

Логарифмическая функция

**Назарова Галина Алексеевна
учитель математики
ГБОУ Гимназия №1797
« Богородская»
г. Москва**

Логарифмическая функция

Определение:

Функцию заданную формулой

$$\underline{y = \log_a x}$$

называют логарифмической функцией с основанием a .

$$\underline{a > 0, a \neq 1}$$

Свойства логарифмической функции

Свойство 1°:

Область определения логарифмической функции –
множество всех положительных действительных чисел R_+ ,

$$\underline{D(\log_a) = R_+}$$

Доказательство:

По определению логарифма

Свойства логарифмической функции

Свойство 2°:

Область значения логарифмической функции – множество всех действительных чисел $\mathbb{R}$, т.е.

$$\underline{E(\log_a) = \mathbb{R}}$$

Доказательство:

В самом деле, по определению логарифма любого действительного y справедливо равенство

$$\log_a(a^y) = y$$

т.е. функция $y = \log_a x$ принимает значение y_0 в точке $x_0 = a^{y_0}$

Свойства логарифмической функции

Свойство 3°:

Логарифмическая функция на всей области определения
возрастает (при $a > 1$)
убывает (при $0 < a < 1$).

Доказательство:

Докажем что при $a > 1$ функция возрастает (в случае $0 < a < 1$ доказательно аналогично). Пусть x_1 и x_2 – любые положительные числа и $x_2 > x_1$. Надо доказать что $\log_a x_2 > \log_a x_1$. Допустим противное, т.е. что

$$\log_a x_2 \leq \log_a x_1 \quad (1)$$

Т.к. функция $y=a^x$ при $a > 1$ возрастает, из неравенства (1) следует:

$$a^{\log_a x_2} \leq a^{\log_a x_1} \quad (2)$$

Но $a^{\log_a x_2} = x_2$, $a^{\log_a x_1} = x_1$ (по определению логарифма), т.е. неравенство (2) означает, что $x_2 \leq x_1$. Это противоречит допущению $x_2 > x_1$.

Определите какая из перечисленных функций является убывающей, а какая возрастающей?

