

\*

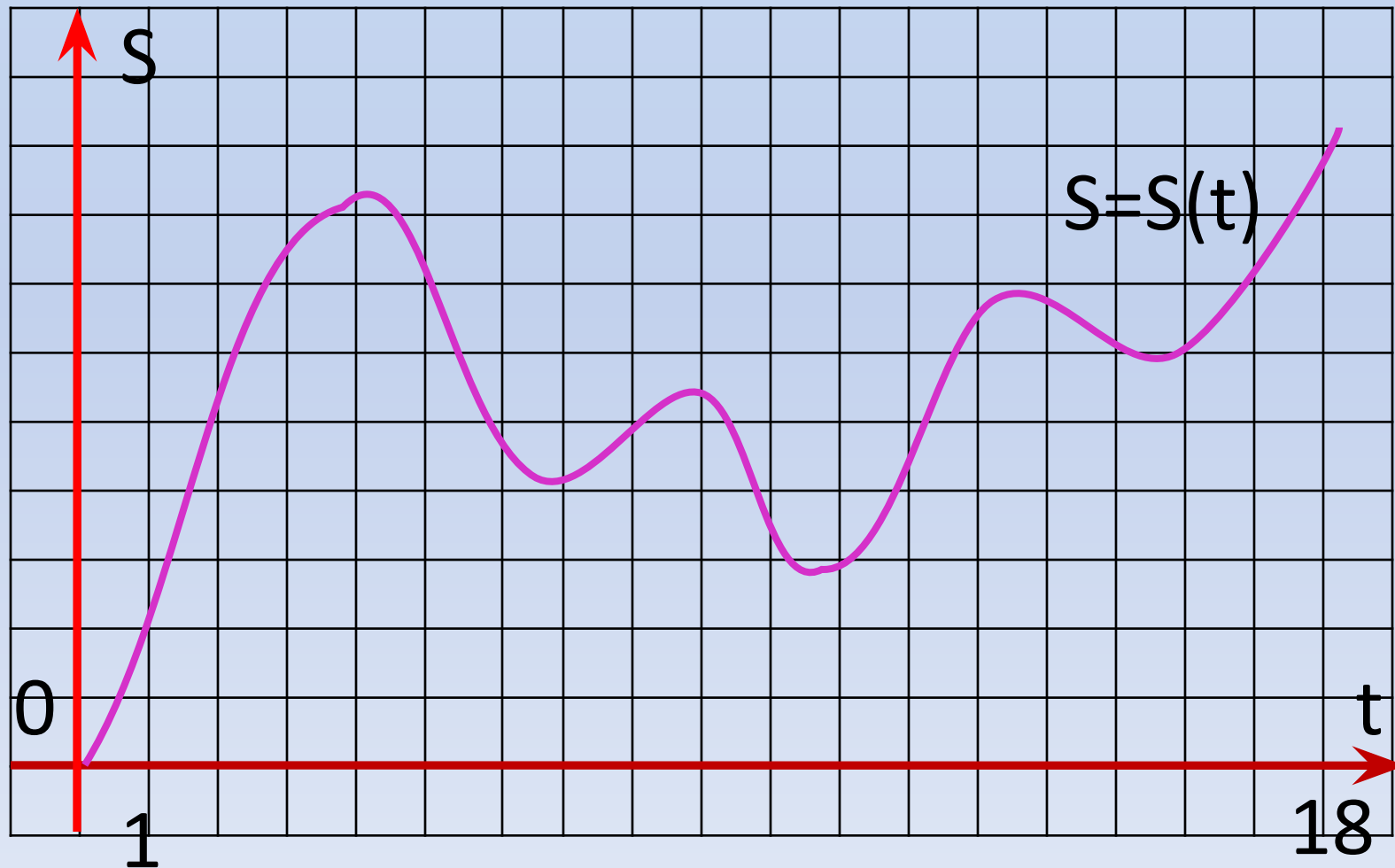
# Исследование функций с помощью производной

*«Тревожные мысли создают  
маленьким предметам большие  
тени»*

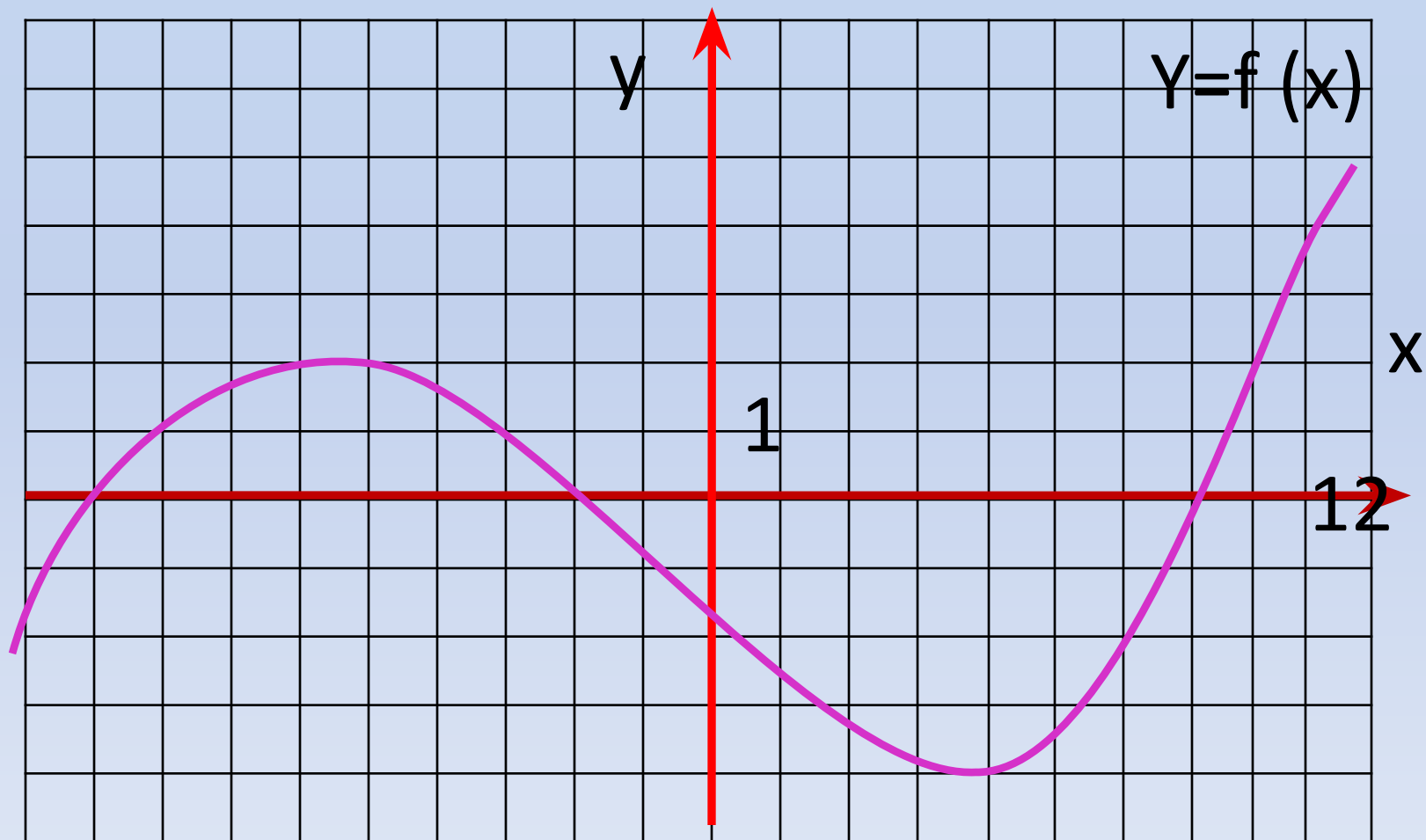
Шотландская поговорка

Шотландская поговорка

Материальная точка  $M$  начинает движение от точки  $A$  и движется по прямой 18 секунд. График показывает как менялось расстояние от точки  $A$  до точки  $M$  со временем. Определите, сколько раз за время движения скорость точки  $M$  обращалась в ноль.

