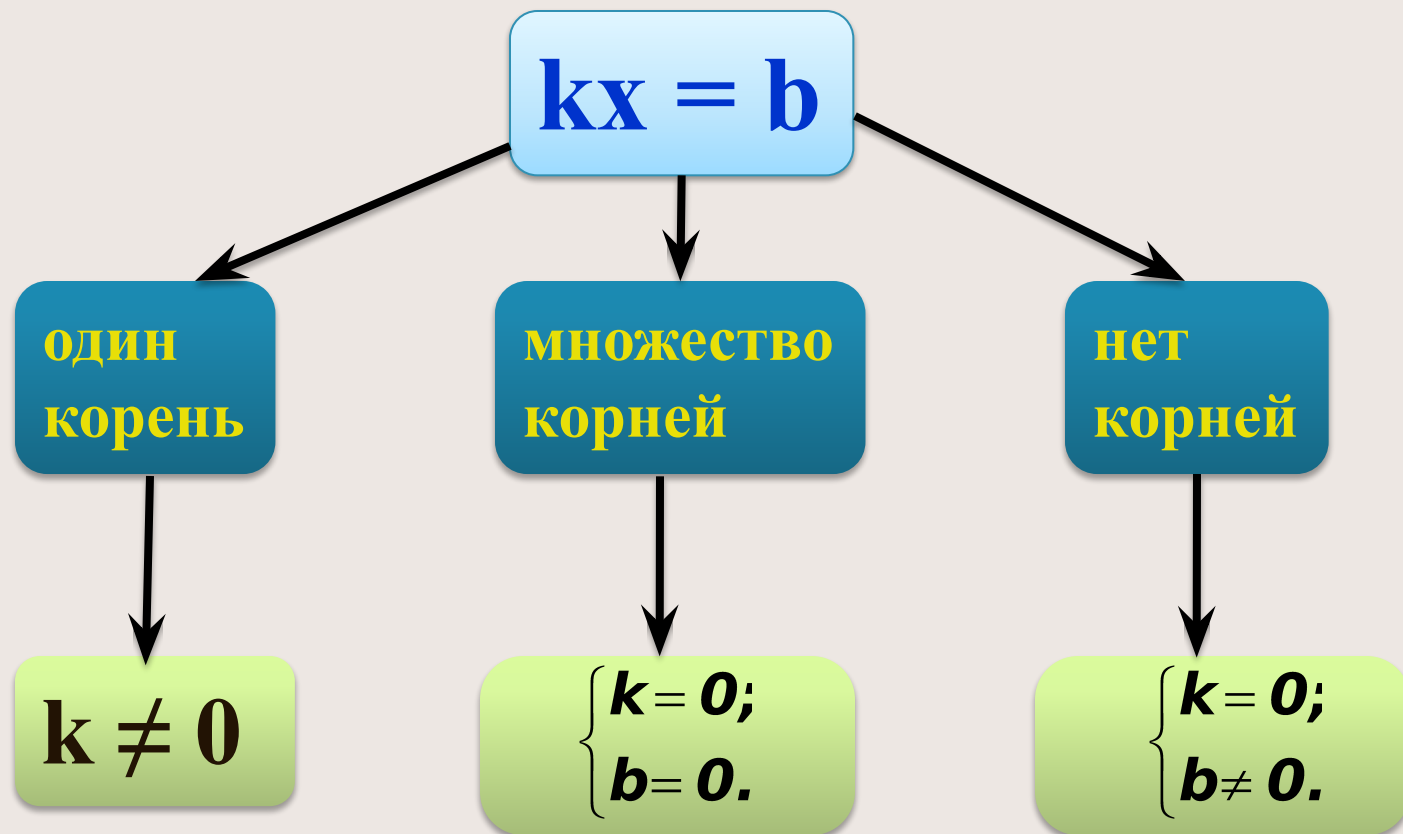
1. **способа поиска решения уравнения,**
 2. **количества его корней**
 3. **формул, по которым они**
вычисляются
- 


$$kx = b$$

Контрольными значениями параметра линейного уравнения являются те значения параметра, для которых коэффициент при x обращается в нуль.



Линейное уравнение с параметром



Уравнение степени не выше второй

$$ax^2 + bx + c = 0$$

линейное
уравнение
 $a = 0$

один
корень

$$b \neq 0$$

множество
корней

$$\begin{cases} b = 0; \\ c = 0. \end{cases}$$

нет
корней

$$\begin{cases} b = 0; \\ c \neq 0. \end{cases}$$

квадратное
уравнение
 $a \neq 0$

один
корень

$$D = 0$$

два
корня

$$D > 0$$

нет
корней

$$D < 0$$



Задание №1

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет решения уравнение

$$x^4 - 2x^3 - (2a + 3)x^2 + 2ax + 3a + a^2 = 0$$

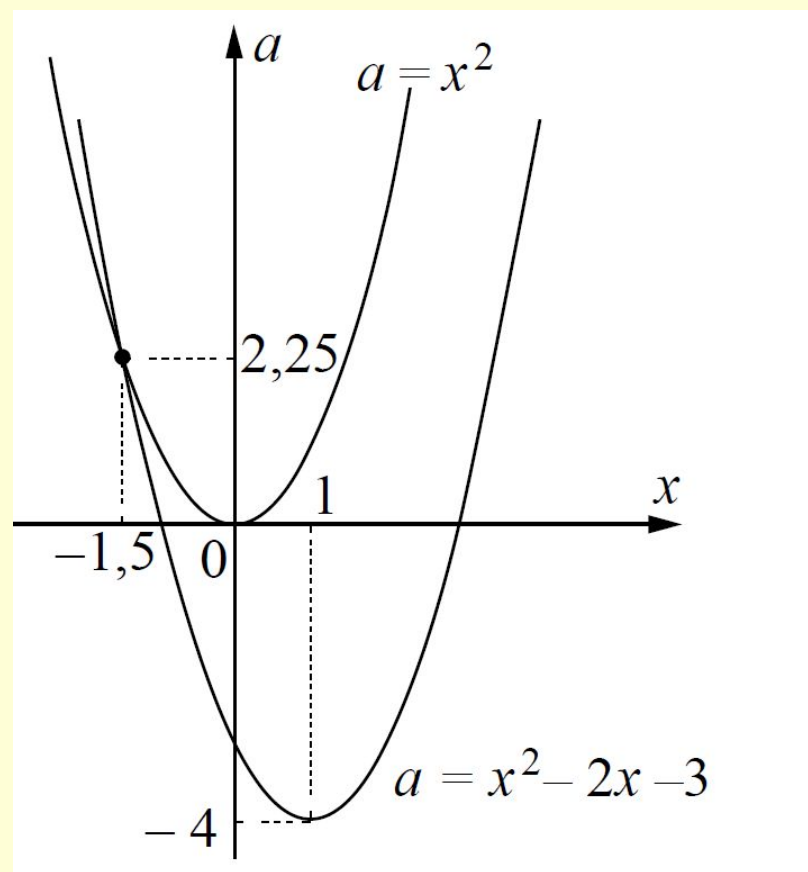
Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра a .



Найдите все значения параметра a , при каждом из которых имеет решения уравнение

$$x^4 - 2x^3 - (2a + 3)x^2 + 2ax + 3a + a^2 = 0$$

Найдите все корни, которые получаются при единственном значении параметра a .





Задание № 2

Найдите значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(3x - 1)\ln(3x + a) = (3x - 1)\ln(4x - a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$





Представим уравнение в виде произведения,
равного нулю

$$(3x - 1)(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$

На ОДЗ $(3x - 1) = 0$ или

$$(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$



$$(3x - 1)(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$

$$(3x - 1) = 0 \quad \text{при условии} \quad \begin{cases} 3x + a > 0, \\ 4x - a > 0. \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{при условии} \quad \begin{cases} 1 + a > 0, \\ \frac{4}{3} - a > 0. \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{3} \quad \text{при условии} \quad -1 < a < 1\frac{1}{3}$$




$$(3x - 1)(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$

$$\ln(3x + a) - \ln(4x - a) = 0 \quad \begin{cases} 3x + a > 0, \\ 4x - a = 3x + a \end{cases}$$

$$x = 2a \quad \text{при условии} \quad a > -3x$$

$$x = 2a \quad \text{при условии} \quad a > -6a$$

$$x = 2a \quad \text{при условии} \quad a > 0$$



$$(3x - 1)(\ln(3x + a) - \ln(4x - a)) = 0$$

$$1. x = \frac{1}{3} \quad \text{при условии} \quad -1 < a < 1\frac{1}{3}$$

$$2. x = 2a \quad \text{при условии} \quad a > 0$$

$$x = 2a \quad \text{принадлежит} [0; 1] \quad \text{при} \quad 0 < a \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} = 2a \quad \text{при} \quad a = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ:} \quad -1 < a \leq 0, \quad a = \frac{1}{6}, \quad \frac{1}{2} < a < 1\frac{1}{3}$$