1) $y = \log_5 x$

2) $y = \log_{\sqrt{3}} x$

3) $y = \log_{\pi} (x + 1)$

4) $y = \log_{0,7} (x - 3)$

Сравните числа

a) $\log_2 3,8$ и $\log_2 4,7$

б) $\log_{\frac{1}{3}} 0,15$ и $\log_{\frac{1}{3}} 0,2$

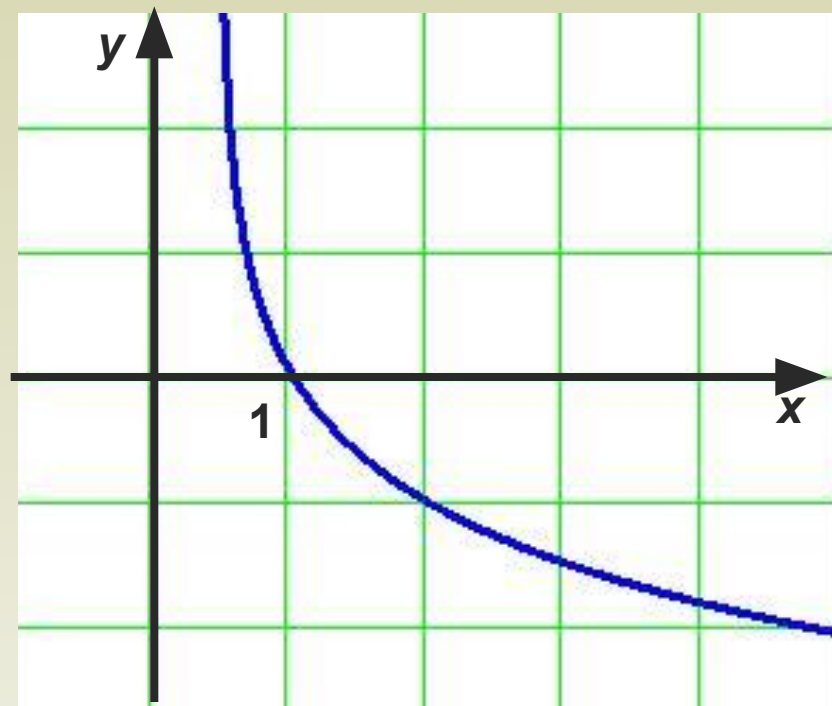
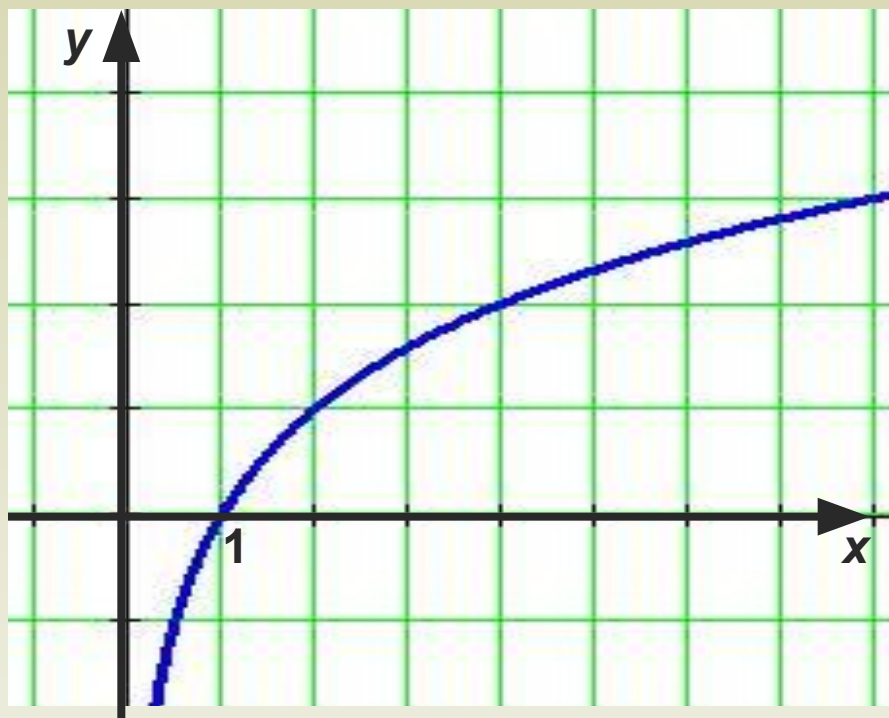
Ответы:

$$a) \log_2 3,8 < \log_2 4,7$$

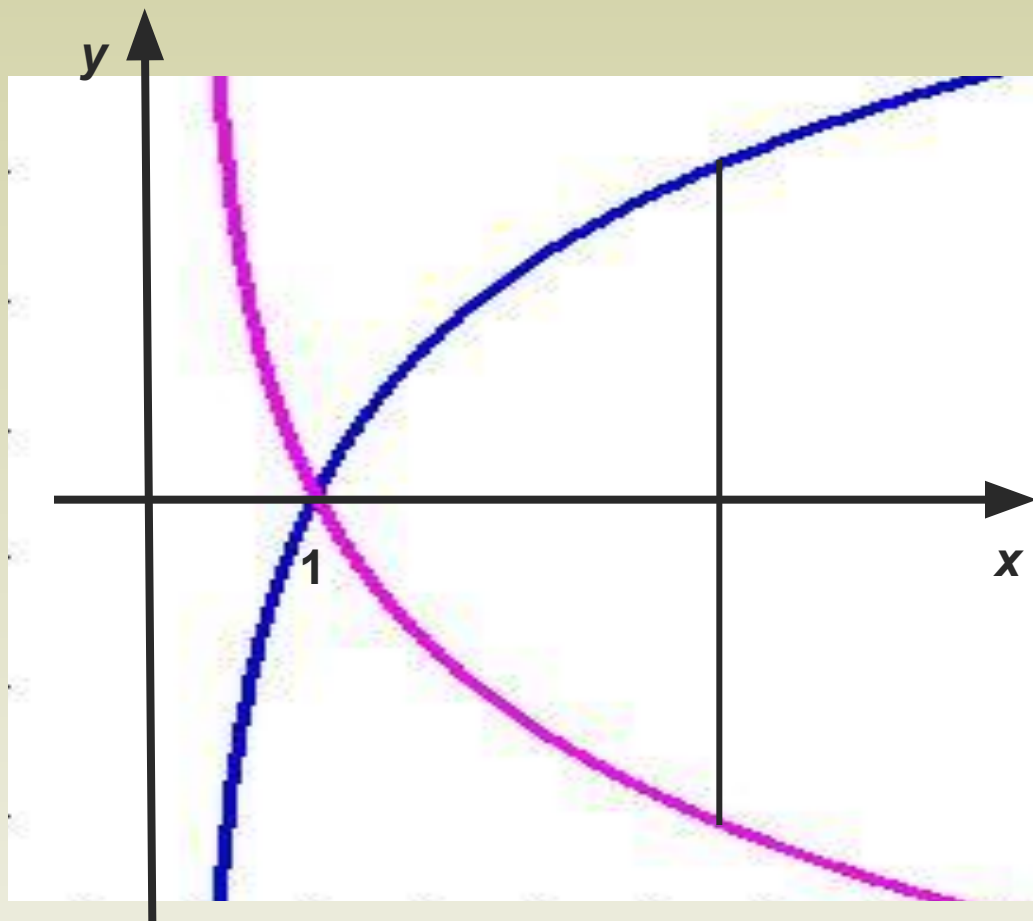
$$б) \log_{\frac{1}{3}} 0,15 > \log_{\frac{1}{3}} 0,2$$