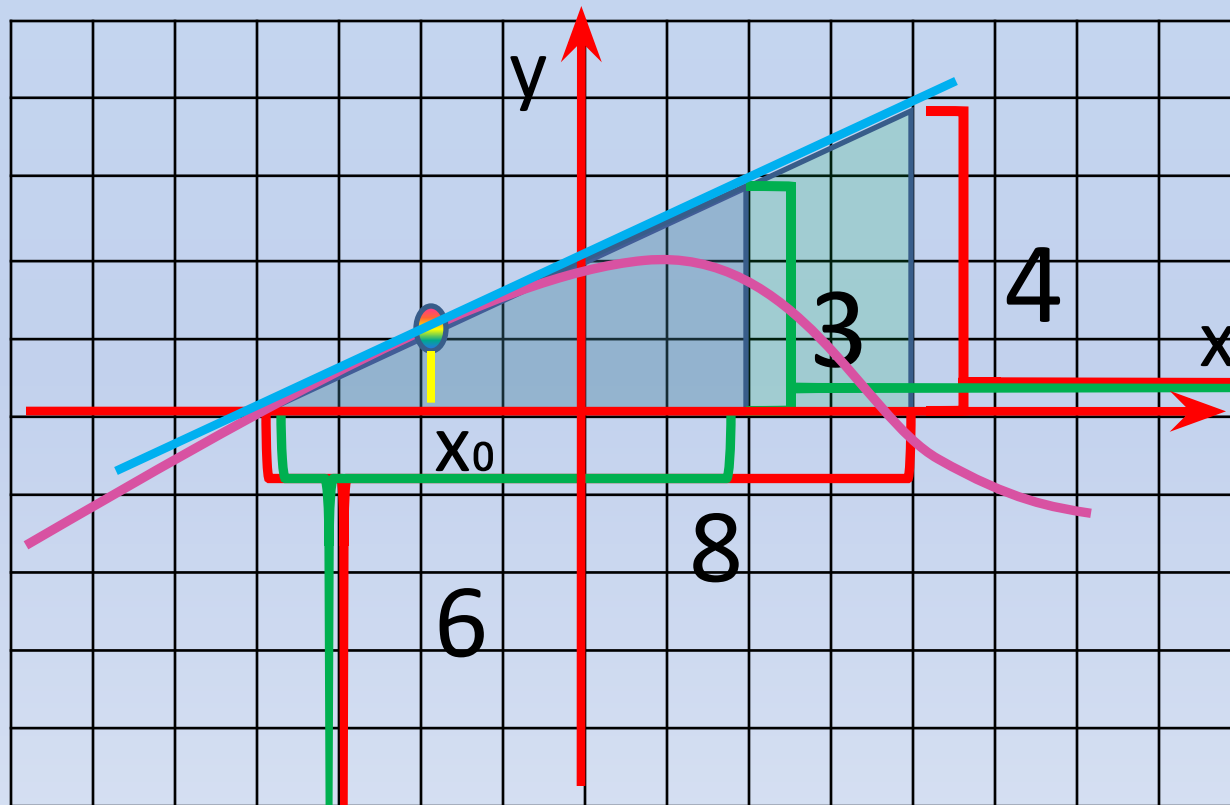


На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ . По графику перечислите как можно больше свойств этой функции



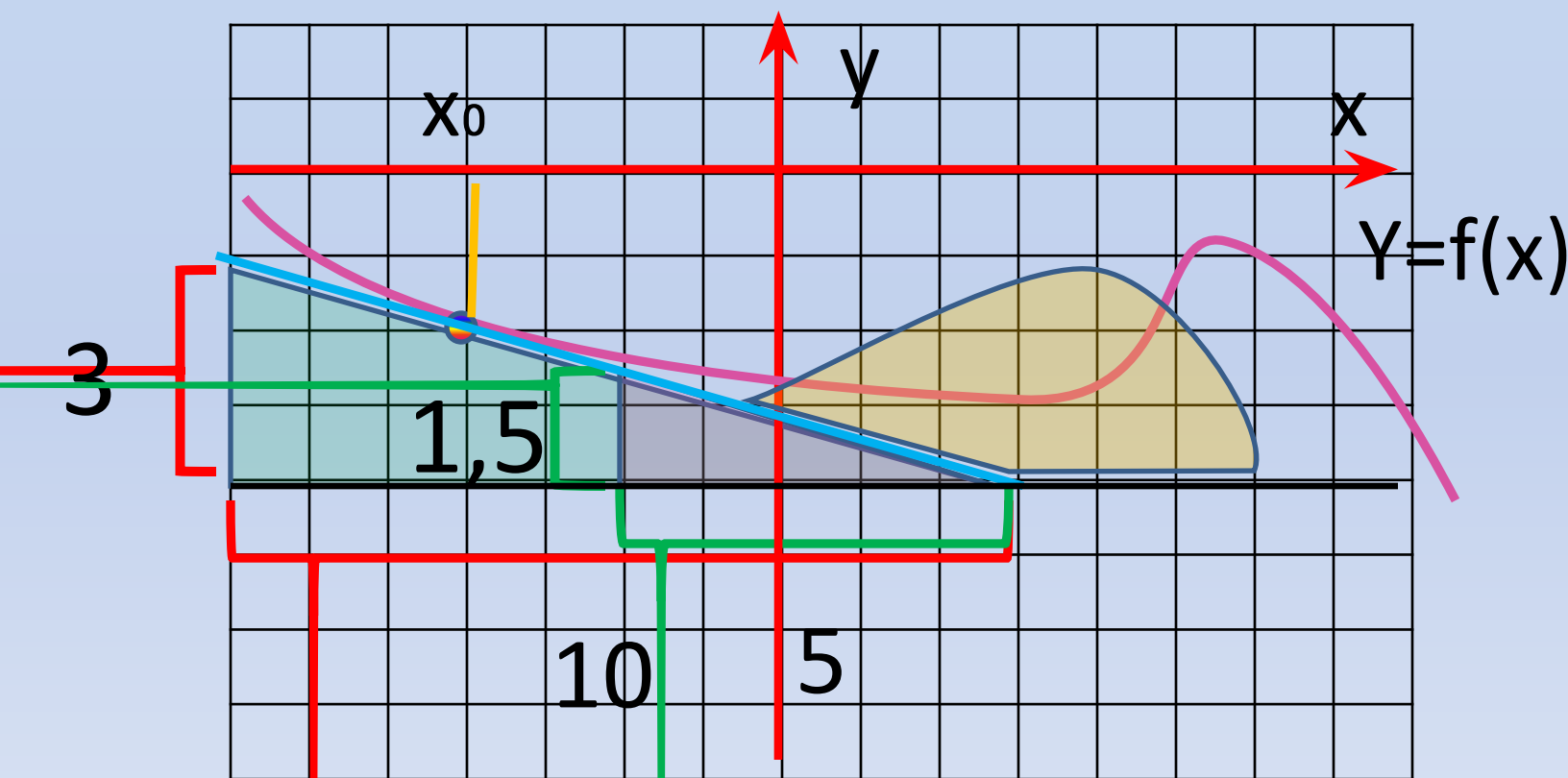
| Свойство<br>функции                         | Функция | Производная |
|---------------------------------------------|---------|-------------|
| возрастани<br>е                             |         |             |
| убывание                                    |         |             |
| максимум                                    |         |             |
| минимум                                     |         |             |
| экстремум                                   |         |             |
| Угол<br>наклона<br>касательно<br>й          |         |             |
| Количество<br>касательных<br>горизонтальных |         |             |

На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .  
Найдите значение производной функции в точке  $x_0$ .