Задание № 3

Найти все значения параметра a ,
при каждом из которых уравнение

$$x + \sqrt{a^2 - x^2} = 1$$

имеет два корня

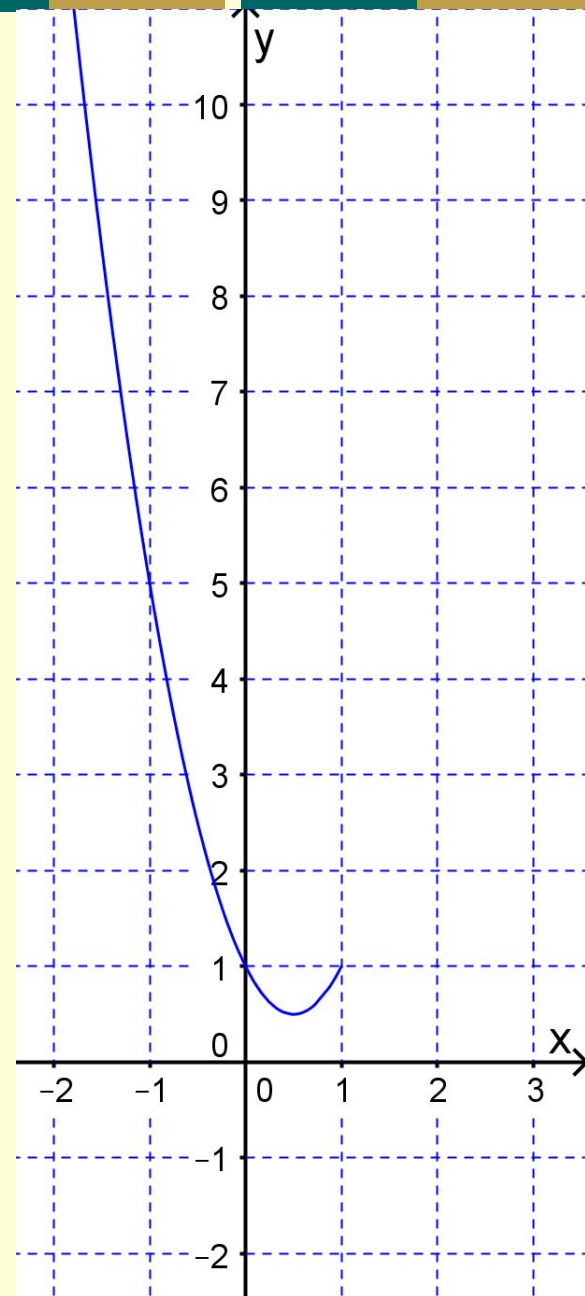


Задание № 3

Найти все значения параметра a ,
при каждом из которых
уравнение

$$x + \sqrt{a^2 - x^2} = 1$$

имеет два корня





Задание № 4

Найдите все значения a при каждом из которых уравнение

$$(4x - x^2)^2 - 32\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 14a$$

имеет хотя бы одно решение





Применение монотонности функций при решении заданий с параметром



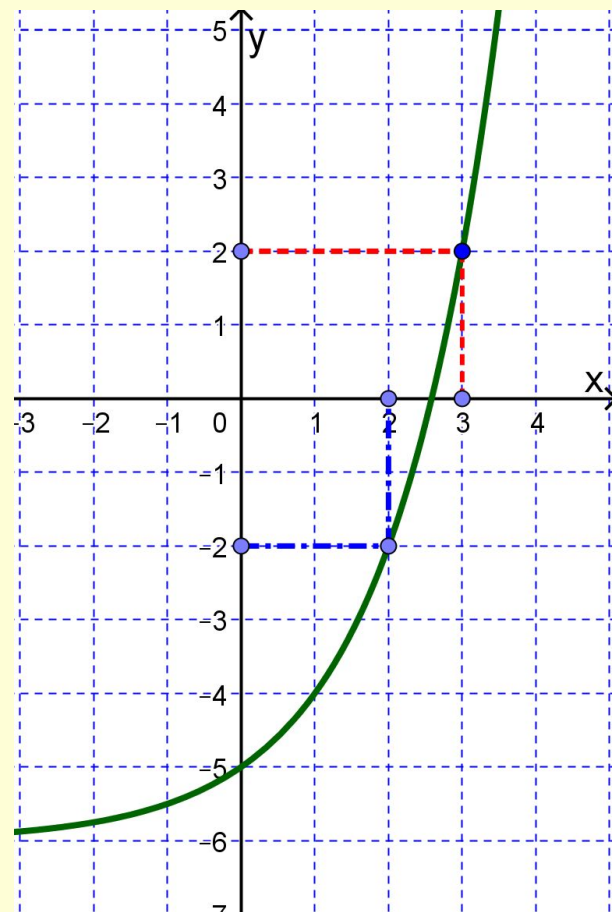
Свойство монотонной функции

Каждое своё значение монотонная функция принимает при одном значении аргумента

Если функция $y = f(x)$ монотонна и

$$f(x_1) = f(x_2), \text{ то}$$

$$x_1 = x_2 \text{ на } D(f)$$



Задание № 5

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sin^{14} x + (a - 3 \sin x)^7 + \sin^2 x + a = 3 \sin x$$

Имеет хотя бы одно решение.

Если функция $y = f(x)$ монотонна и

$$f(x_1) = f(x_2), \text{ то}$$

$$x_1 = x_2 \text{ на } D(f)$$

Задание № 5

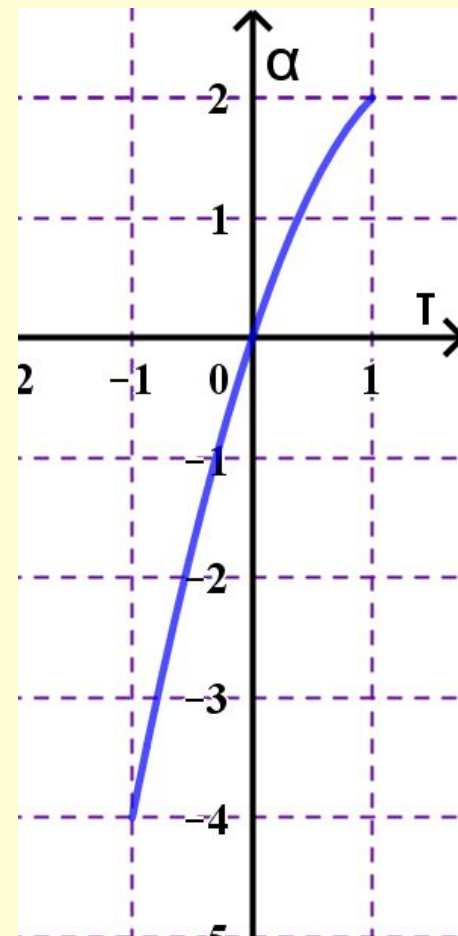
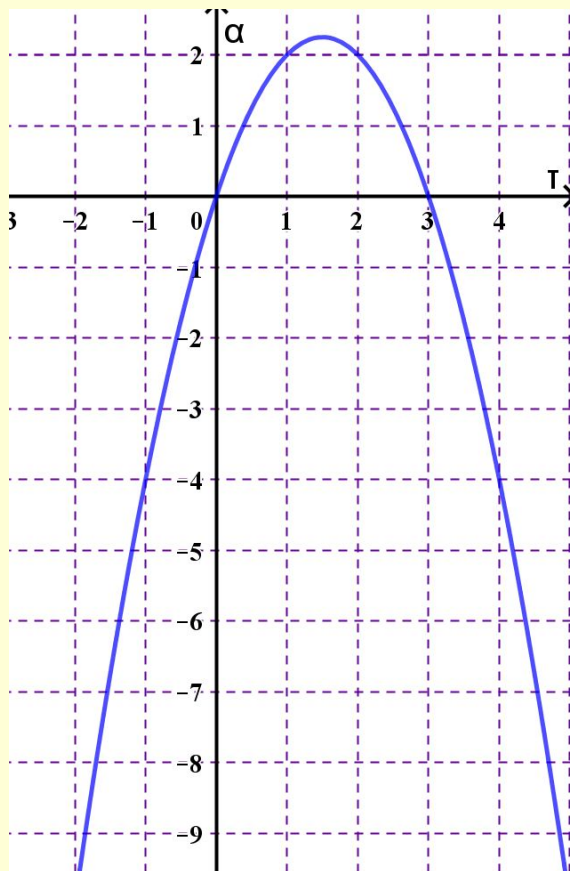
$$a = -t^2 + 3t$$

$$-1 \leq t \leq 1$$

$$a(-1) = -4$$

$$a(1) = 2$$

Ответ: $a \in [-4;$
 $2]$





Применение монотонности функций

Задание № 6

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых не имеет действительных корней уравнение

$$64^{x+a} - 4^{x^2-5x+4a} = x^2 - 8x + a$$





Применение монотонности функций

Задание № 7

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх решений.





