

# **Тригонометрические уравнения и неравенства**

Подготовила  
**Орлова Людмила Владимировна**  
г. Дружковка, ОШ № 7

## **Цель изучения темы:**

1. Изучить понятие обратной функции, обратных тригонометрических функций. Рассмотреть их графики и свойства.
2. Ввести понятие тригонометрического уравнения и неравенства.
3. Научиться решать простейшие уравнения и неравенства и отдельные виды тригонометрических уравнений, которые приводятся к простейшим.

## **Знать:**

формулы общего решения простейших тригонометрических уравнений

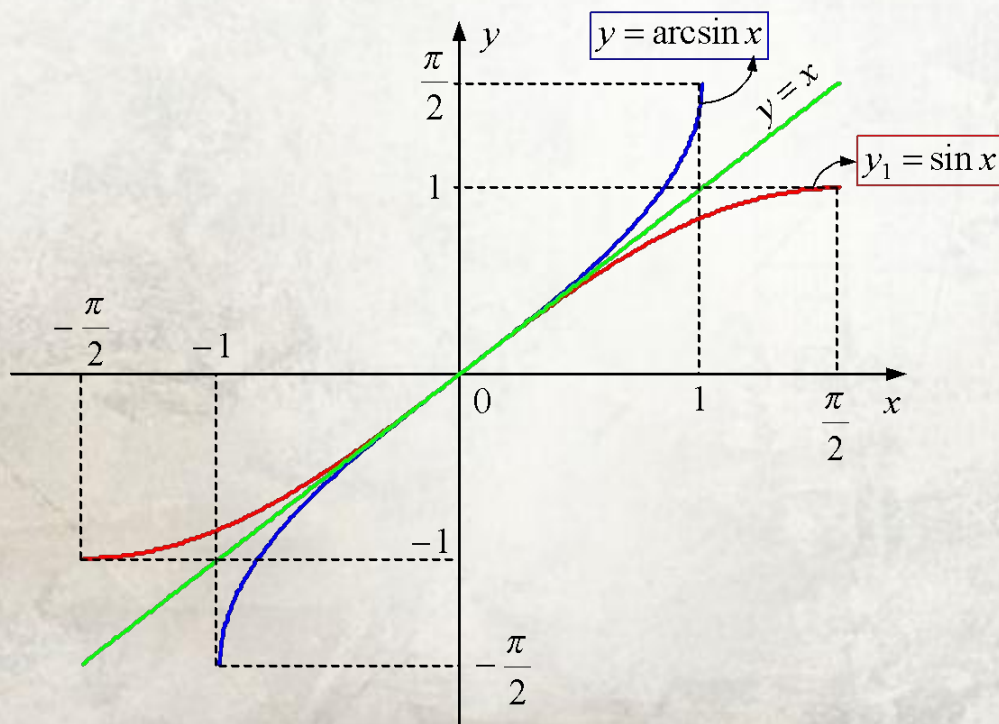
## **Уметь:**

решать тригонометрические уравнения, простейшие тригонометрические неравенства

# Арксинус и его свойства

- *Арксинусом числа  $a$  ( $|a| \leq 1$ )* называется такой угол  $\alpha$ , принадлежащий отрезку  $[-\pi/2; \pi/2]$ , синус которого равен  $a$ .
- Обозначается этот угол  **$\arcsin a$** . Читается так: *угол, синус которого равен  $a$* .

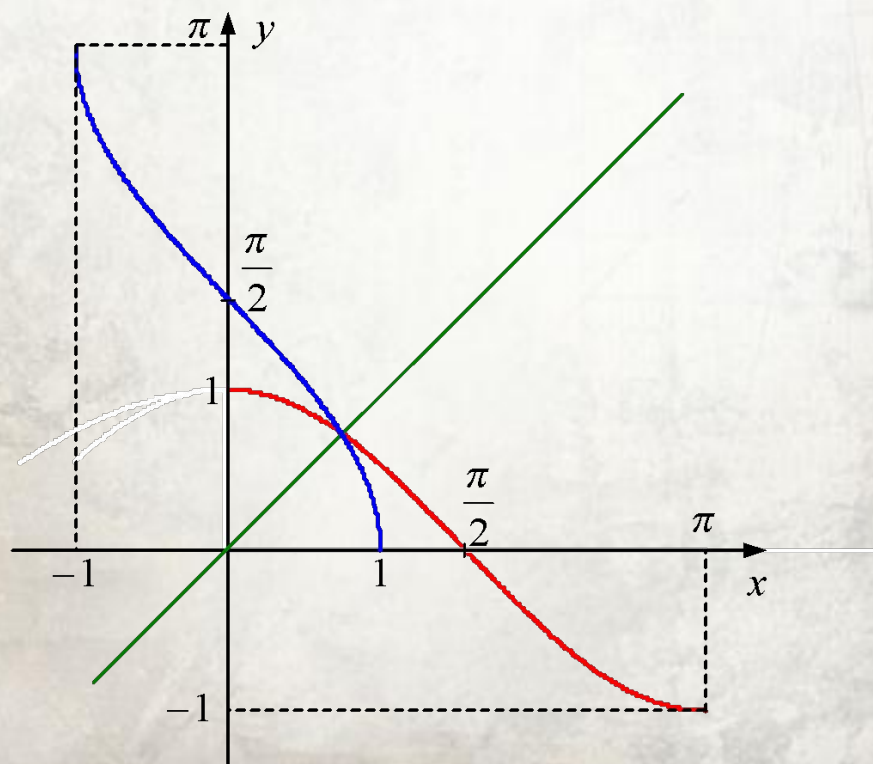
- Область определения функции  $y = \arcsin x$  – отрезок  $[-1; 1]$
- Область значений – отрезок  $[-\pi/2; \pi/2]$ .
- График функции  $y = \arcsin x$  симметричен графику функции  $y = \sin x$ , относительно прямой  $y = x$ .



