

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕРАВЕНСТВ ЗАДАНИЕ С3

**Составитель Епифанова Н.А. учитель математики МОУ
«СОШ №31»**

РЕШИТЬ СИСТЕМУ НЕРАВЕНСТВ

$$\begin{cases} 8^x + 8 \geq 4^{x+1} + 2^{x+1}, \\ \log_{x-1} 7 > 2. \end{cases}$$

РЕШЕНИ

Решим первое неравенство

системы

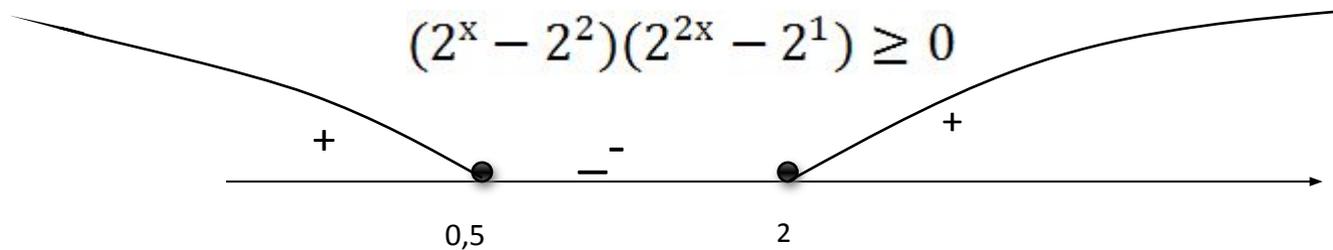
$$8^x + 8 \geq 4^{x+1} + 2^{x+1}$$

$$8^x + 8 - 4^{x+1} - 2^{x+1} \geq 0$$

$$4^x(2^x - 4) - 2(2^x - 4) \geq 0$$

$$(2^x - 4)(4^x - 2) \geq 0$$

$$(2^x - 2^2)(2^{2x} - 2^1) \geq 0$$



$$\begin{cases} x \leq 0,5, \\ x \geq 2. \end{cases}$$



Рассмотрим решение второго неравенства

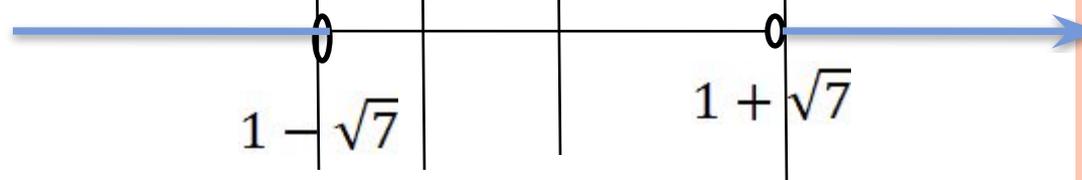
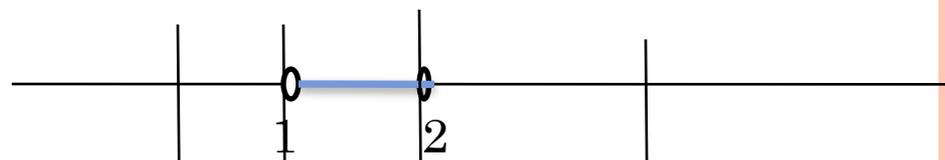
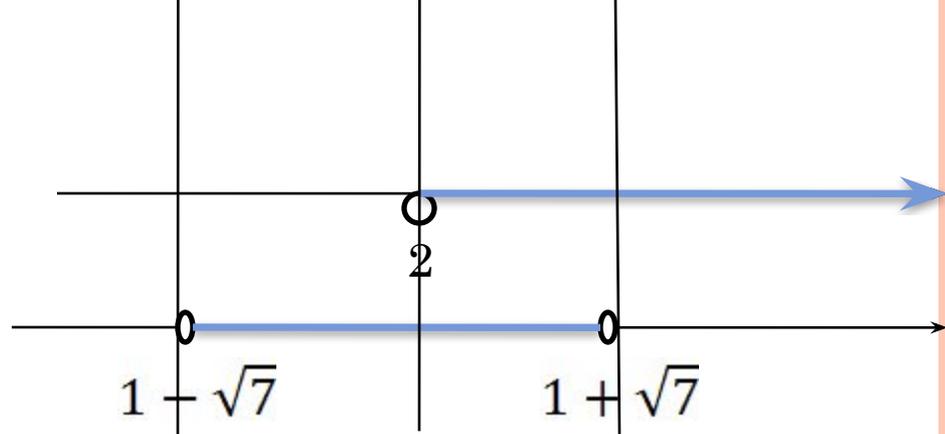
$$\log_{x-1} 7 > 2.$$

Второе неравенство системы равносильно совокупности двух систем неравенств.