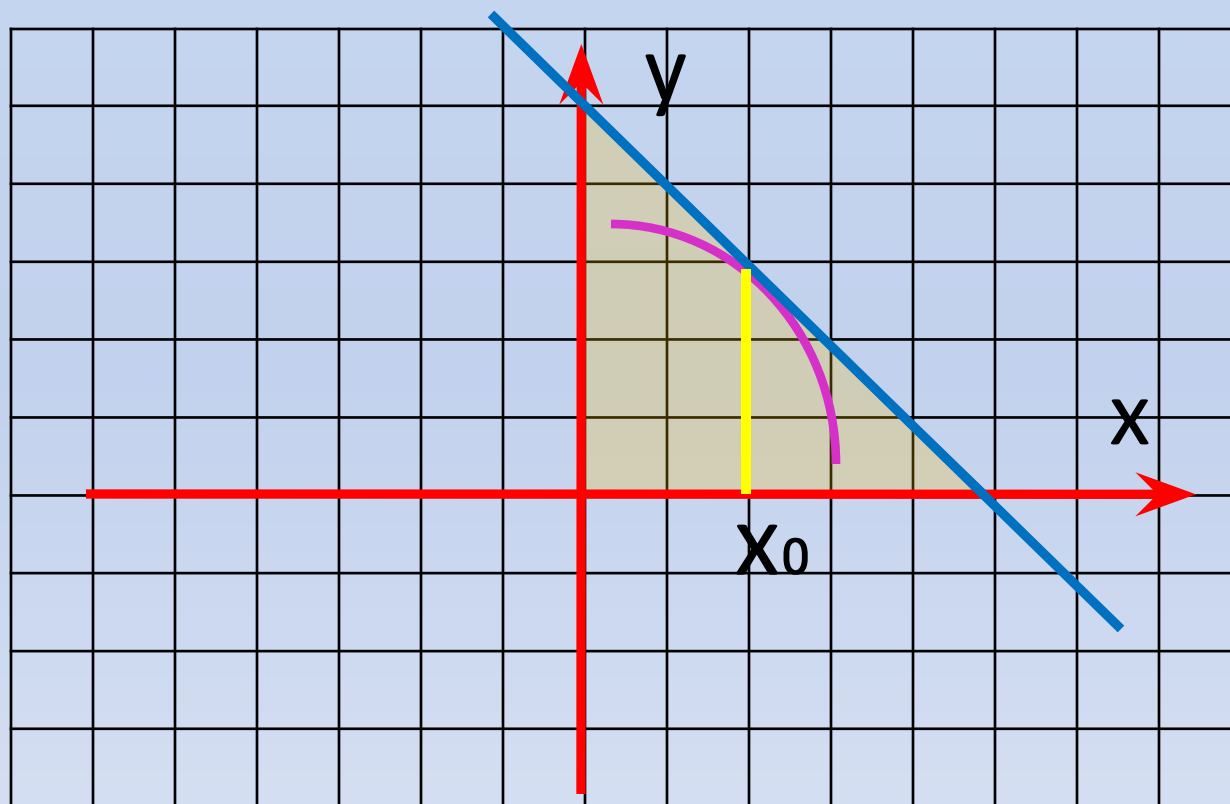
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = 4:8 = 3:6 = 0,5$$

На рисунке изображены график функции и касательная к нему в точке с абсциссой .  
Найдите значение производной функции в  
точке  $x_0$  .



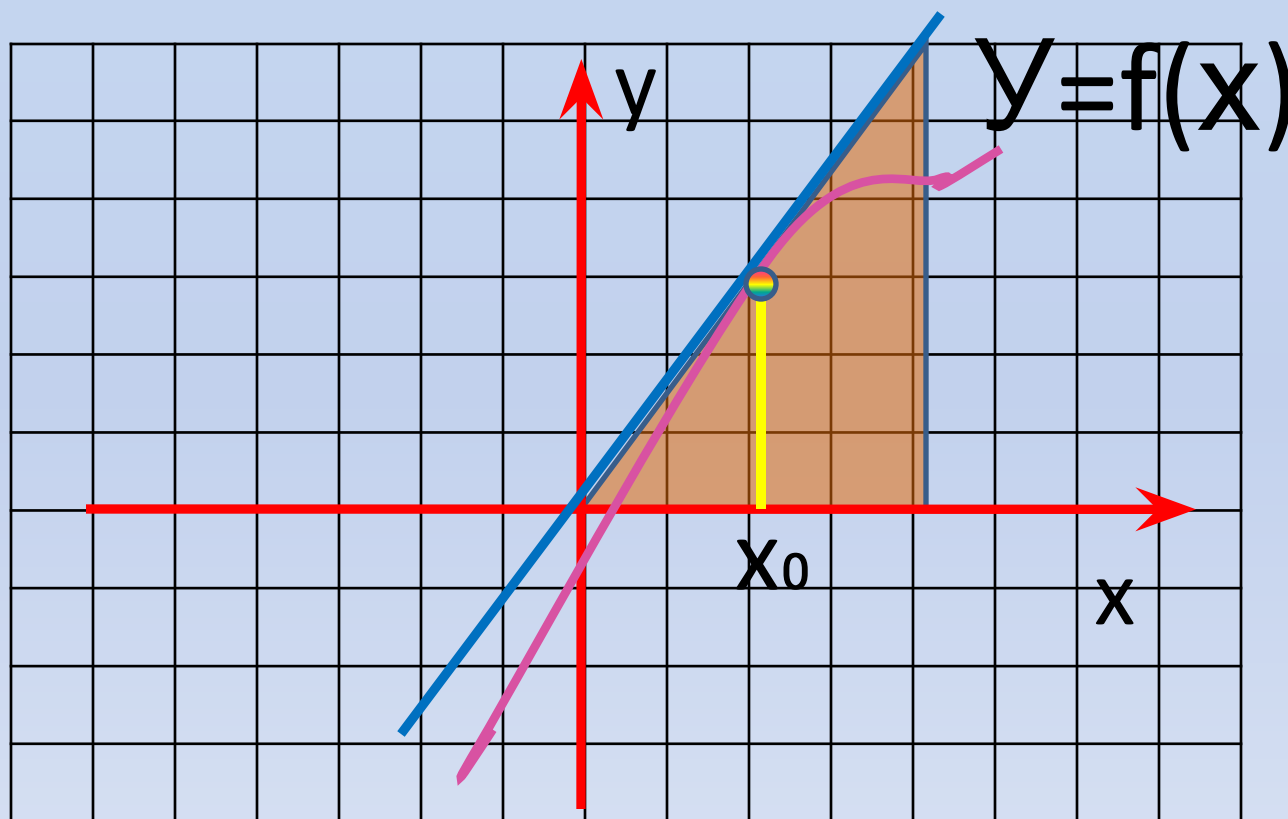
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = -3:10 = -1,5:5 = -0,3$$