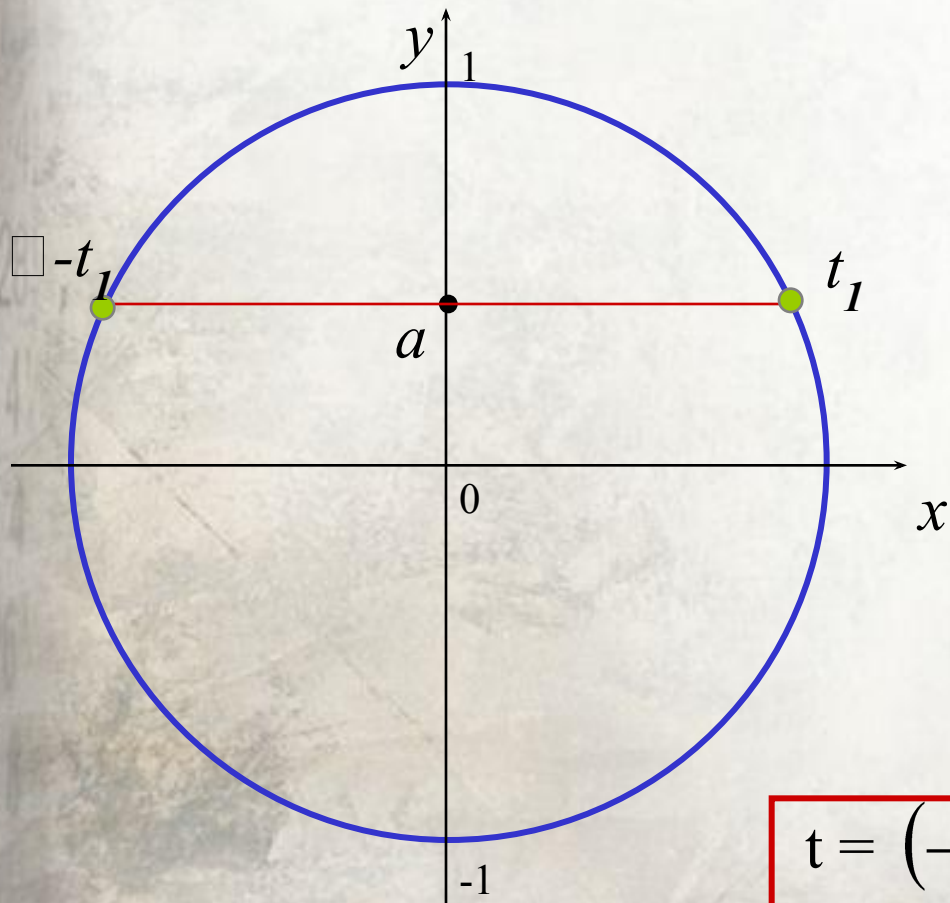
# Арккосинус и его свойства

- *Арккосинусом числа  $a$  ( $|a| \leq 1$ )* называется такой угол  $\alpha$ , принадлежащий отрезку  $[0; \pi]$ , косинус которого равен  $a$ .
- Обозначается этот угол  **$\arccos a$** . Читается так:  
*угол, косинус которого равен  $a$  .*

- Область определения функции  $y = \arccos x$  – отрезок  $[-1; 1]$
- Область значений – отрезок  $[0; \pi]$ .
- График функции  $y = \arccos x$  симметричен графику функции  $y = \cos x$ , относительно прямой  $y = x$