График логарифмической функции

$$a > 1 \quad y = \log_a x \quad 0 < a < 1$$



Графики функций $y = \log_2 x$ и $y = -\log_2 x$



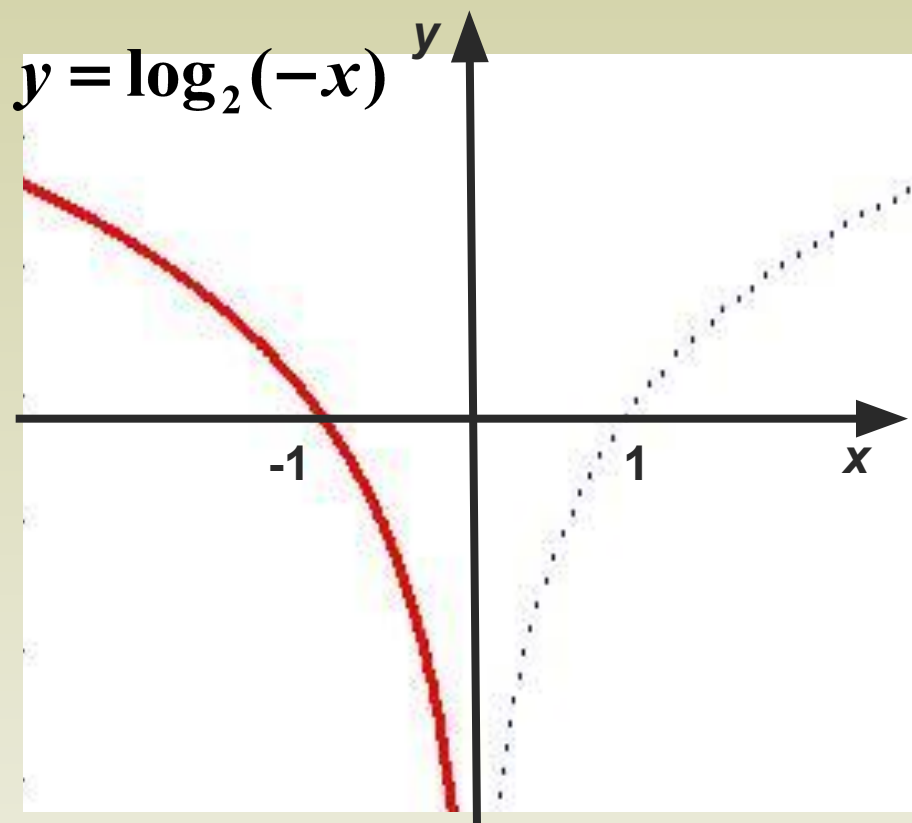
x	0.5	1	2	4
y	-1	0	1	2

$$\underline{y = \log_2 x}$$