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x - 1 > 1 \\ (x - 1)^2 < 7 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} 0 < x - 1 < 1 \\ (x - 1)^2 > 7 \end{array} \right. \end{array} \right.$$



$$\left[\begin{cases} x > 2 \\ 1 - \sqrt{7} < x < 1 + \sqrt{7} \\ \begin{cases} 1 < x < 2 \\ \left[\begin{cases} x < 1 - \sqrt{7} \\ x > 1 + \sqrt{7} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \right.$$



Решение второго неравенства: $2 < x < 1 + \sqrt{7}$

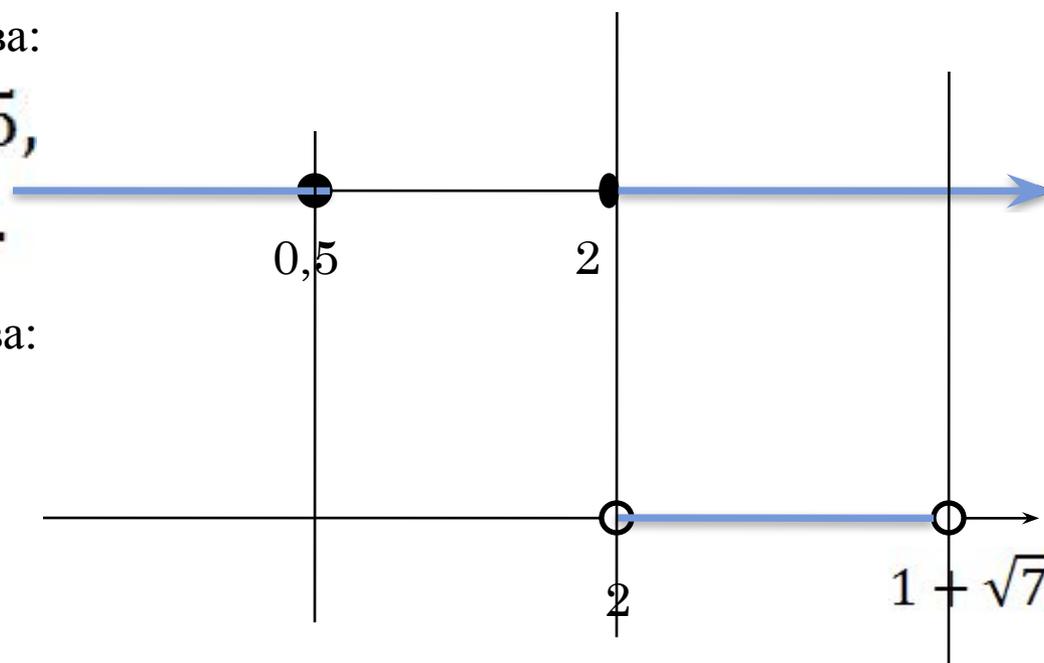


Была дана система

$$\begin{cases} 8^x + 8 \geq 4^{x+1} + 2^{x+1}, \\ \log_{x-1} 7 > 2. \end{cases}$$

Решение первого неравенства:

$$\begin{cases} x \leq 0,5, \\ x \geq 2. \end{cases}$$



Решение второго неравенства:

$$2 < x < 1 + \sqrt{7}$$

Решение системы:

•

$$\text{Ответ: } (2; 1 + \sqrt{7}).$$



$$\begin{cases} 3^{x+2} + 9^{x+1} - 810 > 0, \\ \log_3^2 x + 4\log_3 x + 3 \geq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 \cdot 4^x - 65 \cdot 2^x + 8 \leq 0, \\ \log_{|x|}^2(x^4) + \log_3(x^2) \leq 18. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 3^{2x+4} - 245 \cdot 3^x + 3 \leq 0, \\ \log_2(x^2 + 4x + 5) > 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x + \frac{16}{2^x} \geq 10, \\ \log_{x+2}(x-2) \leq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9^{x+1} + 3 \geq 28 \cdot 3^x, \\ \log_2(x^2 - 2x) \leq 3. \end{cases}$$



$$\begin{cases} \frac{1}{4^{\sqrt{x}} - 3 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 2} < \frac{1}{6}, \\ \log_{\frac{1}{x}} \left(\frac{5}{2}x - 1 \right) \geq -2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 25^x - 30 \cdot 5^x + 125 \geq 0, \\ \log_x (x-1) \cdot \log_x (x+1) \leq 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 2^x + 36 \leq 78 \cdot \log_3 (x+3), \\ 12x + 2^x \geq 78 \cdot \log_3 (x+3). \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_{\log_x 2x} (5x-2) \geq 0, \\ 15^x - 9 \cdot 5^x - 3^x + 9 \leq 0. \end{cases}$$