# Уравнение $\sin t = a$



1. Проверить условие  $|a| \leq 1$
2. Отметить точку  $a$  на оси ординат.
3. Построить перпендикуляр в этой точке.
4. Отметить точки пересечения перпендикуляра с окружностью.
5. Полученные точки – решение уравнения  $\sin t = a$ .
6. Записать общее решение уравнения.

$$t = (-1)^n \arcsin a + \pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$$

# Частные случаи уравнения $\sin t = a$

$$\sin t = 1$$

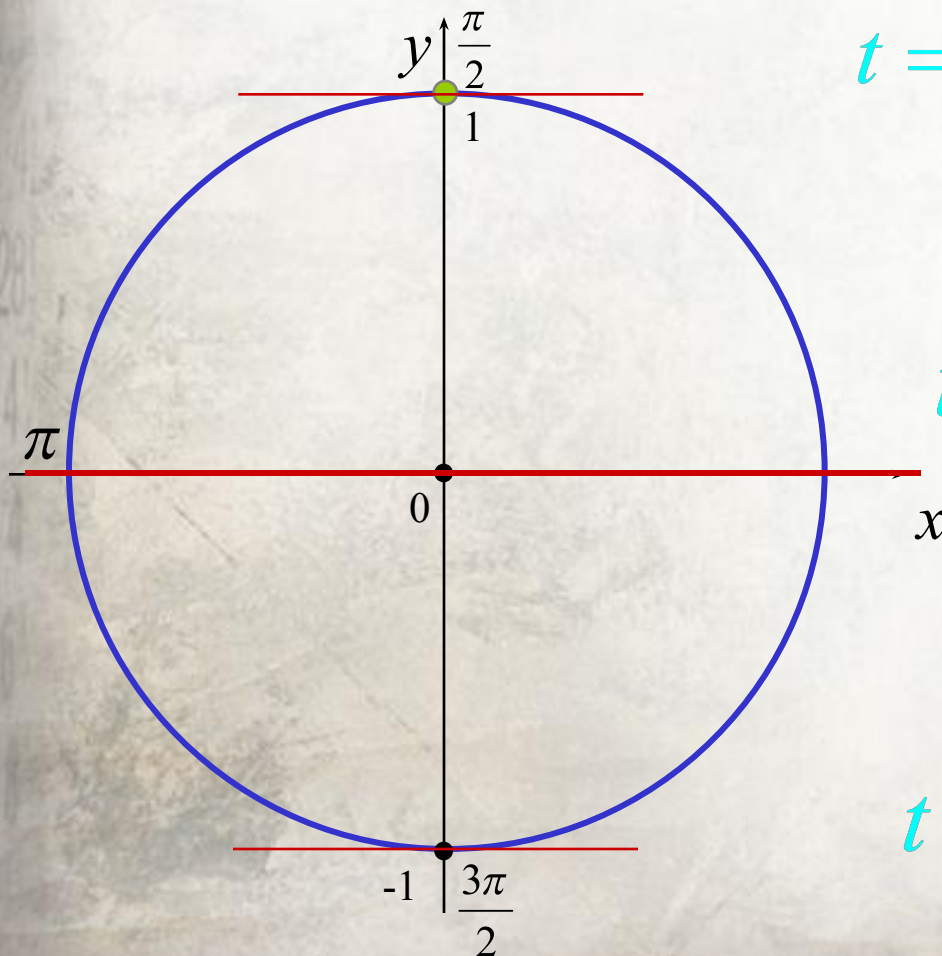
$$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = 0$$