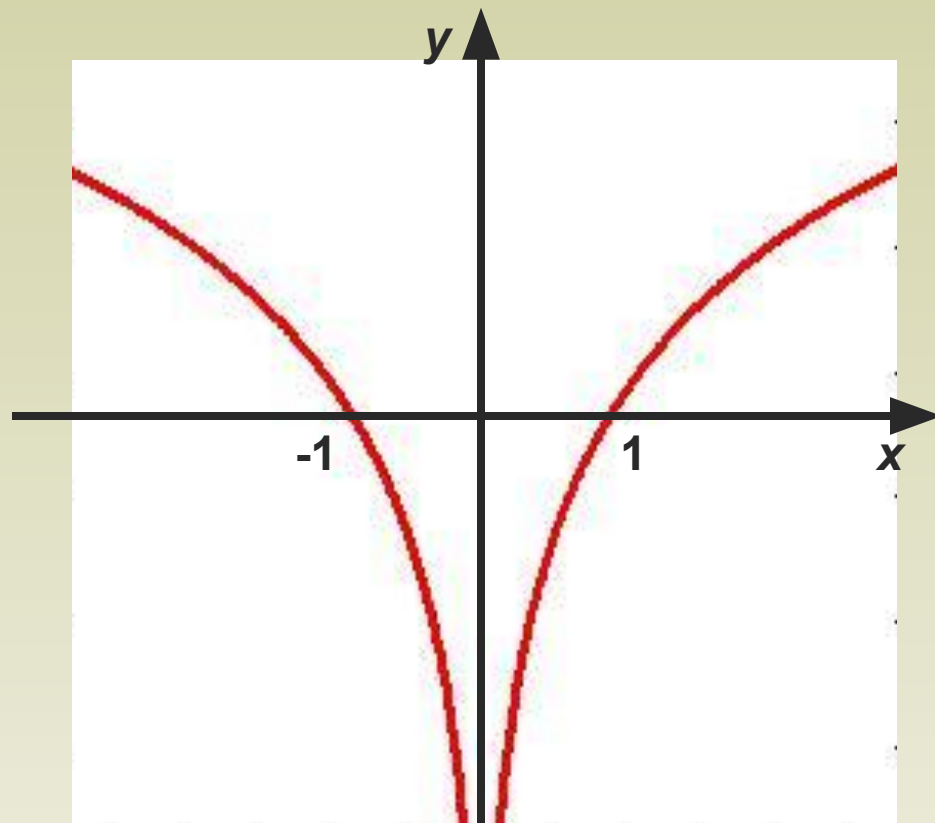
$$\underline{y = -\log_2 x}$$

Графики функций

$y = \log_2(-x)$ и $y = \log_2|x|$



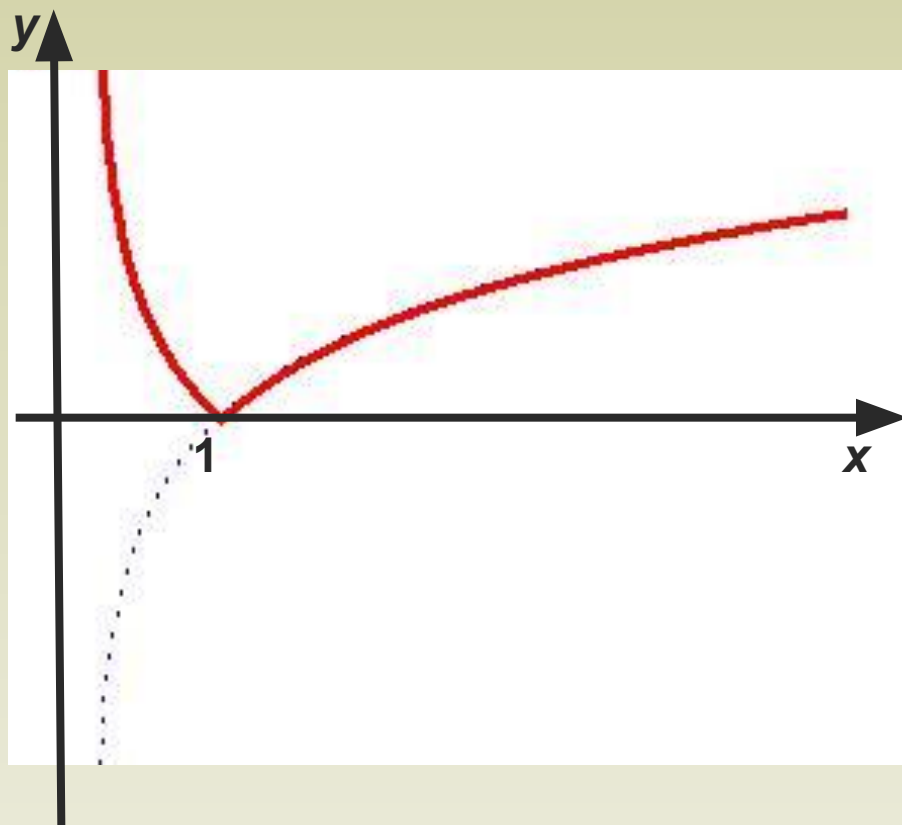
x	-0.5	-1	-2	-4
y	-1	0	1	2