Задание № 8

Для каждого значения параметра a
найти корни уравнения

$$\arcsin(ax^2 - ax - 1) + \arcsin x = 0$$





Применение замены переменных при решении заданий с параметром





Задание № 9

Найти все значения параметра a при которых уравнение

$$25^x - (a - 4) \cdot 5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$$

- 1) *имеет корни*
 - 2) *имеет два корня*
 - 3) *один корень*
 - 4) *Не имеет корней*
- 

Найти все значения параметра a при которых уравнение

$$25^x - (a - 4) \cdot 5^x - 2a^2 + 10a - 12 = 0$$

1) имеет корни; 2) имеет два корня; 3) один корень; 4) не имеет корней

$$t = 5^x; \quad t > 0; \quad t^2 - (a - 4) \cdot t - 2a^2 + 10a - 12 = 0$$

$$\begin{cases} t = 2a - 6; \\ t = 2 - a. \end{cases}$$

1. Есть корни

$$\begin{cases} 2a - 6 > 0; \\ 2 - a > 0, \end{cases} \begin{cases} a > 3; \\ a < 2. \end{cases}$$

$$(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$$

2. Два корня

$$\begin{cases} 2a - 6 > 0; \\ 2 - a > 0 \end{cases} \begin{cases} a > 3; \\ a < 2, \end{cases} \quad \emptyset$$

3. Один корень

$$\begin{cases} \begin{cases} 2a - 6 \leq 0, \\ 2 - a > 0, \end{cases} \begin{cases} a \leq 3, \\ a < 2, \end{cases} \\ \begin{cases} 2a - 6 > 0, \\ 2 - a \leq 0; \end{cases} \begin{cases} a \leq 3, \\ a < 2; \end{cases} \end{cases} \begin{cases} a > 3; \\ a < 2. \end{cases}$$

$$(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$$

4. Нет корней

$$\begin{cases} 2a - 6 \leq 0; \\ 2 - a \leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq 3; \\ a \geq 2, \end{cases}$$

$$2 \leq a \leq 3$$



Задание № 10

1. Найти все значения параметра a
при которых уравнение

$$(a - 3) \cdot 9^x - 2a \cdot 3^x + 6a = 0$$

имеет корни



Количество корней при замене

$$t = a^x; t > 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней показательного уравнения	
один положительный	+		
один отрицательный	-		
один равный нулю	0		
два положительных	++		
два отрицательных	--		
корни разных знаков	+-		
положительный и ноль	+0		
отрицательный и ноль	-0		
нет корней			

$$(a - 3) \cdot 9^x - 2a \cdot 3^x + 6a = 0$$

Имеет
корни

Количество корней при замене

$$t = a^x; t > 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней показательного уравнения	
один положительный	+	Один корень	1
один отрицательный	-	Нет корней	0
один равный нулю	0	Нет корней	0
два положительных	++	Два корня	2
два отрицательных	--	Нет корней	0
корни разных знаков	+-	Один корень	1
положительный и ноль	+0	Один корень	1
отрицательный и ноль	-0	Нет корней	0
нет корней		Нет корней	0

$$(a - 3) \cdot 9^x - 2a \cdot 3^x + 6a = 0$$

Имеет
корни



Задание № 11

2. При каких значениях a уравнение

$$x^4 - (1 - 2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$$

имеет два корня?



Количество корней при замене

$$t = x^2; t \geq 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней начального уравнения	
один положительный	+		
один отрицательный	-		
один равный нулю	0		
два положительных	++		
два отрицательных	--		
корни разных знаков	+-		
положительный и ноль	+0		
отрицательный и ноль	-0		
нет корней		$x^4 - (1 - 2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$	Два корня

Количество корней при замене

$$t = x^2; t \geq 0$$

Корни квадратного уравнения		Количество корней начального уравнения	
один положительный	+	два корня	2
один отрицательный	-	нет корней	0
один равный нулю	0	один корень	1
два положительных	++	четыре корня	4
два отрицательных	--	нет корней	0
корни разных знаков	+-	два корня	2
положительный и ноль	+0	три корня	3
отрицательный и ноль	-0	один корень	1
нет корней		нет корней	0

$$x^4 - (1 - 2a)x^2 + a^2 - 1 = 0$$

Два
корня



Решение неравенств с двумя переменными (метод областей)

При решение неравенств с двумя переменными

1. Представь неравенство в виде $f(x;y) \vee 0$
 2. Построй график ограничивающей области линии (**границу области $f(x;y) = 0$**) пунктирной линией при строгом знаке, сплошной линией при нестрогом знаке неравенства.
 3. Определи **знак $f(x;y)$** в каждой получившейся **области**, взяв точку с конкретными координатами из этой области и подставив их в выражение $f(x;y)$.
 4. При наличии параметра возьми конкретное любое значение и определи знак $f(x;y)$ в каждой получившейся области.
 5. **Заштрихуй области** знака, заданного неравенством.
- 



При наличии квадратов переменных в уравнении линии

1. Если нет чётко выраженного известного вида уравнения, **раскройте скобки, перегруппируйте** слагаемые по переменным x и y .
2. Если есть первая степень и квадрат одной и той же переменной, **выделите квадрат двучлена**.
3. Если между квадратами (квадратами двучленов) переменных x и y стоит «плюс», попробуйте **свести к уравнению окружности**

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

4. Если между квадратами (квадратами двучленов) переменных x и y стоит «минус», попробуйте **разложить на множители**, используя разность квадратов, свести уравнение к **произведению равному нулю**.
- 