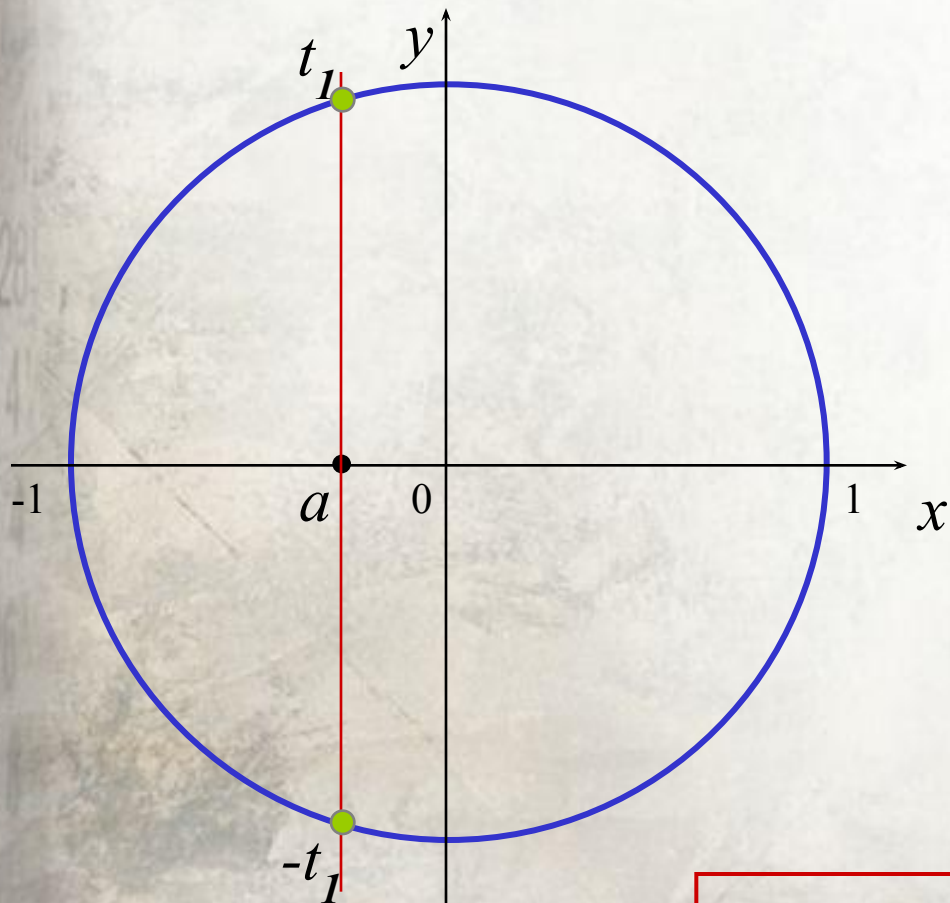
$$t = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = -1$$

$$t = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



# Уравнение $\cos t = a$



1. Проверить условие  $|a| \leq 1$
2. Отметить точку  $a$  на оси абсцисс.
3. Построить перпендикуляр в этой точке.
4. Отметить точки пересечения перпендикуляра с окружностью.
5. Полученные точки – решение уравнения  $\cos t = a$ .
6. Записать общее решение уравнения.

$$t = \pm \arccos a + 2\pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$$

# Частные случаи уравнения $\cos t = a$

$$\cos t = 1$$

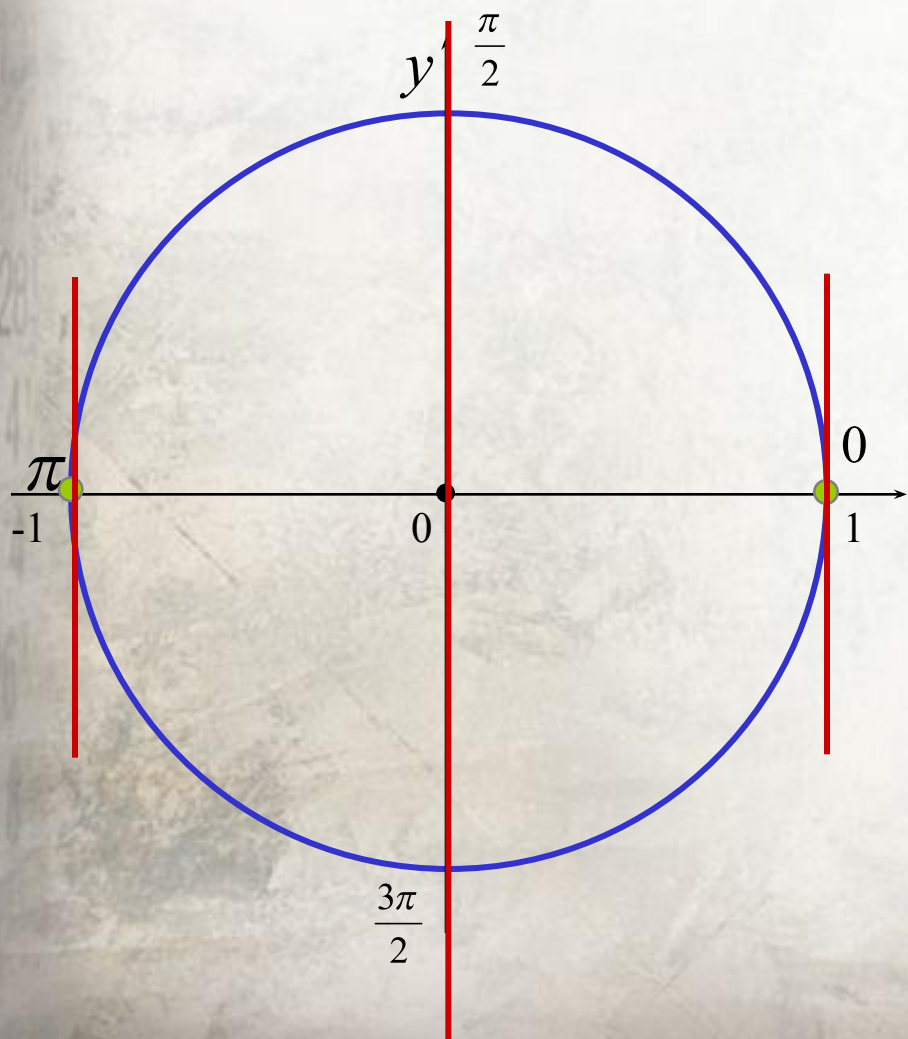
$$t = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t = 0$$