**На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .  
Найдите значение производной функции в точке  $x_0$ .**



$$\operatorname{tg} \alpha = -1$$

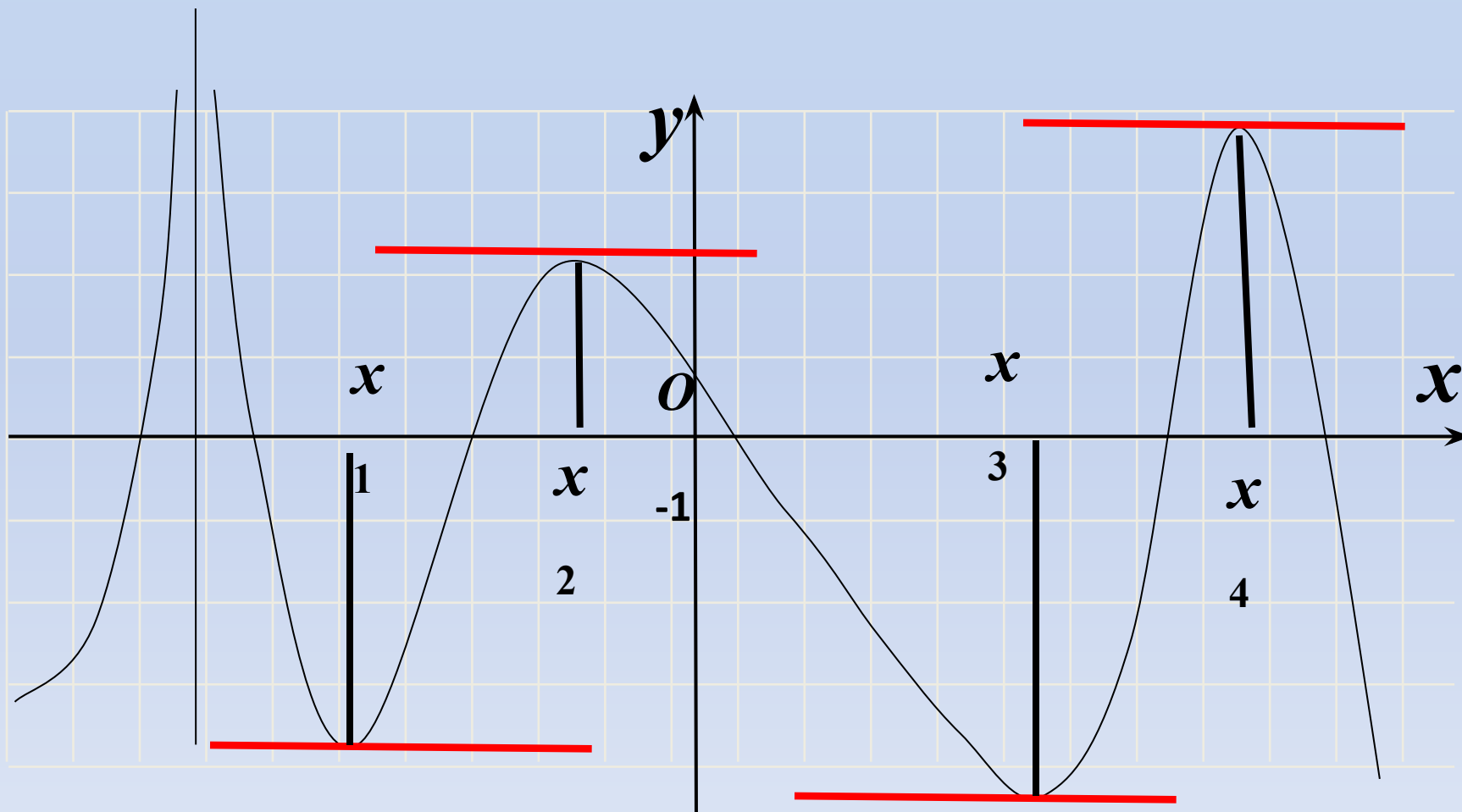
**На рисунке изображены график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ .  
Найдите значение производной функции в точке  $x_0$ .**



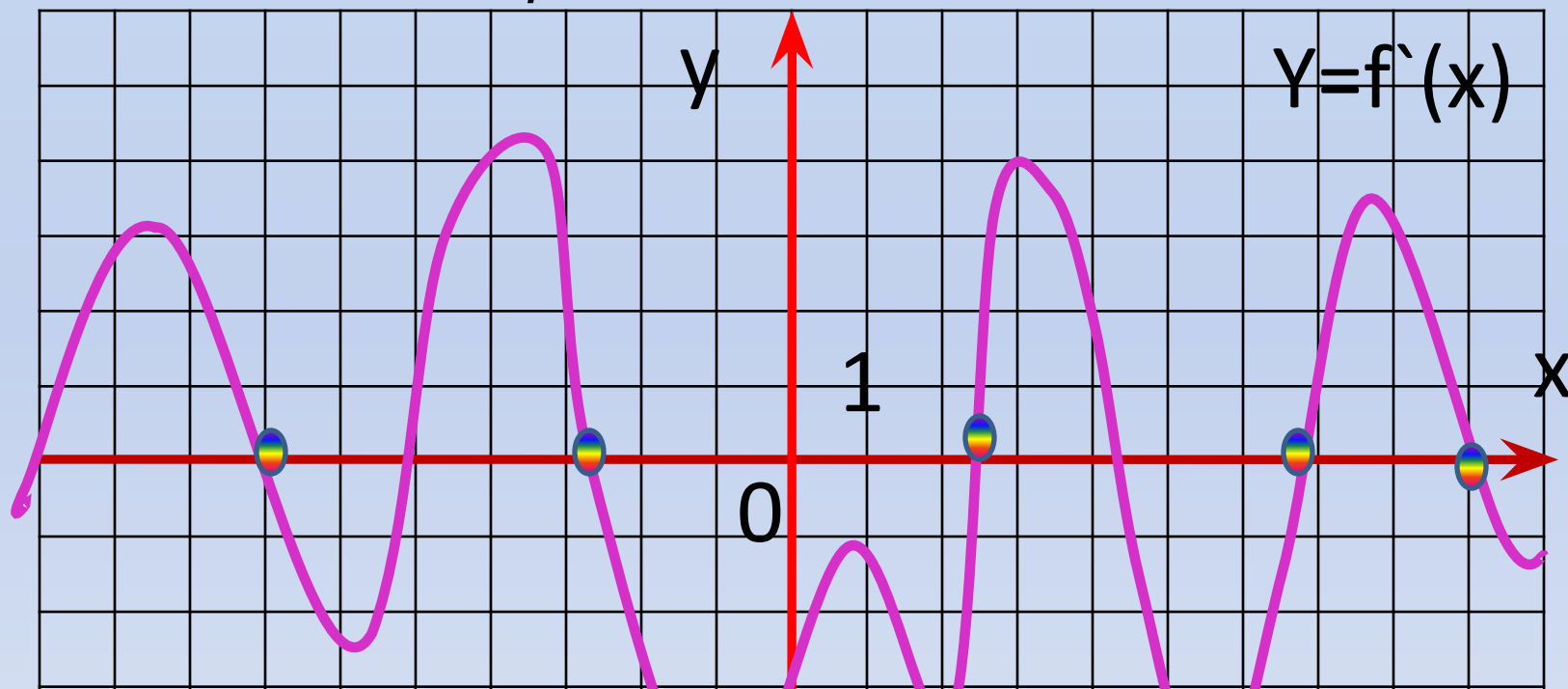
$$\operatorname{tg} \alpha = 6:4 = 1,5$$



На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$ . По графику определите количество точек, в которых касательная к нему параллельна оси  $OX$