Задание № 12

Найдите все значения a при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

имеет единственное решение

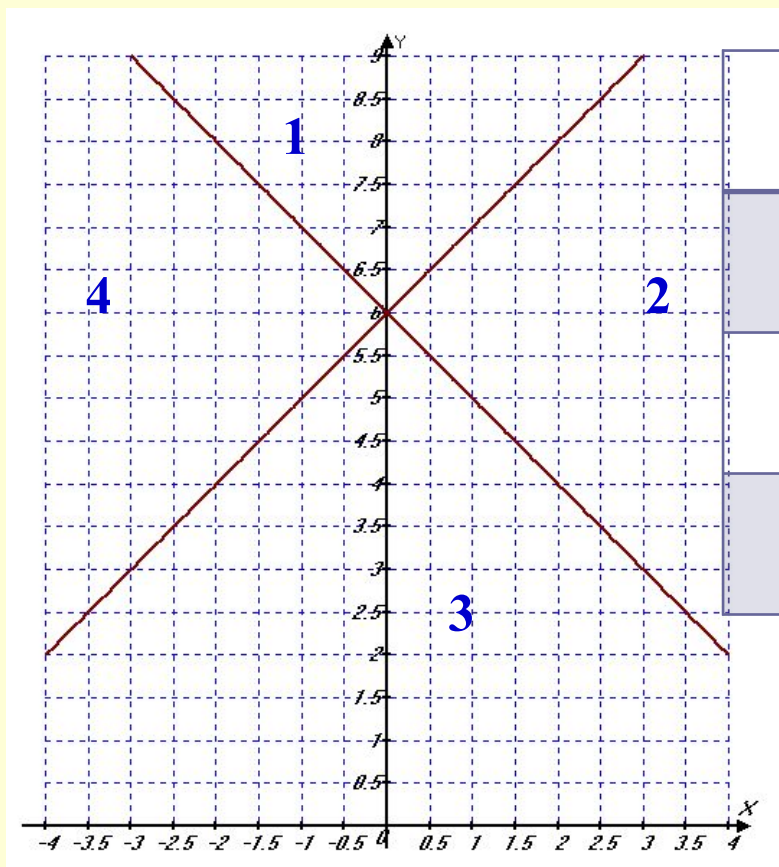


$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

$$a = x + 6$$

$$a = 6 - x$$

Определим знаки подмодульных выражений



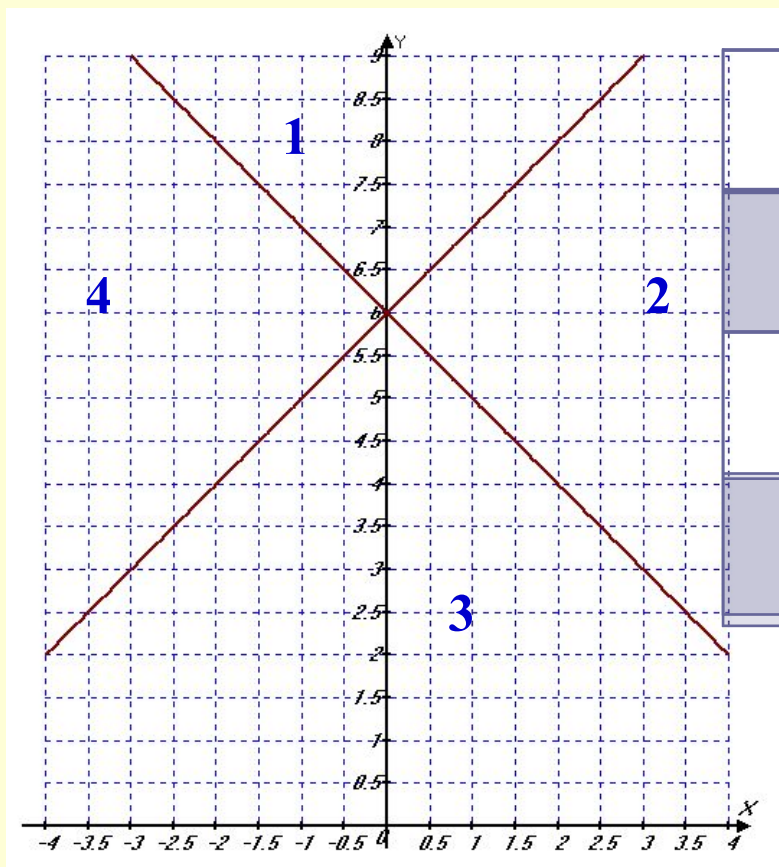
	1	2	3	4
	(0; 7)	(1; 6)	(0; 5)	(-1; 6)