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

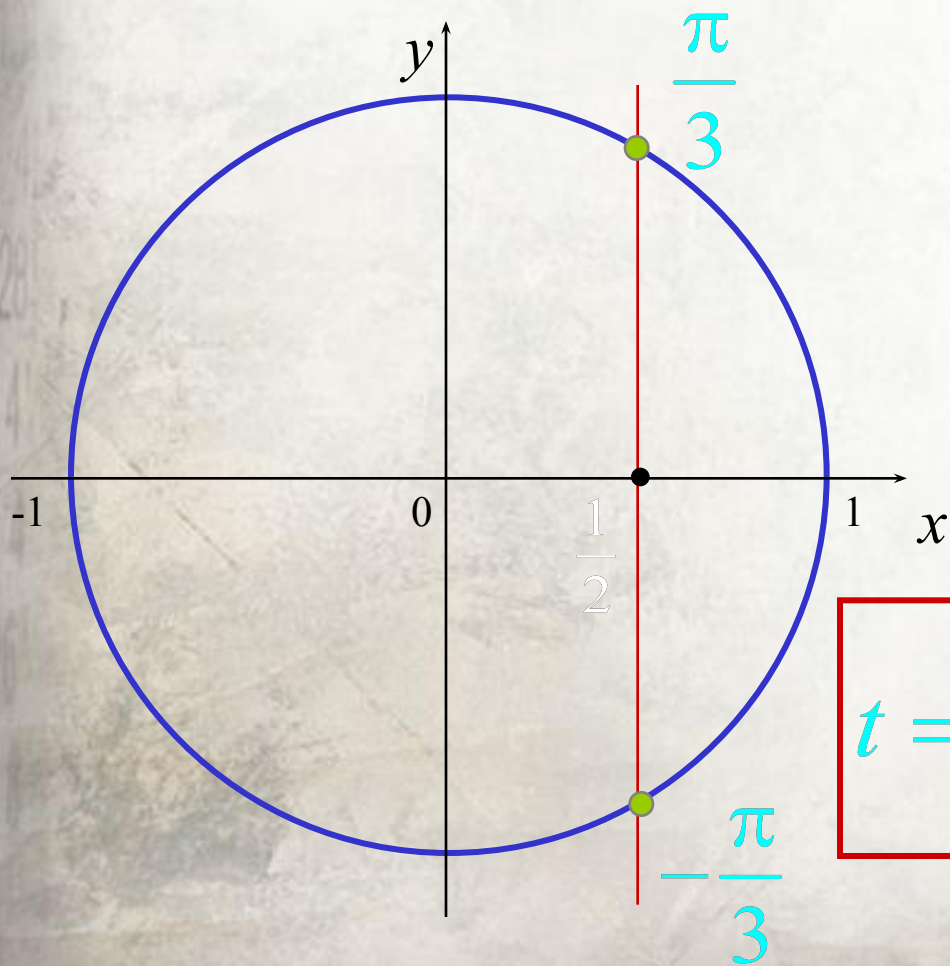
$$\cos t = -1$$

$$t = \pi + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



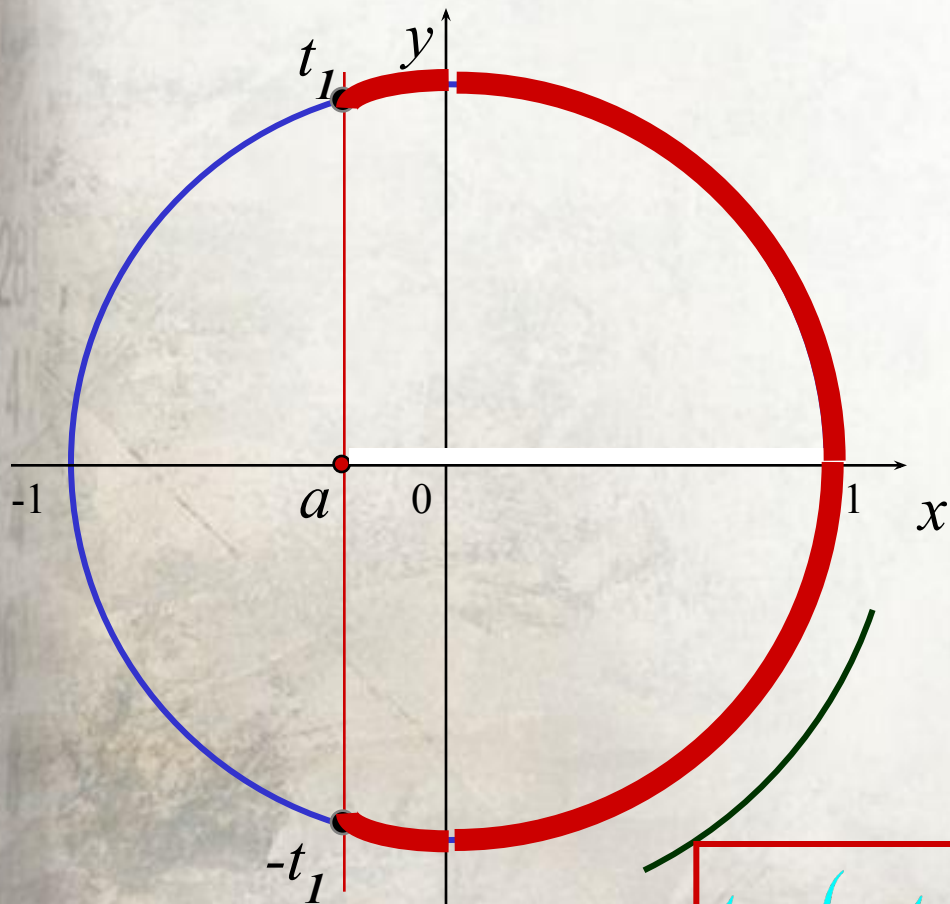
# Примеры уравнений

$$\cos x = \frac{1}{2}$$