РЕШИТЬ СИСТЕМУ НЕРАВЕНСТВ:

$$\begin{cases} (\log_{|x|}(x^4))^2 + \log_3(x^2) \leq 18, \\ 8 * 4^x - 65 * 2^x + 8 \leq 0. \end{cases}$$

Найдём ОДЗ:

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$



РЕШИМ ПЕРВОЕ НЕРАВЕНСТВО:

$$(\log_{|x|}(x^4))^2 + \log_3(x^2) \leq 18,$$

$$(4\log_{|x|}|x|)^2 + 2\log_3(|x|) \leq 18,$$

$$16(\log_{|x|}|x|)^2 + 2\log_3(|x|) \leq 18,$$

$$16 + 2\log_3(|x|) \leq 18,$$

$$2\log_3(|x|) \leq 2$$

$$\log_3(|x|) \leq 1$$

$$|x| \leq 3$$

$$-3 \leq x \leq 3$$



РЕШИМ ВТОРОЕ НЕРАВЕНСТВО:

$$8 * 4^x - 65 * 2^x + 8 \leq 0$$

Пусть $2^x = a, a > 0$.

$$8 * a^2 - 65 * a + 8 \leq 0$$

$$2^{-3} \leq a \leq 2^3$$

$$2^{-3} \leq 2^x \leq 2^3$$

$$-3 \leq x \leq 3$$



Итак, решение первого
неравенства:

$$-3 \leq x \leq 3$$

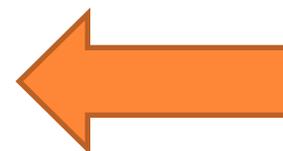
Решение второго
неравенства:

$$-3 \leq x \leq 3$$

ОДЗ:
$$\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -1 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Решением системы неравенства
является:

$$x \in [-3; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; 3]$$



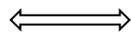
Решить систему
неравенств:

$$\begin{cases} \log_{\log_x 2x}(5x - 2) \geq 0 \\ 15^x - 9 \cdot 5^x - 3^x + 9 \leq 0 \end{cases}$$

Найдём

ОЛЗ

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ \log_x 2x > 0 \\ \log_x 2x \neq 1 \\ 5x - 2 > 0. \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \neq 1 \\ \log_x 2x > \log_x 1 \\ \log_x 2x \neq \log_x x \\ x > 0,4. \end{cases}$$

данная система равносильна двум
системам



$$\begin{cases} x \neq 1 \\ 0 < x < 1 \\ 2x < 1 \\ 2x \neq x \\ x > 0,4 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ x > 1 \\ 2x > 1 \\ 2x \neq x \\ x > 0,4 \end{cases}$$

$$0,4 < x < 0,5$$

или

$$x > 1$$

Итак, ОДЗ: $\in (0,4; 0,5) \cup (1; \infty)$



Решим первое неравенство:

$$\log_{\log_x 2x} (5x - 2) \geq 0$$

Возможны два случая: основание больше 1 и основание больше 0 и меньше 1. Рассмотрим эти случаи.

1 случай:

$$\begin{cases} 0 < \log_x 2x < 1 \\ 5x - 2 \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_x 1 < \log_x 2x < \log_x x \\ x > 0,6 \end{cases}$$



данная система равносильна двум системам

$$\begin{cases} 0 < x < 1 \\ 1 > 2x > x \\ x \leq 0,6 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x > 1 \\ 1 < 2x < x \\ x \leq 0,6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 1 \\ 0 < x < 0,5 \\ x \leq 0,6 \end{cases}$$

Решений нет

Итак $x \in (0; 0,5)$ учитывая ОДЗ получаем $x \in (0,4; 0,5)$



2
случай

$$\begin{cases} \log_x 2x > 1 \\ 5x - 2 \geq 1 \end{cases}$$

Данная система равносильна двум системам

$$\begin{cases} 0 < x < 1 \\ 2x < 1 \\ x \geq 0,6 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x > 1 \\ 2x > 1 \\ x \geq 0,6 \end{cases}$$

Решений

нет

учитывая ОДЗ, получаем $x \in (1; \infty)$

$$x > 1$$

Итак, решение первого

неравенства: $x \in (0,4; 0,5) \cup (1; \infty)$



Решим второе
неравенство

$$15^x - 9 \cdot 5^x - 3^x + 9 \leq 0$$

$$5^x(3^x - 9) - (3^x - 9) \leq 0$$

$$(5^x - 1)(3^x - 9) \leq 0$$

Получаем $0 \leq x \leq 2$

Итак, решение первого неравенства $x \in (0,4; 0,5) \cup (1; \infty)$

Решение второго
неравенства:

$$0 \leq x \leq 2$$

Значит, система неравенств имеет следующее
решение:

$$x \in (0,4; 0,5) \cup (1; 2]$$



**Спасибо за
внимание**