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

$$a = x + 6$$

$$a = 6 - x$$

Определим знаки подмодульных выражений



	1	2	3	4
$(x; a)$	$(0; 7)$	$(1; 6)$	$(0; 5)$	$(-1; 6)$
	-	+	+	-
	+	+	-	-

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

1	2	3	4
-	+	+	-
+	+	-	-

$$x^2 + (a - 6)^2 = -x + a - 6 + x + a - 6$$

$$x^2 + (a - 6)^2 = 2a - 12$$

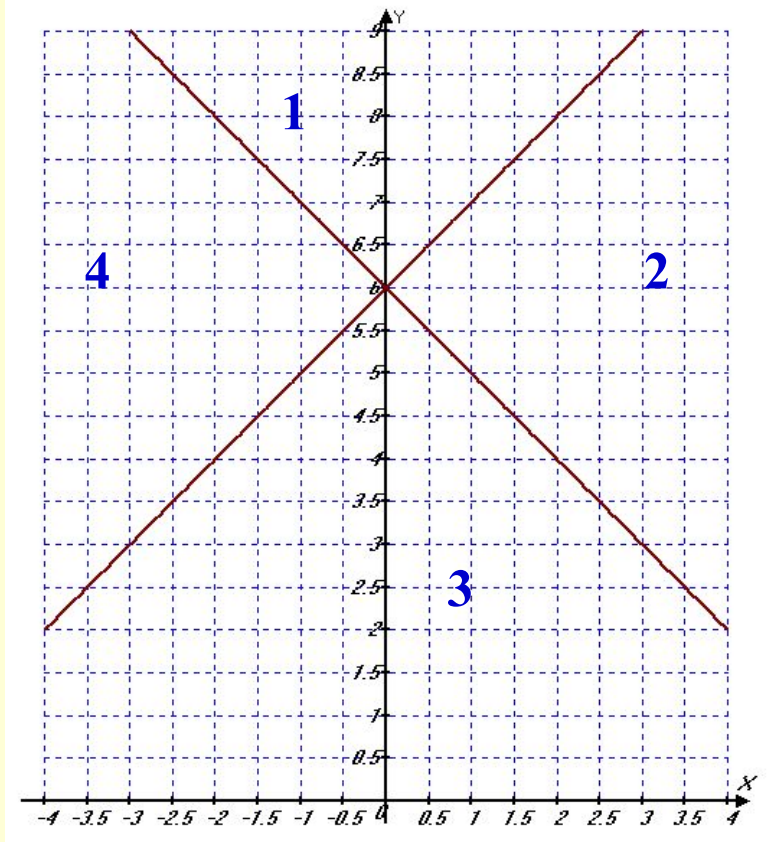
$$x^2 + a^2 - 12a + 36 = 2a - 12$$

$$x^2 + a^2 - 14a + 48 = 0$$

$$x^2 + (a^2 - 14a + 49) - 1 = 0$$

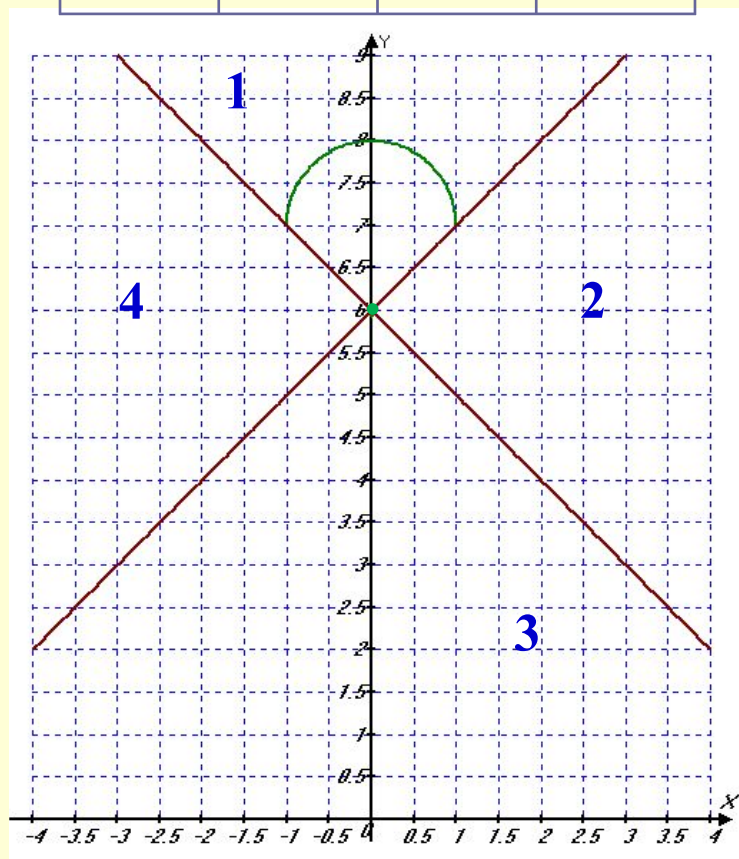
$$x^2 + (y - 7)^2 = 1$$

$$O(0; 7); R = 1$$



$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

1	2	3	4
-	+	+	-
+	+	-	-



1 область: $x^2 + (y - 7)^2 = 1$

$O(0; 7); R = 1$

2 область: $(x - 1)^2 + (y - 6)^2 = 1$

$O(1; 6); R = 1$

3 область: $x^2 + (y - 5)^2 = 1$

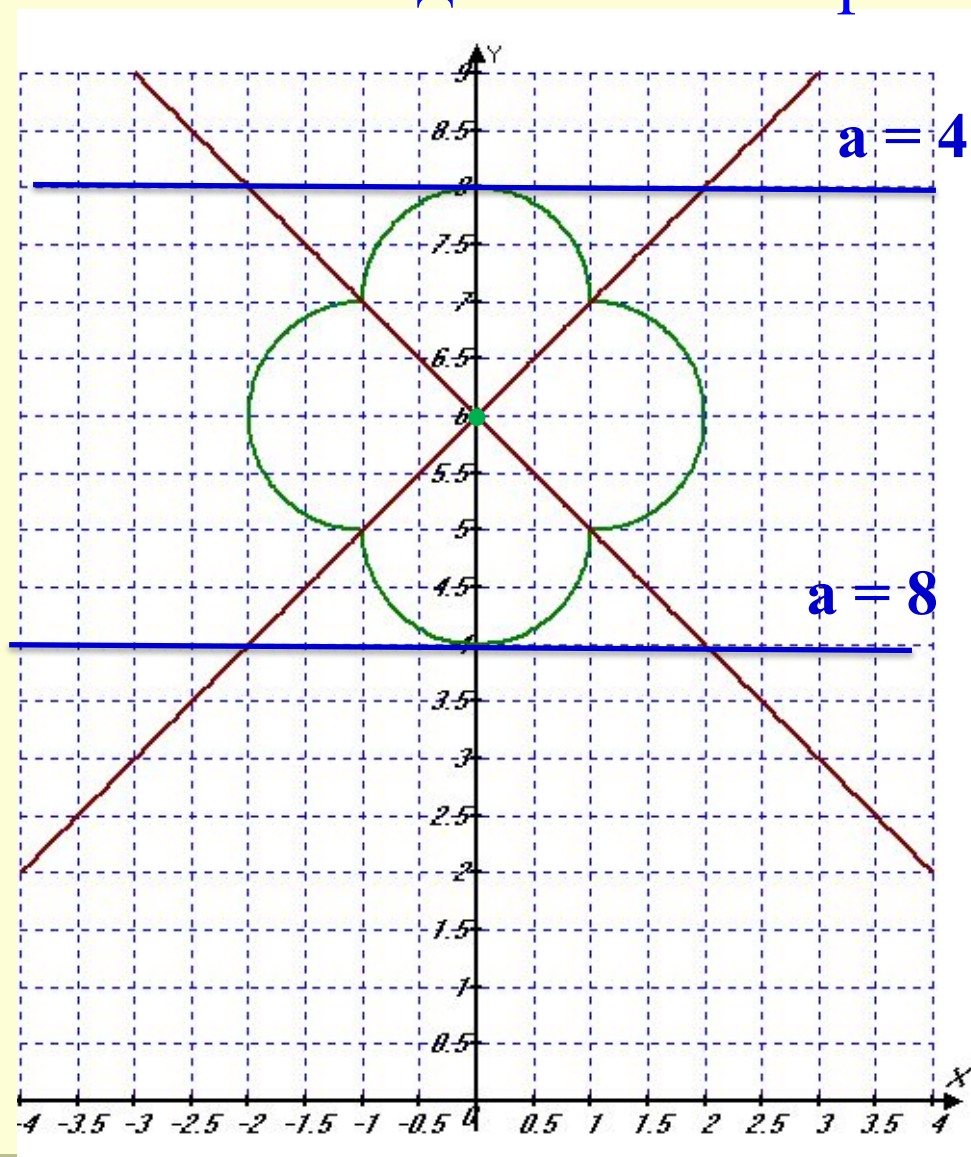
$O(0; 5); R = 1$

4 область: $(x + 1)^2 + (y - 6)^2 = 1$

$O(-1; 6); R = 1$

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

имеет единственное решение



Ответ: $a=4$; $a=8$



Задание № 13

Найти все значения параметра a при каждом из которых **на интервале $(1; 2)$** существует **хотя бы одно число x** , **не удовлетворяющее** неравенству

$$a + \sqrt{a^2 - 2ax + x^2} \leq 3x - x^2$$



$$a + \sqrt{a^2 - 2ax + x^2} \leq 3x - x^2$$

$$a + |x - a| \leq 3x - x^2$$

$$|x - a| \leq 3x - x^2 - a$$

$$|f(x)| \leq g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq g(x) \\ -f(x) \leq g(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - a \leq 3x - x^2 - a; \\ a - x \leq 3x - x^2 - a; \end{cases}$$




$$\begin{cases} x - a \leq 3x - x^2 - a; \\ a - x \leq 3x - x^2 - a; \end{cases}$$

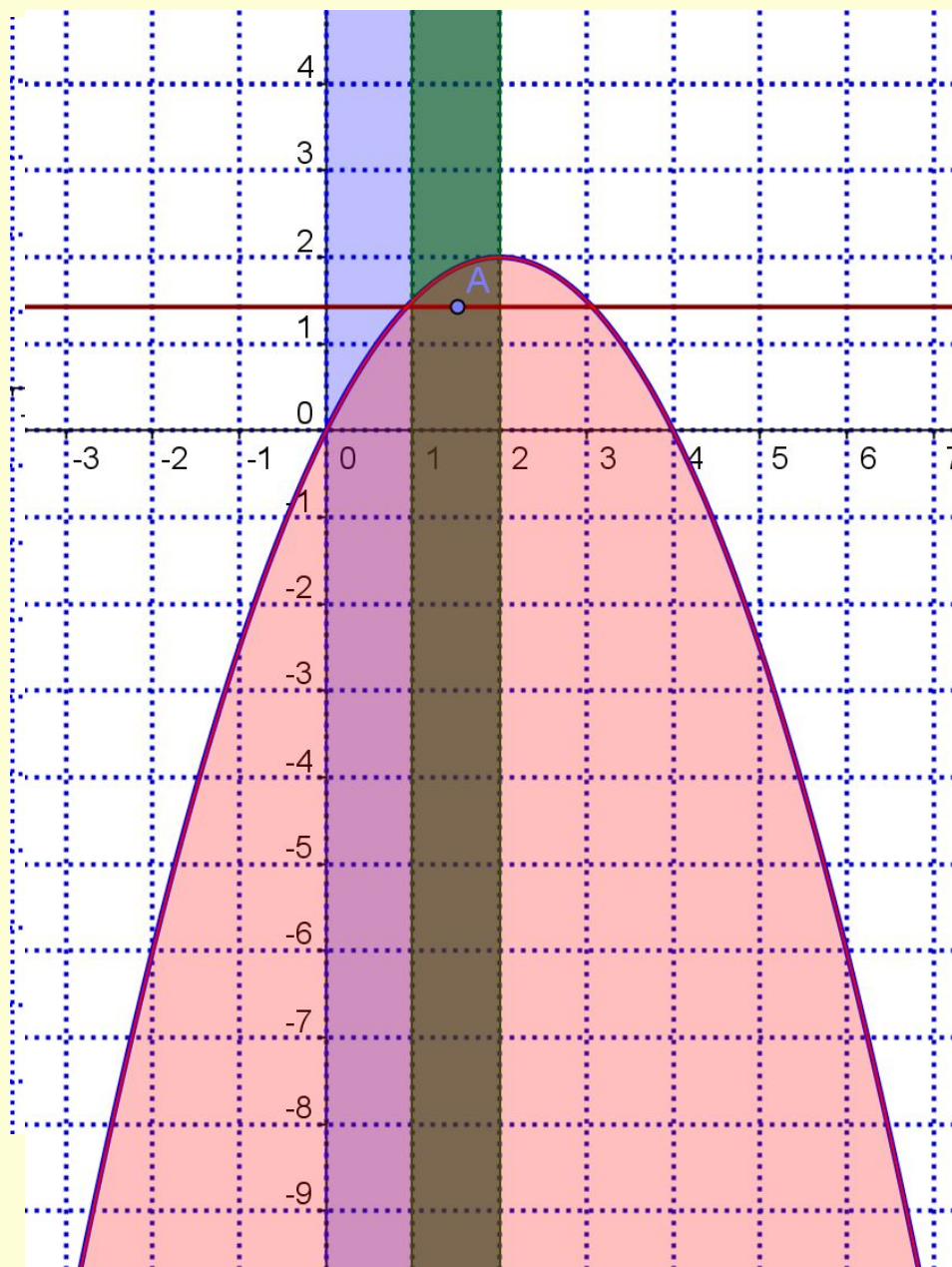
$$\begin{cases} x^2 - 2x \leq 0; \\ a \leq 2x - \frac{1}{2}x^2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x - 2) \leq 0; \\ a \leq 2x - \frac{1}{2}x^2. \end{cases}$$


$$\begin{cases} x(x-2) \leq 0; \\ a \leq 2x - \frac{1}{2}x^2. \end{cases}$$

на интервале (1; 2)
существует **хотя бы**
одно число x,
не удовлетворяющее
неравенству