$$t = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

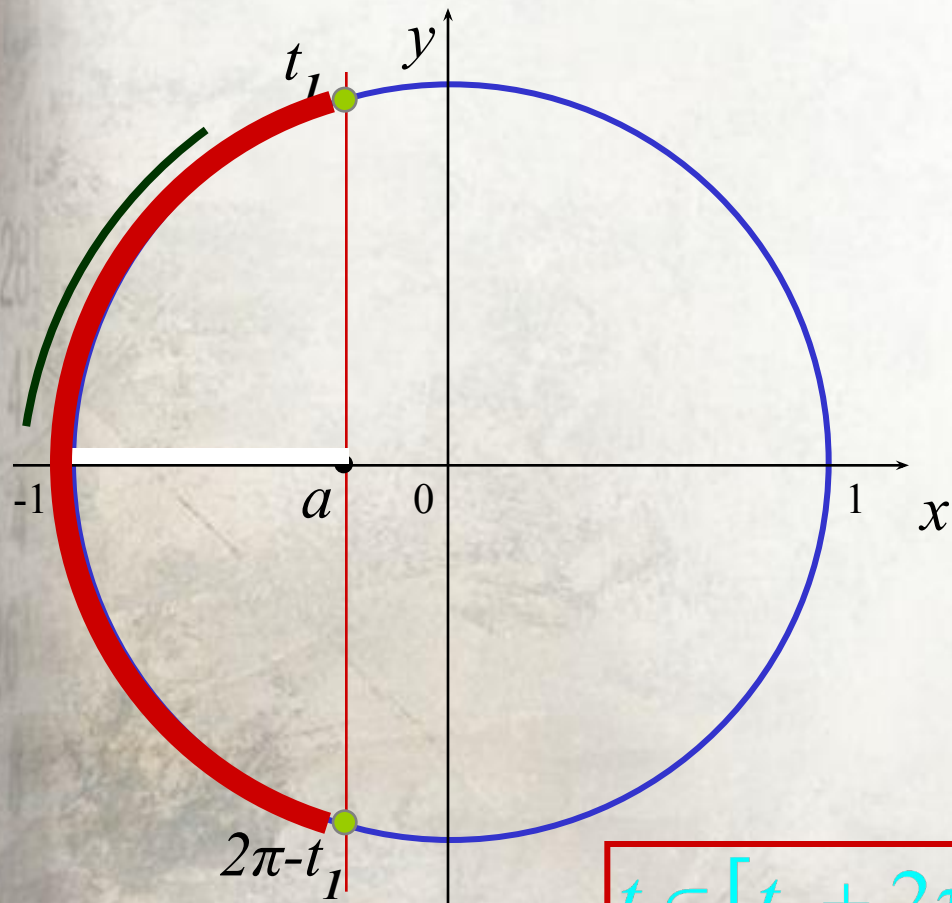
# Неравенство $\cos t > a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал  $x > a$ .
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in (-t_1 + 2\pi n; t_1 + 2\pi n), \quad n \in \mathbb{Z}$$