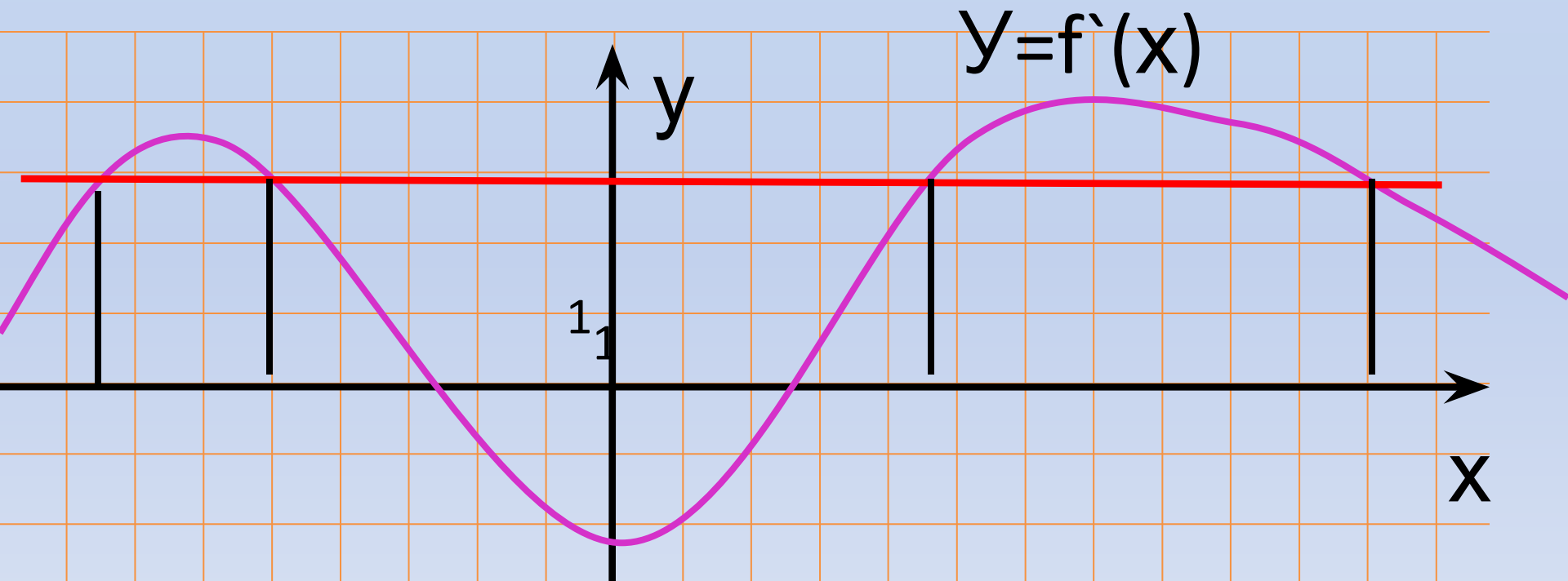


На рисунке изображен график производной функции  $y=f(x)$ , по графику определите, количество точек, в которых касательная к графику функции  $y=f(x)$ , параллельна оси  $OX$ .



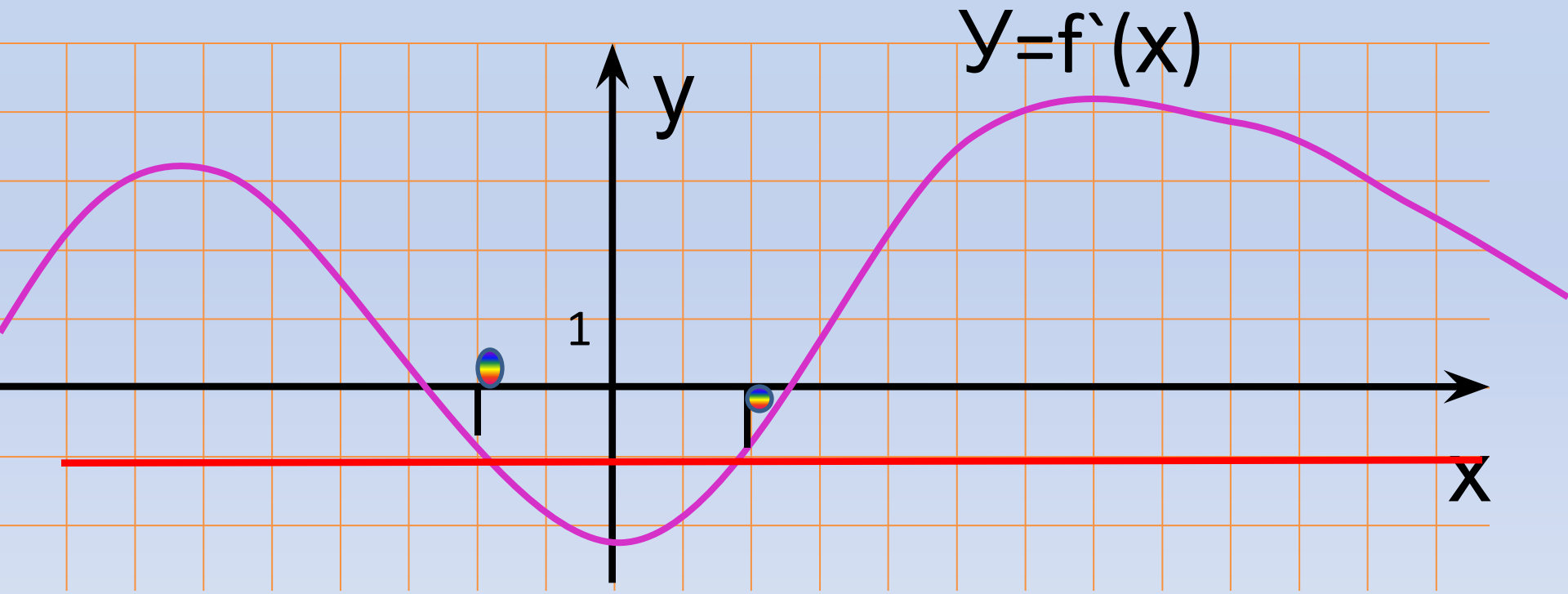
Касательные параллельны оси  $ox$ , если тангенс угла наклона равен 0, т. е. значение производной функции должно равняться 0.

На рисунке изображен график производной функции  $y=f'(x)$ , по графику определите, количество точек, в которых касательная к графику функции  $y=f(x)$ , параллельна прямой  $y=3x-5$ .



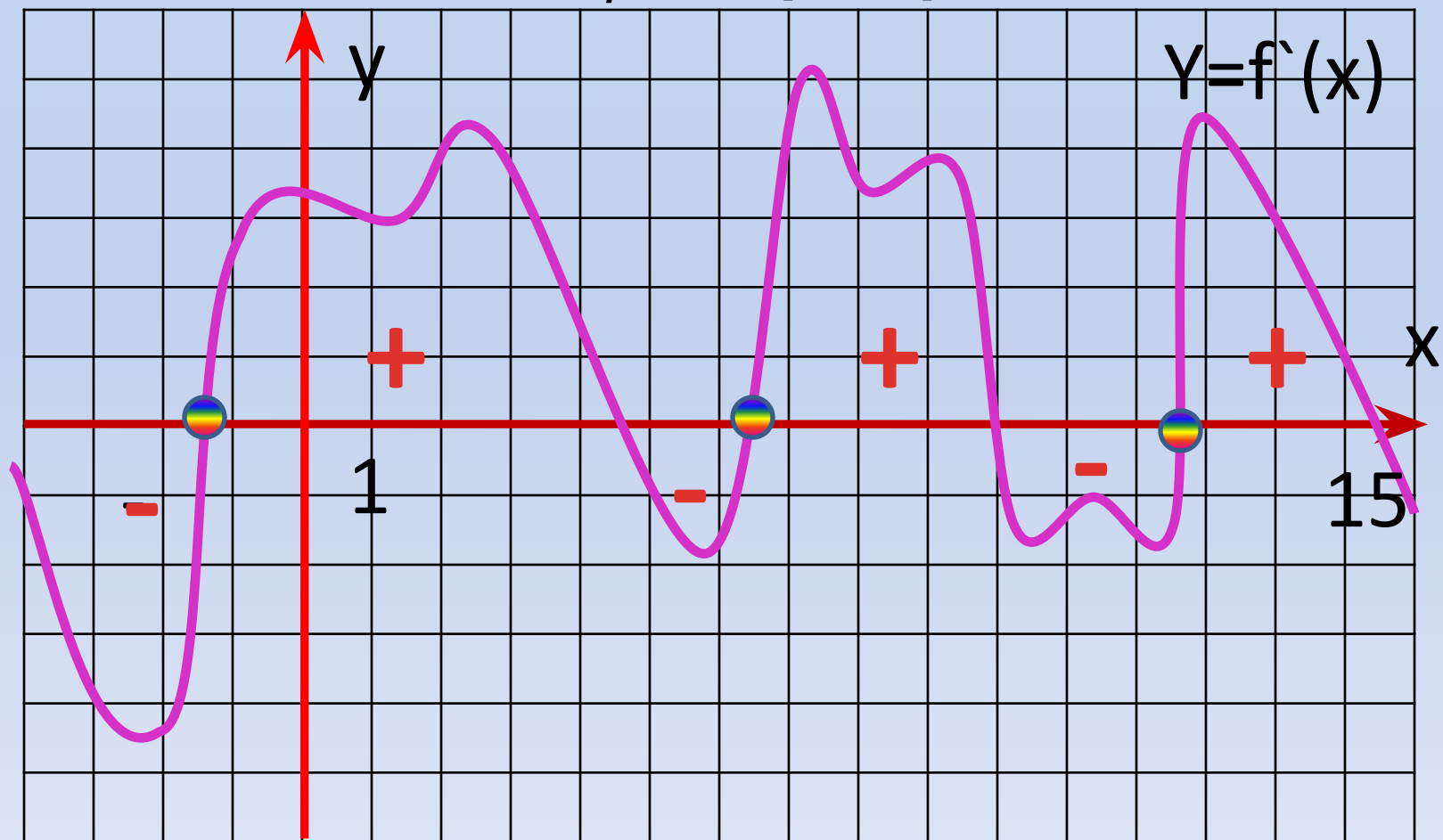
Чтобы прямые были параллельны необходимо, чтобы их угловые коэффициенты были равны. Угловой коэффициент касательной равен значению производной функции в точке. Значит, нужно посчитать количество точек в которых значение производной равно 3.