Ответ: $a \geq 1,5$





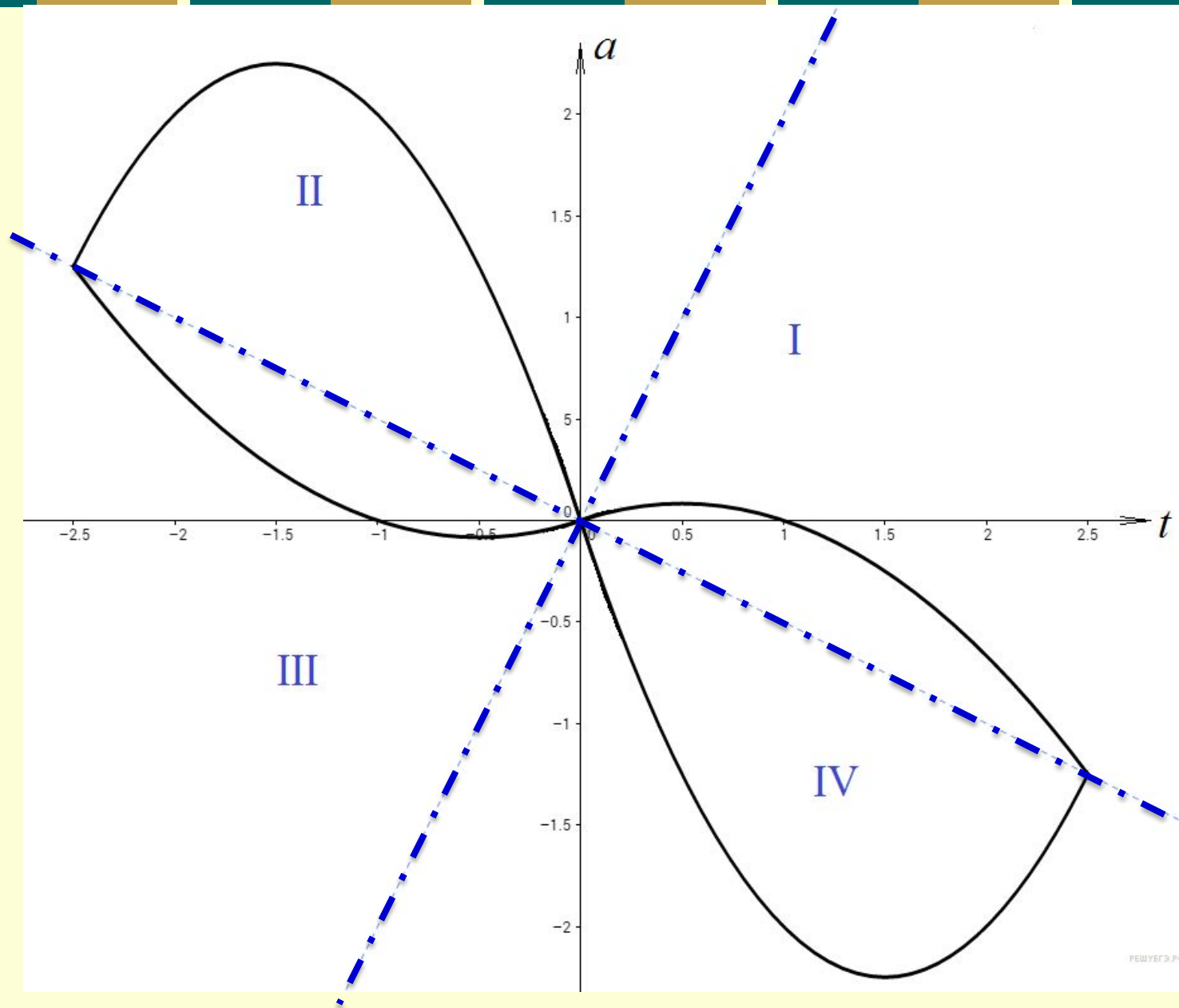
Задание № 14

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$|\log_{0.5} x^2 - a| - |\log_{0.5} x + 2a| = (\log_{0.5} x)^2$$

имеет хотя бы одно решение, меньшее 2.





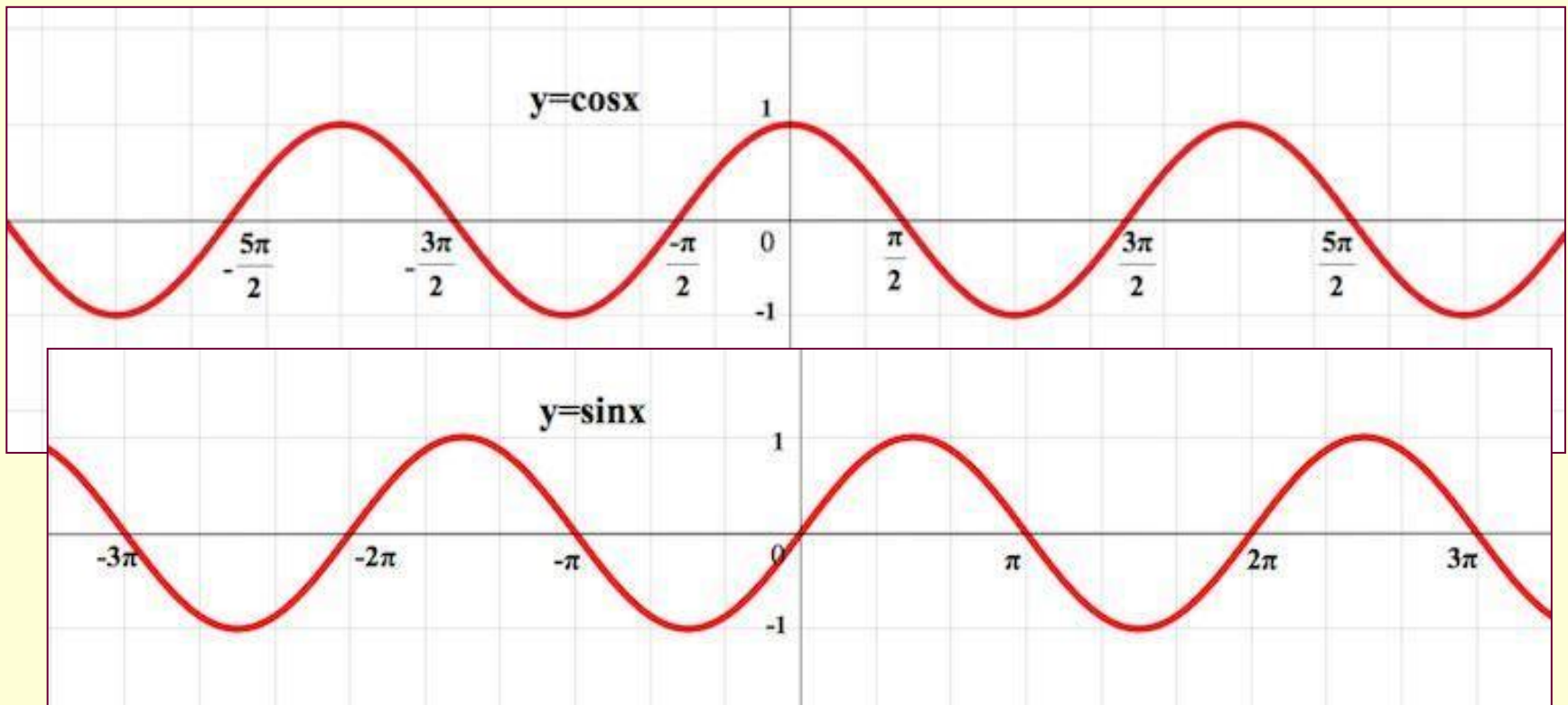


Применение четности (нечетности) функций при решении заданий с параметром



Свойство нулей чётной (нечётной) функции

Если **X** является нулем функции, то и **− X** тоже является нулем функции.





Свойство нулей чётной (нечётной) функции

- Если $x = 0$ является нулем чётной (нечётной) функции, то функция имеет нечётное количество нулей.
 - Если $x = 0$ не является нулем чётной (нечётной) функции, то функция имеет чётное количество нулей.
- 

Достаточное условие
наличия у уравнения нечётного
количества корней

(**необходимое** для **единственного корня**)

Если функция $y = f(x)$ – чётная (нечётная), то уравнение $f(x) = 0$ имеет **нечетное** количество корней (**единственный корень**), если $x = 0$ является **корнем уравнения**.

Это условие **необходимое** для наличия **единственного корня**, но не **достаточное**!
Требуется всегда **проверка**, сколько корней имеет уравнение при найденных значениях параметра





Функция $y = f(x)$ чётной $\Rightarrow$

$$f(-x) = f(x)$$

Т.е функция *инвариантна* (неизменна)
при подстановке $-x$ вместо x

Поэтому **единственный корень** (нечётное
количество корней) уравнение имеет, если
 $-x = x$, т.е $x = 0$ – *корень уравнения*





Задание № 15

Найдите все значения a при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

имеет единственное решение





Задание № 15

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

$$y = x^2 + (a - 6)^2 - |x - a + 6| - |x + a - 6|$$

$$y(-x) = (-x)^2 + (a - 6)^2 - |-x - a + 6| - |-x + a - 6|$$

$$y(-x) = x^2 + (a - 6)^2 - |x + a - 6| - |x - a + 6|$$

Если x_0 является корнем исходного уравнения, то и $-x_0$ является его корнем. Значит, исходное уравнение имеет нечётное число корней, только если $x = 0$ является корнем уравнения





Задание 15

$$x^2 + (a - 6)^2 = |x - a + 6| + |x + a - 6|$$

Подставим $x = 0$ в уравнение

$$(a - 6)^2 = 2|a - 6| \Leftrightarrow |a - 6| \cdot (|a - 6| - 2) = 0$$

$$|a - 6| = 0 \Leftrightarrow a = 6$$

$$|a - 6| = 2 \Leftrightarrow a = 4; \quad a = 8$$




При $a = 6$

$$x^2 = 2|x|$$

$$|x|^2 = 2|x|$$

$$|x|(|x| - 2) = 0$$

$x = 0$; $x = 2$; $x = -2$ – три корня (не
единственный)