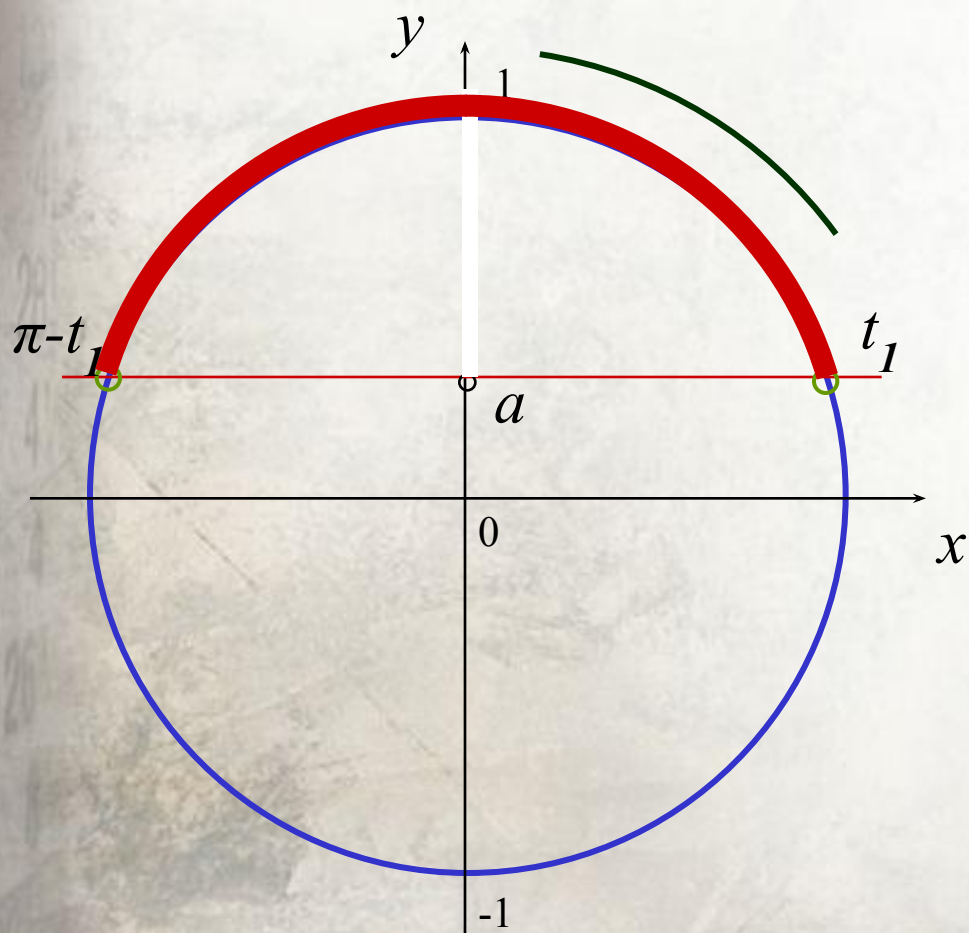
# Неравенство $\cos t \leq a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал  $x \leq a$ .
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in [t_1 + 2\pi n; 2\pi - t_1 + 2\pi n], \quad n \in \mathbb{Z}$$