На рисунке изображен график производной функции  $y=f'(x)$ , по графику определите, количество точек, в которых касательная к графику функции  $y=f(x)$ , образует с положительным направлением оси  $OX$  угол  $135^\circ$ .

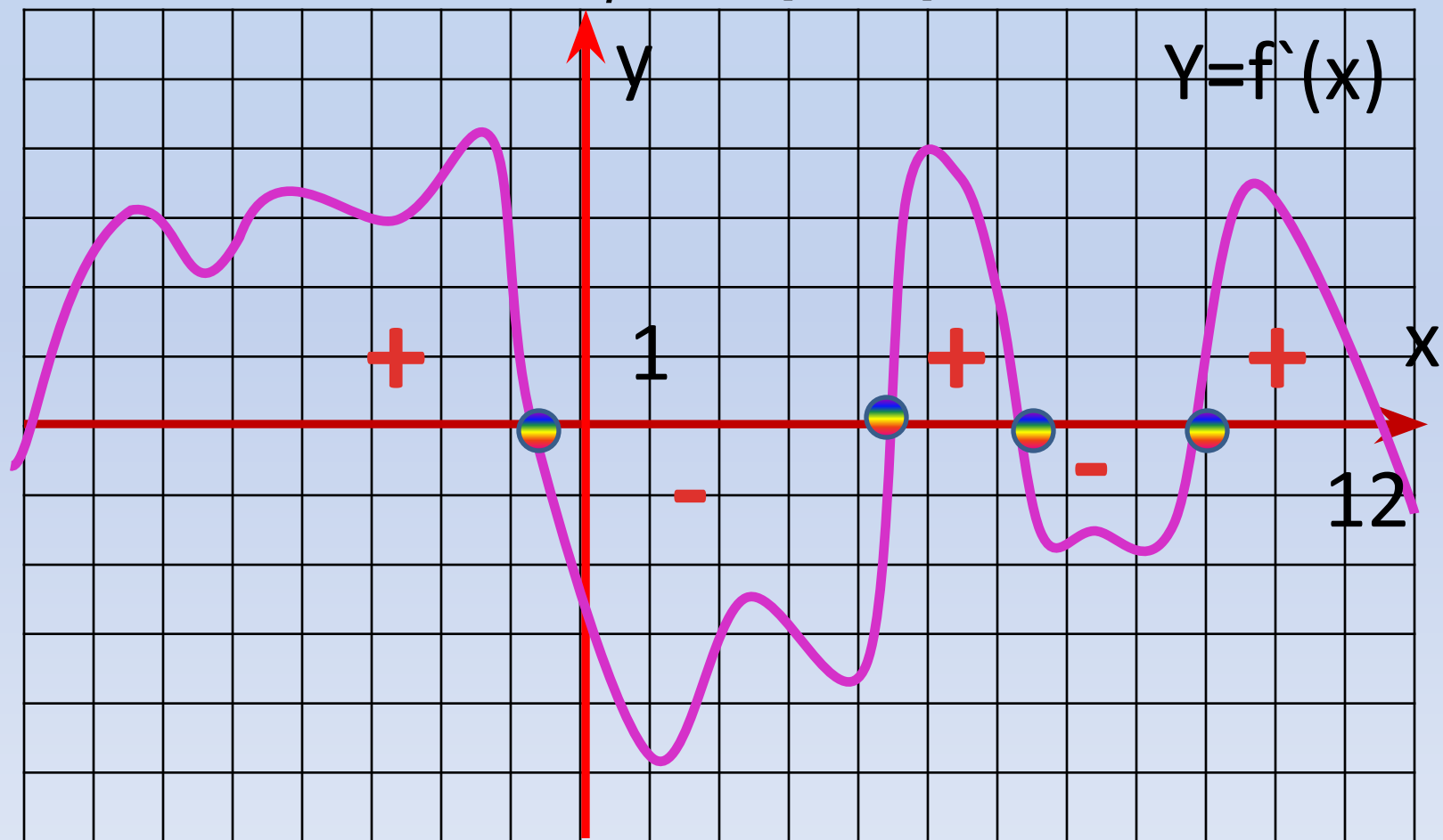


Тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси  $OX$  равен значению производной функции в точке касания.

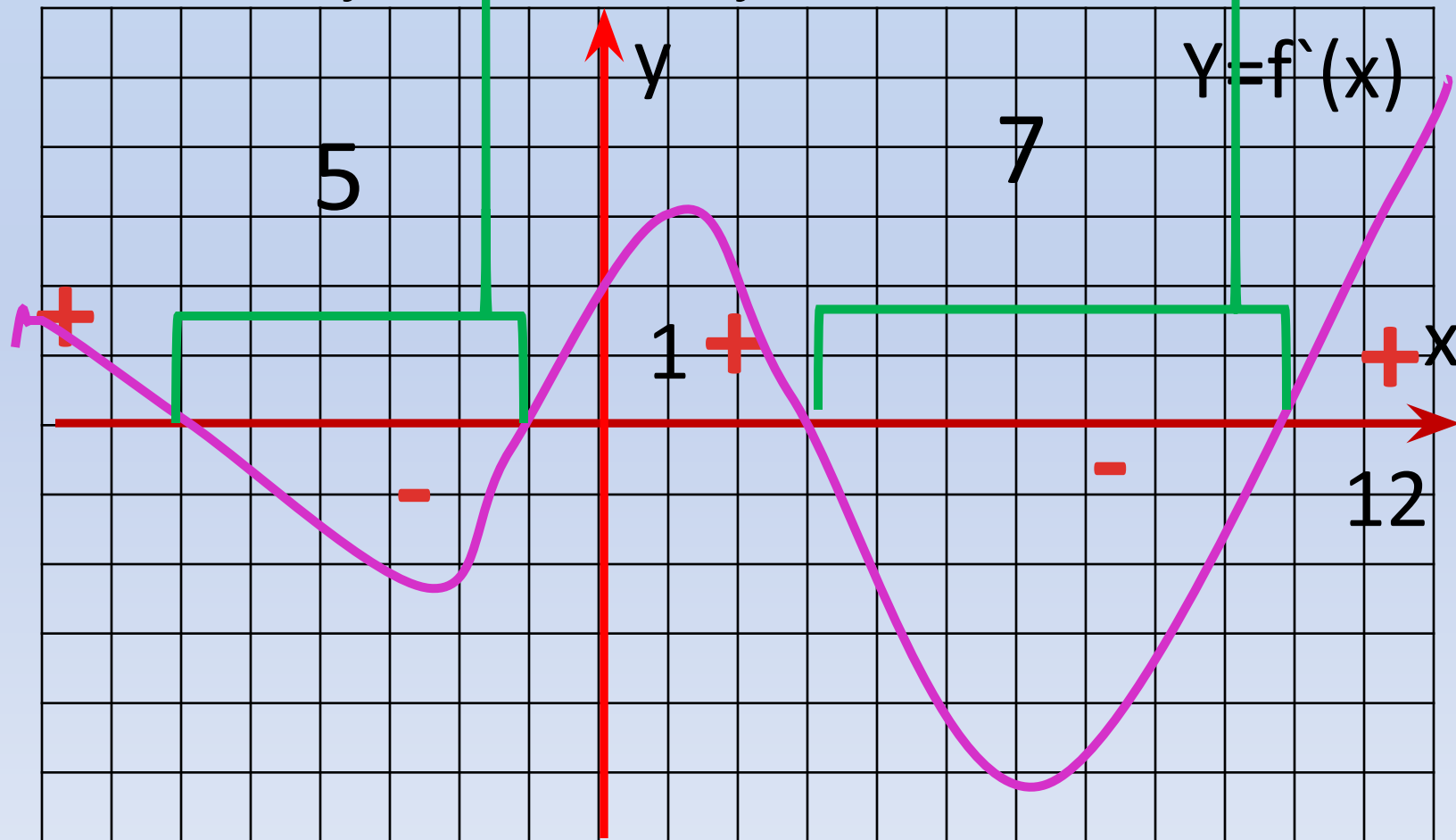
На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-4;16)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$  на интервале  $[-3;15]$