При $a = 4$ и $a = 8$

$$x^2 + 4 = |x - 2| + |x + 2|$$


При $a = 4$ и $a = 8$

$$x^2 + 4 = |x - 2| + |x + 2|$$

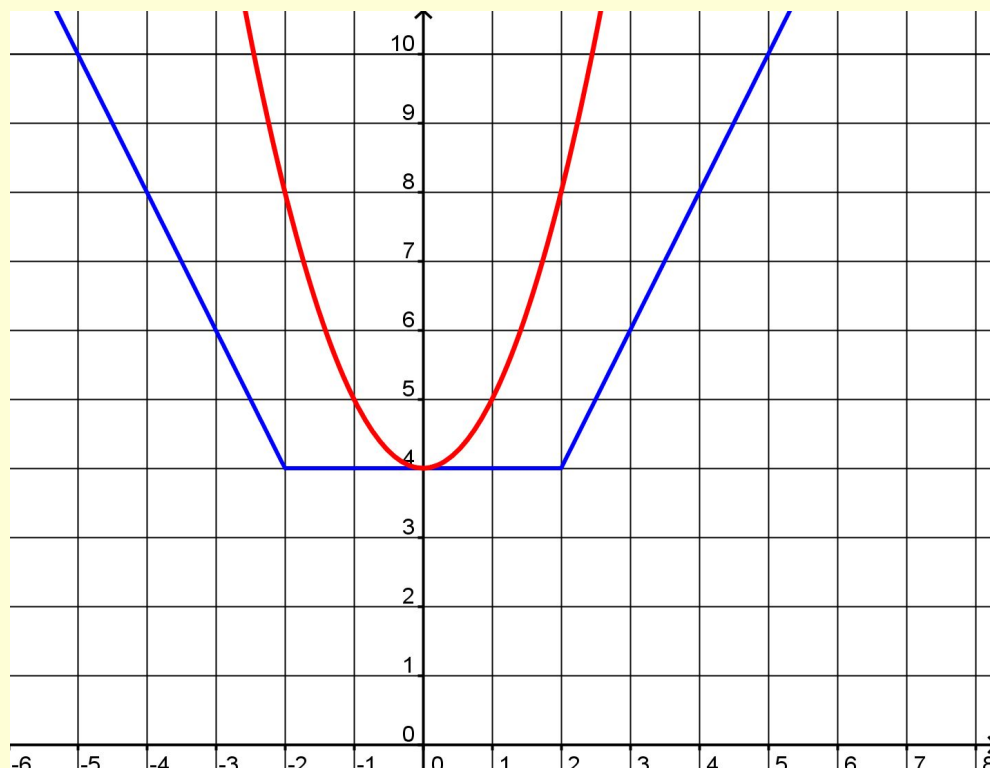
Решим графически

$$f(x) = x^2 + 4$$

$$g(x) = |x - 2| + |x + 2|$$

уравнение имеет
единственный корень

$$x = 0$$



Ответ: При $a = 4$; $a = 8$ уравнение имеет единственный корень



Задание 16

Использование чётности (симметричности) функций

Найдите все значения параметра, при каждом из которых уравнение

$$\left| (x-1)^2 - 2^{1-a} \right| + |x-1| + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$$

имеет единственное решение.





$$\left| (x-1)^2 - 2^{1-a} \right| + |x-1| + (1-x)^2 + 2^{a-1} = 4 + 4^a$$

- Пусть $t = x - 1$, тогда уравнение примет вид

$$\left| t^2 - 2^{1-a} \right| + |t| + t^2 + 2^{a-1} - 4 - 4^a = 0$$

$$f(t) = \left| t^2 - 2^{1-a} \right| + |t| + t^2 + 2^{a-1} - 4 - 4^a$$

$$f(-t) = \left| (-t)^2 - 2^{1-a} \right| + |-t| + (-t)^2 + 2^{a-1} - 4 - 4^a = f(t)$$

Функция четная

Если x_0 является корнем исходного уравнения, то и $-x_0$ является его корнем. Значит, исходное уравнение имеет нечётное число корней, только если $x = 0$ является корнем уравнения





$$|t^2 - 2^{1-a}| + |t| + t^2 + 2^{a-1} - 4 - 4^a = 0$$

Подставим $t = 0$ в уравнение

$$2^{1-a} + 2^{a-1} - 4 - 2^{2a} = 0$$

$$\frac{2}{2^a} + \frac{2^a}{2} - 4 - 2^{2a} = 0$$

• Пусть $t = 2^a$, тогда уравнение примет вид

$$\frac{2}{t} + \frac{t}{2} - 4 - t^2 = 0$$

$$4 + t^2 - 8t - 2t^3 = 0$$

$$(4 + t^2) - 2t(4 + t^2) = 0$$

$$(4 + t^2)(1 - 2t) = 0$$



$$(4 + t^2)(1 - 2t) = 0$$

$$1 - 2t = 0$$

$$t = \frac{1}{2}$$

$$2^a = 2^{-1}$$

$$a = -1$$

Подставим $a = -1$ в уравнение

$$\left| t^2 - 4 \right| + |t| + t^2 + \frac{1}{4} - 4 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\left| t^2 - 4 \right| + |t| + t^2 - 4 = 0$$



$$|t^2 - 4| + |t| + t^2 - 4 = 0$$

$$|t^2 - 4| + |t| = 4 - t^2$$

$$|t^2 - 4| + |t| > 0 \quad \text{при } t \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow 4 - t^2 > 0 \Rightarrow t^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow |t^2 - 4| = 4 - t^2$$

$$4 - t^2 + |t| = 4 - t^2$$

$$|t| = 0 \Rightarrow t = 0$$

При $a = -1$ уравнение имеет единственный корень

Ответ: $a = -1$





При поиске параметра при котором уравнение имеет единственный корень:

если функция $y = f(x)$ – чётная (нечётная), то уравнение $f(x) = 0$ имеет *единственный* корень, если $x = 0$ является *корнем уравнения*.

Поэтому надо подставить $x = 0$ в уравнение и найти соответствующие значения параметра a .

*Но надо помнить, что это условие **необходимое**, но не **достаточное**! Оно гарантирует нечетное количество корней, но не обязательно единственный корень.*

***Требуется** всегда **проверка**, сколько корней имеет уравнение при найденных значениях параметра. Удобно во многих случаях делать проверку графически.*

Часто требуется сделать некоторую замену, чтобы получить четную функцию.





Применение геометрической информации





Задание № 17

При каждом a решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2^{1+x} = 32a\sqrt{2}, \\ \sqrt{x^2 + a^2 + 2 - 2x - 2a} + \sqrt{x^2 + a^2 - 6x + 9} = \sqrt{5}. \end{cases}$$



Задание № 17

$$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + a^2} = \sqrt{5}.$$

$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2}$ - расстояние между точками С (х;а) и

$\sqrt{(x-3)^2 + a^2}$ - расстояние между точками С (х;а) и В(3;0)

$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + a^2}$ - сумма расстояний АС и СВ

$$\sqrt{(3-1)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5} - \text{расстояние между точками}$$

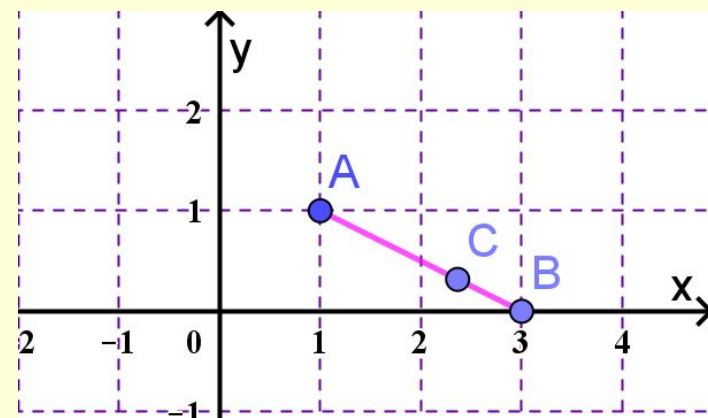
А (1;1) и В(3;0)

Задание №17

$$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + a^2} = \sqrt{5}.$$

Геометрический смысл уравнения:

Точка $C(x;a)$ лежит на отрезке AB , где $A(1;1)$; $B(3;0)$



Составим уравнение отрезка с концами в точках $A(1;1)$; $B(3;0)$

$$y = -0,5x + 1,5, \text{ где } x \in [1; 3]$$



Задание №17

$$\sqrt{(x-1)^2 + (a-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2 + a^2} = \sqrt{5}.$$

Точка $C(x;a)$ лежит на отрезке AB ,

$$y = -0,5x + 1,5, \text{ где } x \in [1; 3]$$

$$\Rightarrow a = -0,5x + 1,5, \text{ где } x \in [1; 3]$$




Задание №17

$$2^{1+x} = 32a\sqrt{2},$$

$$a = -0,5x + 1,5, \text{ где } x \in [1; 3]$$

Подставим значение a в уравнение

$$2^{1+x} = 16(3 - x)\sqrt{2},$$

$$2^{x-3,5} = 3 - x,$$

$$x = 2,5$$

$$\Rightarrow a = 0,25$$

Ответ: *при* $a = 0,25$ $x = 2,5$





Применение графических иллюстраций при решении заданий с параметром



Задание №18

Найти все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 3xy - 3y + 9}{\sqrt{x+3}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных корня