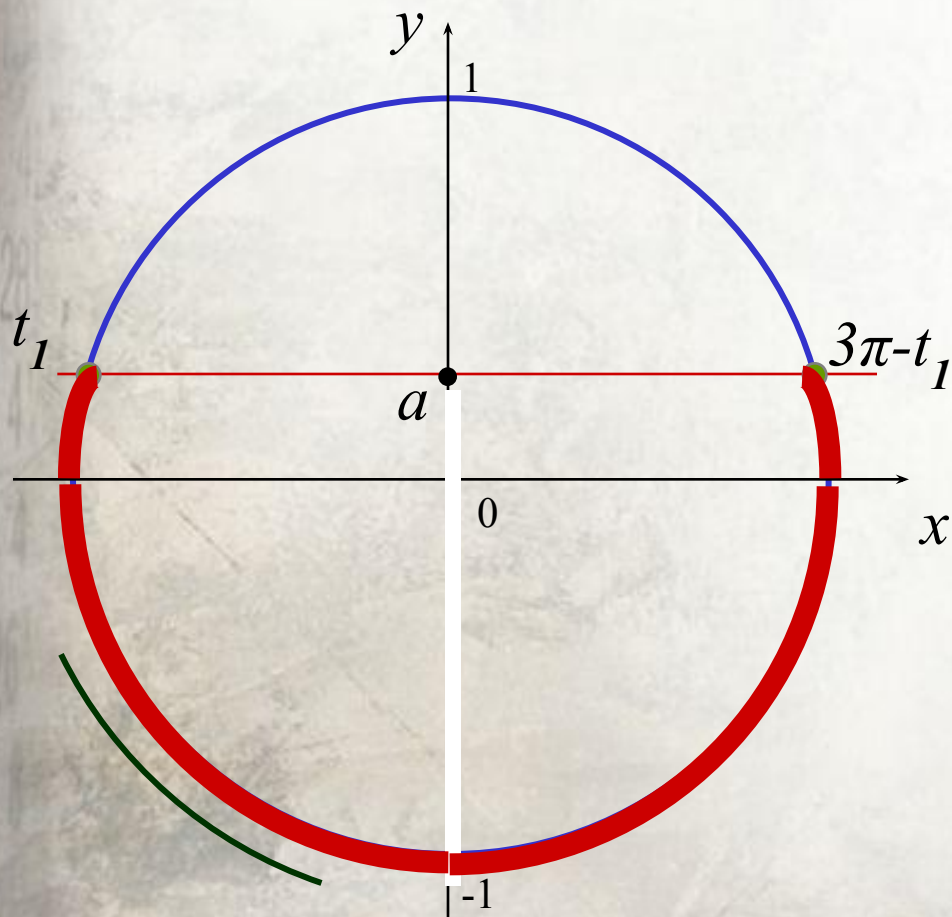
# Неравенство $\sin t > a$



1. Отметить на оси ординат интервал  $y > a$ .
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in (t_1 + 2\pi n; \pi - t_1 + 2\pi n), \quad n \in \mathbb{Z}$$

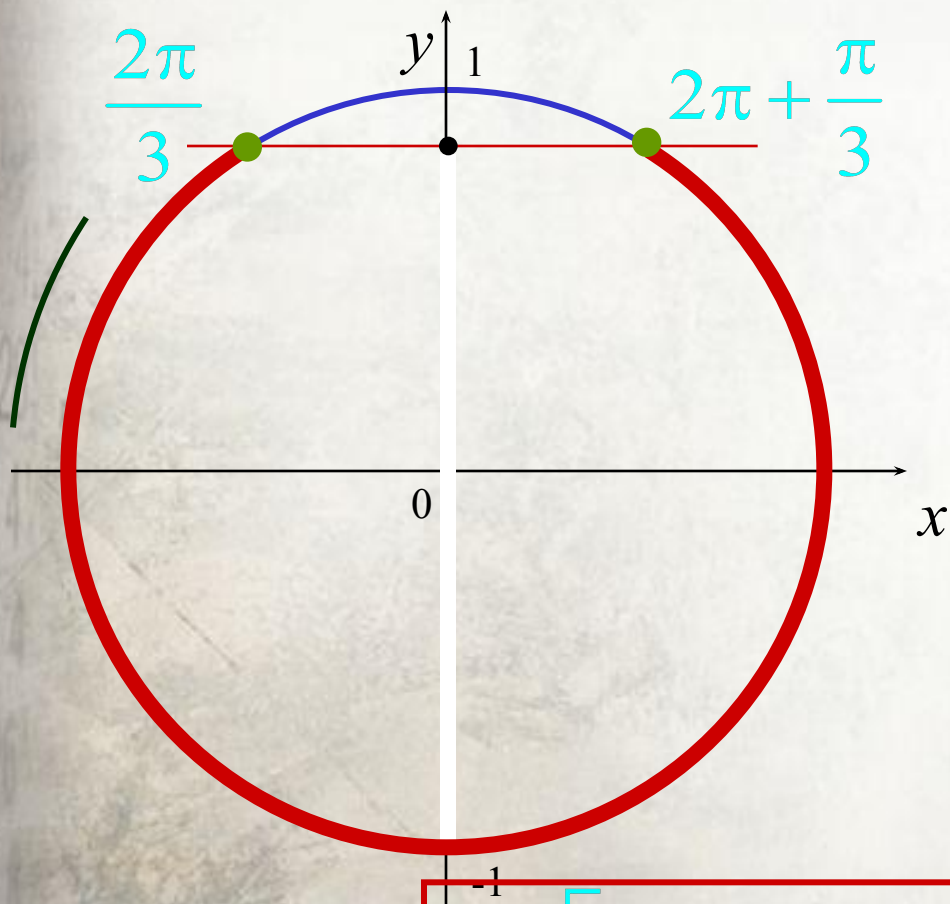
# Неравенство $\sin t \leq a$



1. Отметить на оси ординат интервал  $y \leq a$ .
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$t \in [t_1 + 2\pi n; 3\pi - t_1 + 2\pi n], \quad n \in \mathbb{Z}$$

# Примеры неравенств



$$\sin t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$t \in \left[ \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{7\pi}{3} + 2\pi n \right], \quad n \in \mathbb{Z}$$