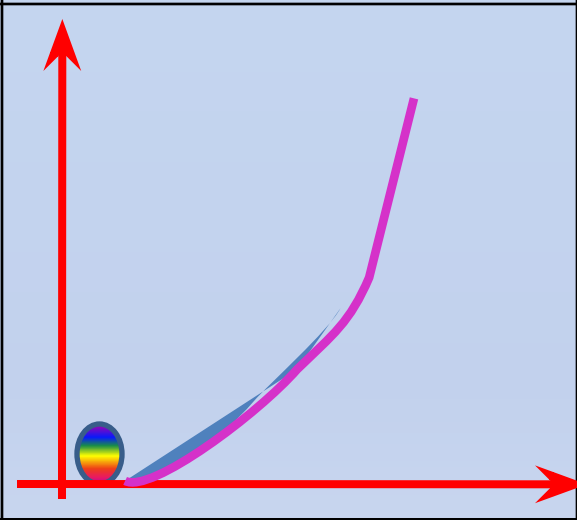
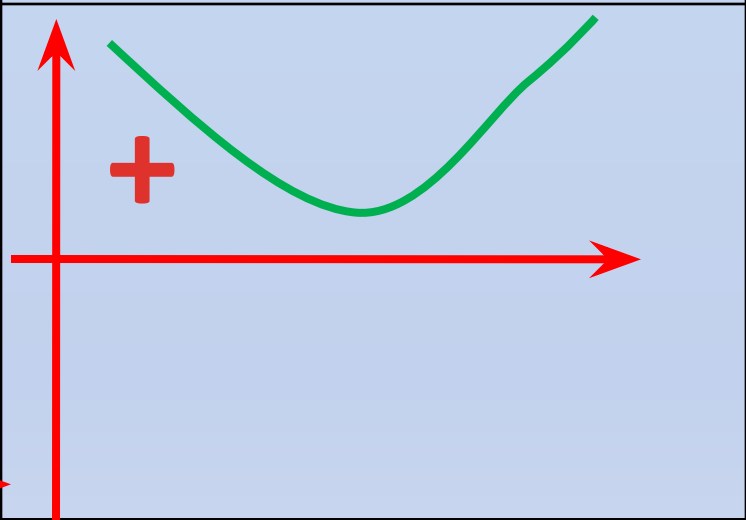
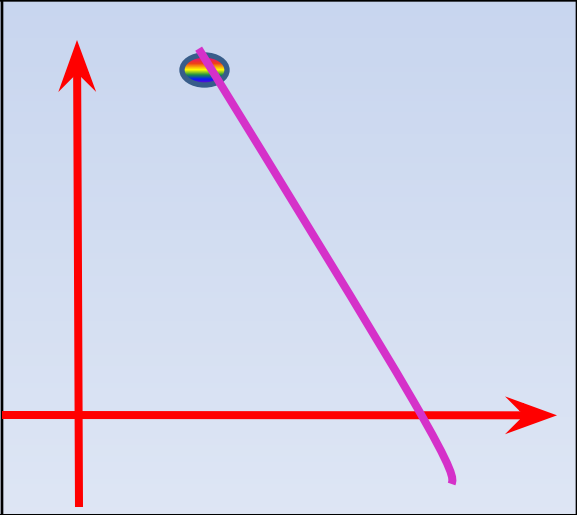
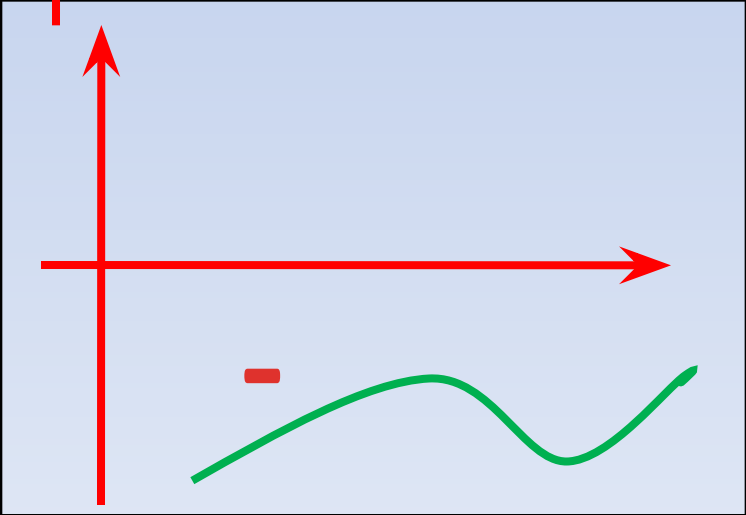


На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8;12)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$  на интервале  $[-7;11]$

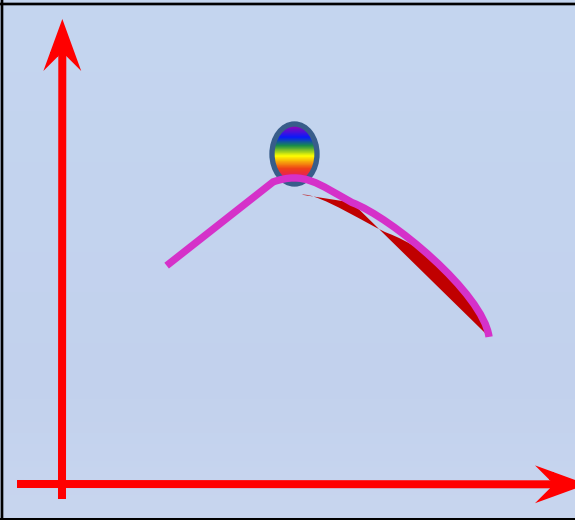
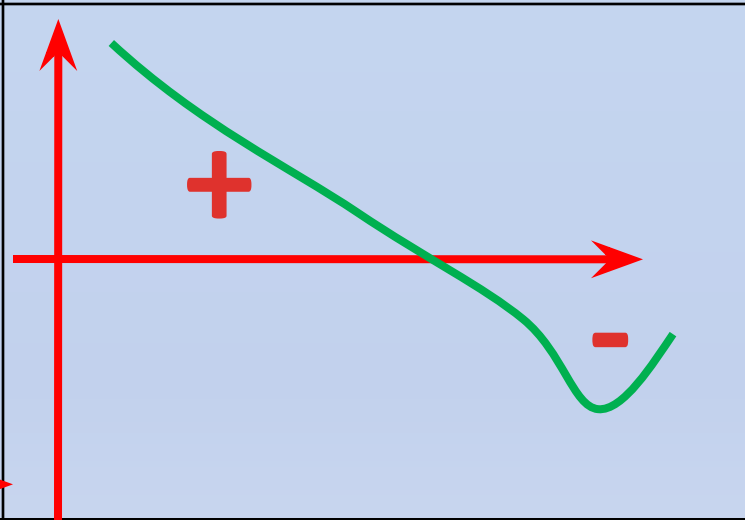
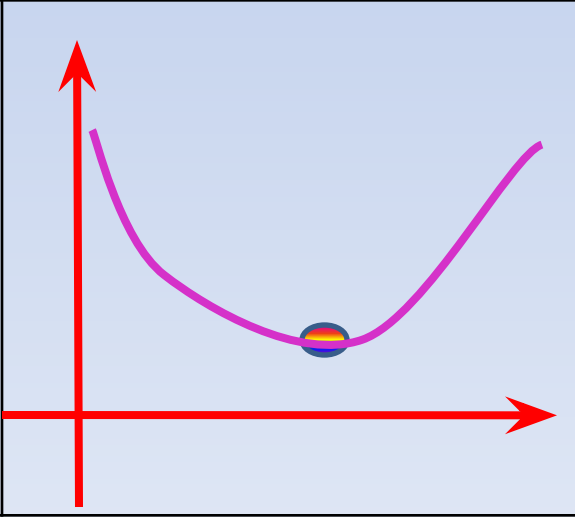
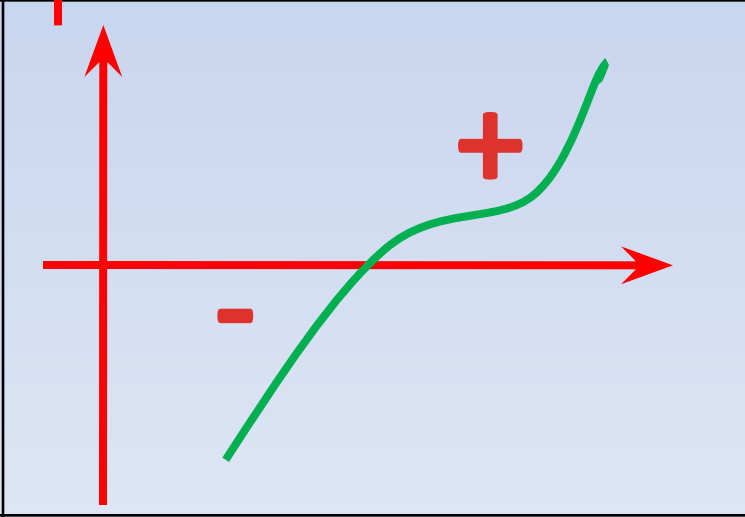