Задание №1

Найти все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} xy^2 - 3xy - 3y + 9 = 0, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных корня





Задание №1

Найти все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (y - 3)(xy - 3) = 0, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два различных корня





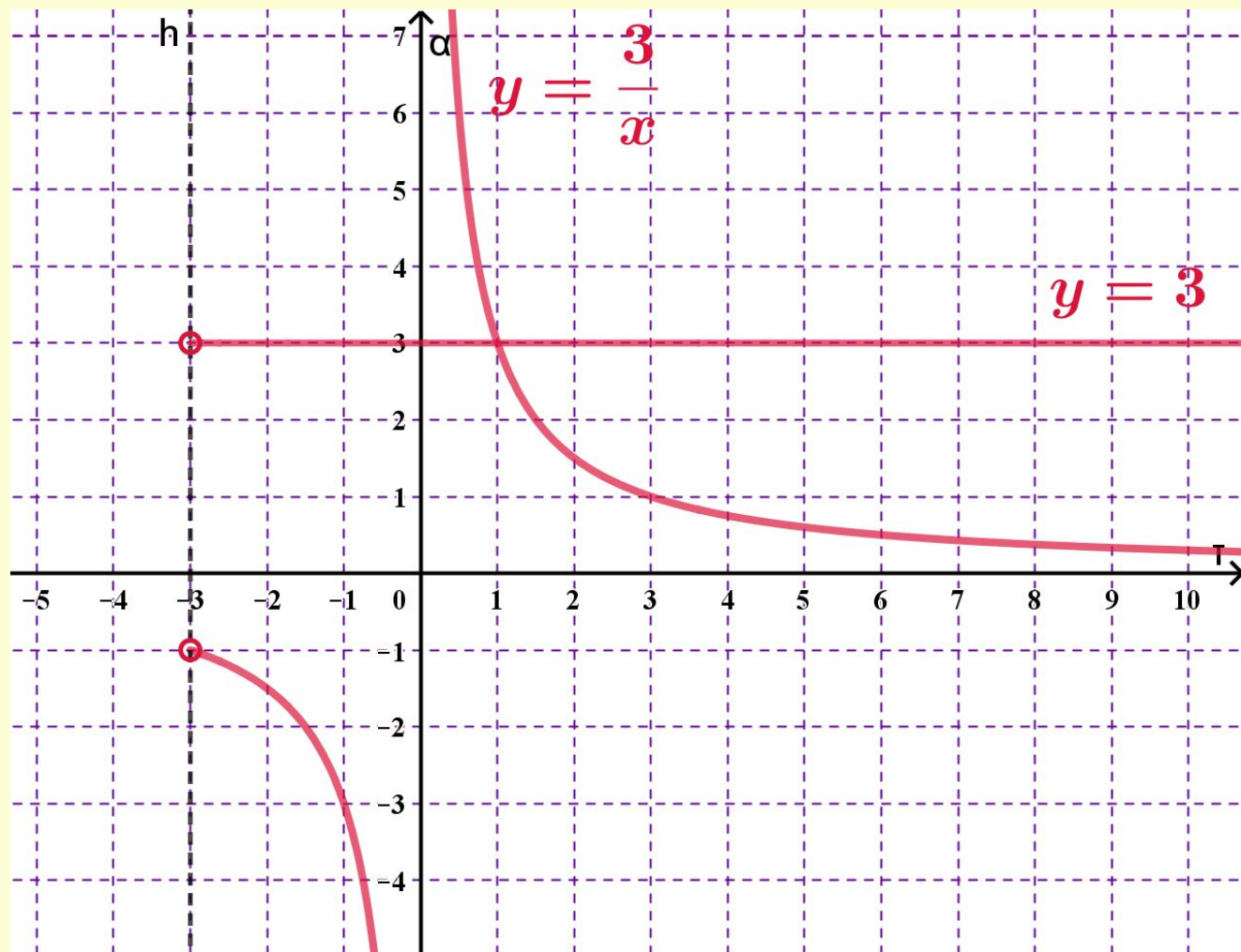
Задание №1

Найти все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y = 3, \\ y = \frac{3}{x}, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$

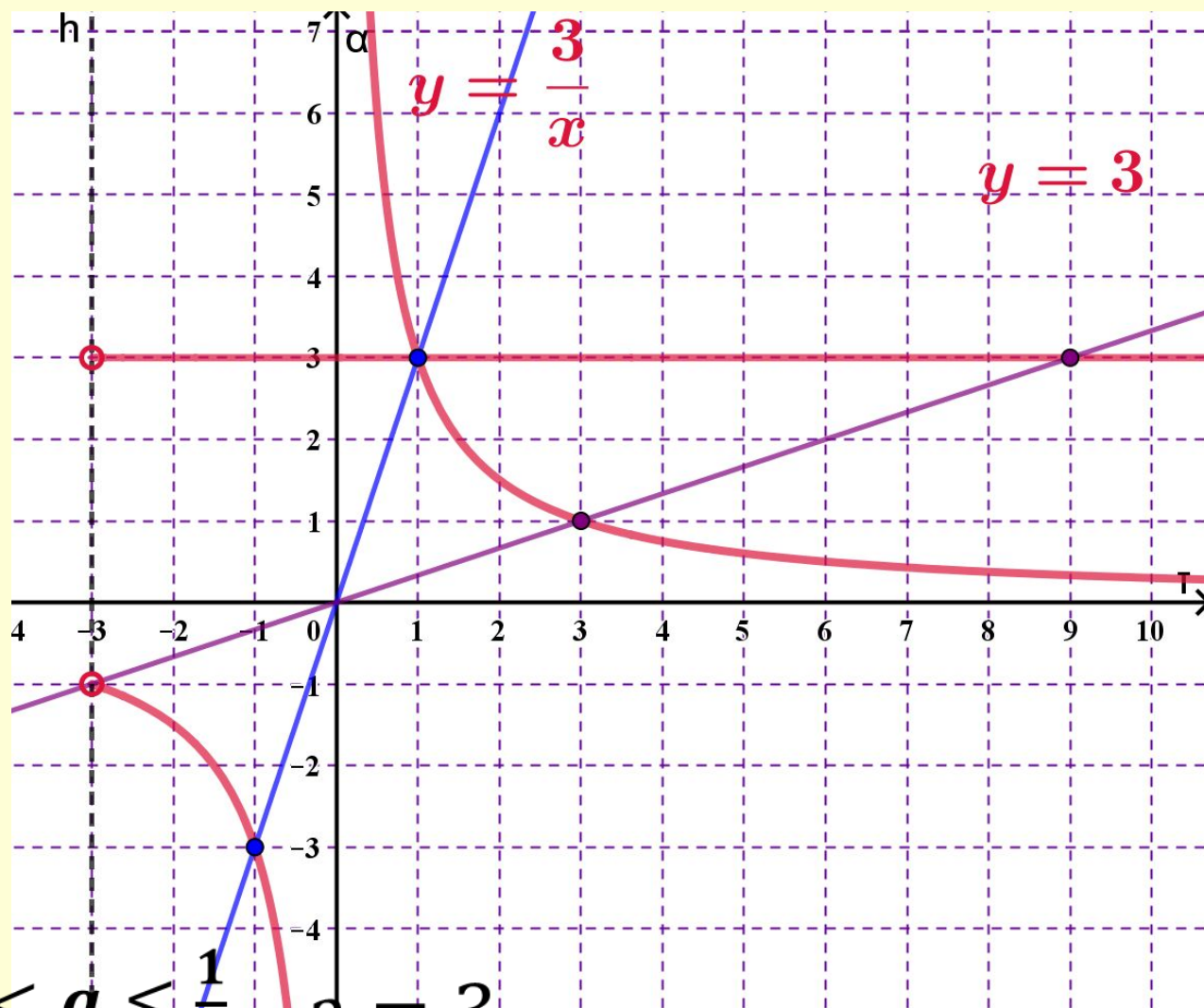


$$\begin{cases} y = 3, \\ y = \frac{3}{x}, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$



имеет ровно два различных корня

$$\begin{cases} y = 3, \\ y = \frac{3}{x}, \\ x > -3, \\ y = ax \end{cases}$$



Ответ:

$$0 < a \leq \frac{1}{3}, \quad a = 3,$$



Применение монотонности функций

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых не имеет действительных корней уравнение

$$64^{x+a} - 4^{x^2-5x+4a} = x^2 - 8x + a$$





Применение монотонности функций

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x^{10} + (a - 2|x|)^5 + x^2 - 2|x| + a = 0$$

имеет более трёх решений.





Для каждого значения параметра a
найти корни уравнения

$$\arcsin(ax^2 - ax - 1) + \arcsin x = 0$$

Ответ: $\left\{-\frac{1}{a}; 1\right\}$ при $a \in (-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$;
 $\{1\}$ при $a = -1$ и $a = 0$; при прочих a корней нет.