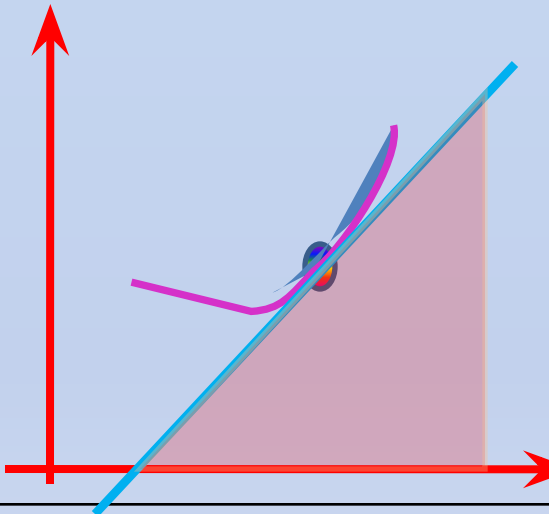
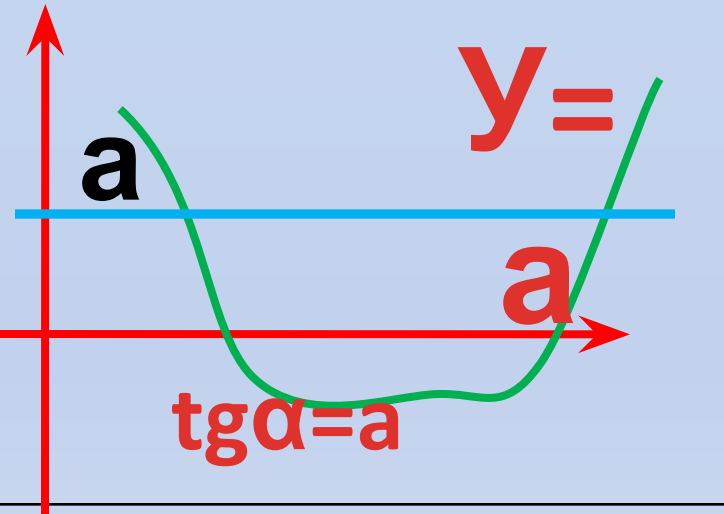
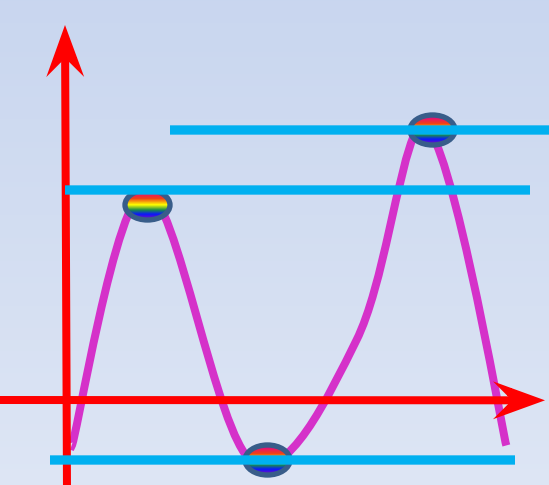
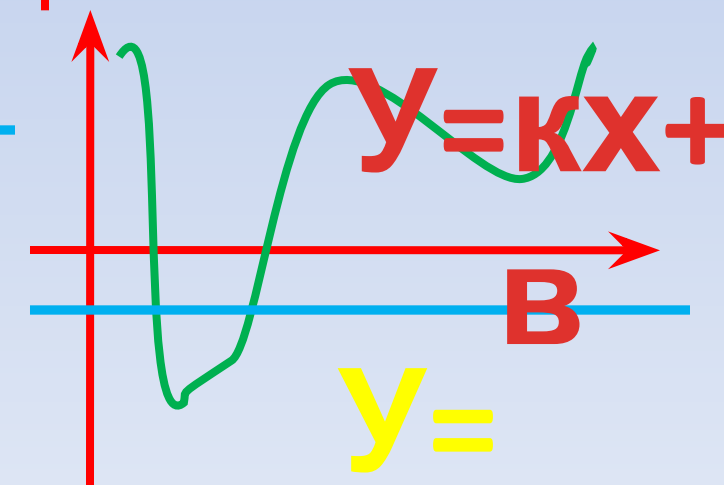
На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8;12)$ . Найдите количество промежутков убывания функции, в ответе укажите длину наибольшего из них



| Свойство функции | Функция                                                                                                                                                                                                                                                                             | Производная                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| возрастание<br>е |  A graph on a red coordinate system showing a magenta curve that starts at the origin (0,0) and increases monotonically with an increasing slope. A small rainbow sphere is placed at the origin. |  A graph on a red coordinate system showing a green curve that is U-shaped and stays entirely above the horizontal axis. A red '+' sign is located in the upper-left quadrant.           |
| убывание         |  A graph on a red coordinate system showing a magenta curve that decreases monotonically. A small rainbow sphere is placed on the curve in the upper-left quadrant.                              |  A graph on a red coordinate system showing a green curve that is inverted U-shaped and stays entirely below the horizontal axis. A red '-' sign is located in the lower-left quadrant. |



| Свойство функции | Функция                                                                             | Производная                                                                          |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| максимум         |   |   |
| минимум          |  |  |

| Свойство функции                                    | Функция                                                                             | Производная                                                                                                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Тангенс угла наклона касательной                    |   |  <p><math>y =</math></p> <p><math>a</math></p> <p><math>a</math></p> <p><math>\text{tg} \alpha = a</math></p> |
| Количество касательных параллельных заданной прямой |  |  <p><math>y = kx +</math></p> <p><math>B</math></p> <p><math>y =</math></p>                                  |

# Используемые источники информации

- 3000 задач по математике. Под редакцией А. Л. Семенова, И .В. Ященко, Москва, «ЭКЗАМЕН», 2012.