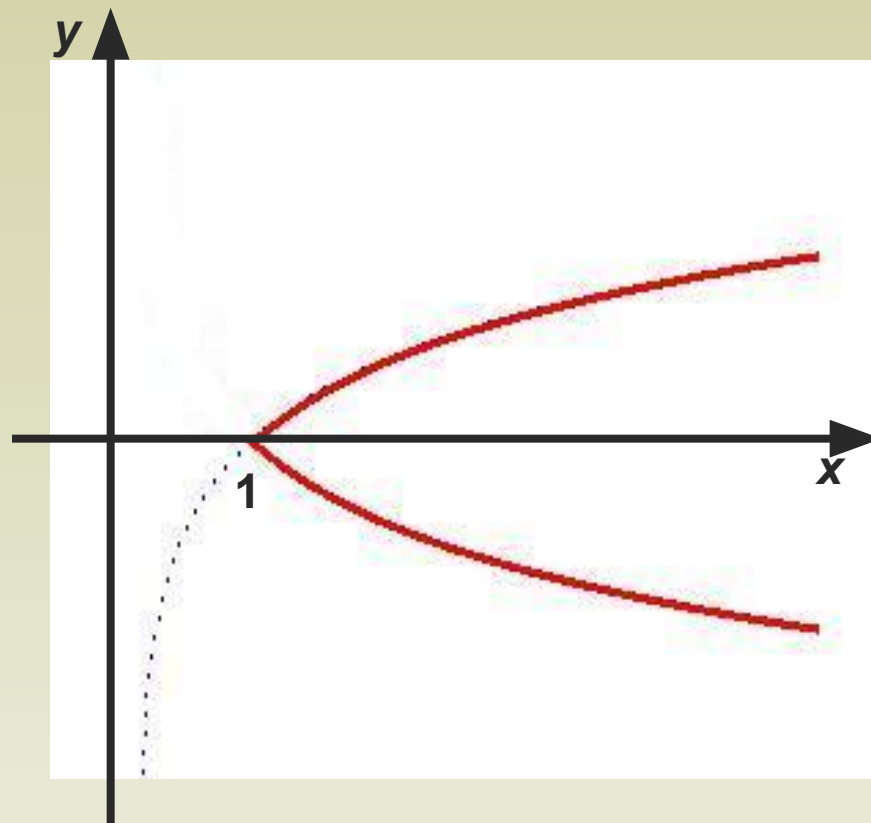
$$y = \log_2|x|$$

Графики функций

$y = |\log_2 x|$ и $|y| = \log_2 x$

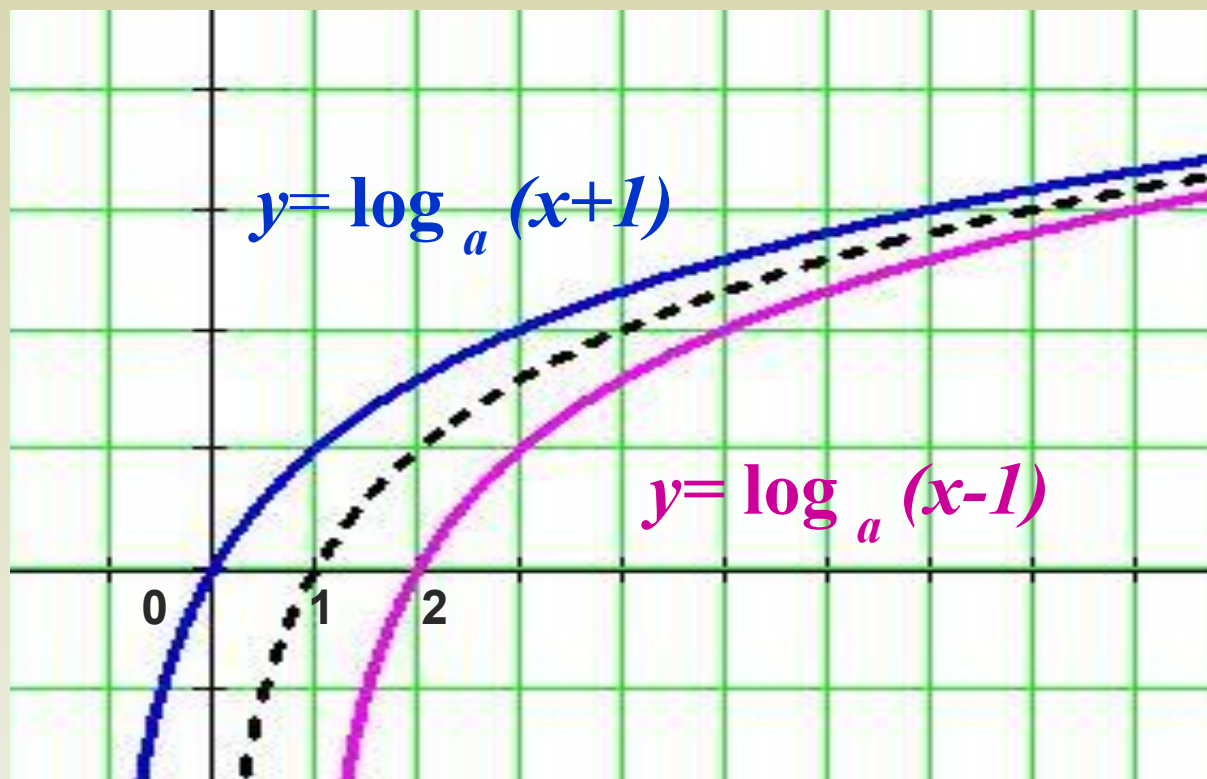


$$y = |\log_2 x|$$



$$|y| = \log_2 x$$

График функции

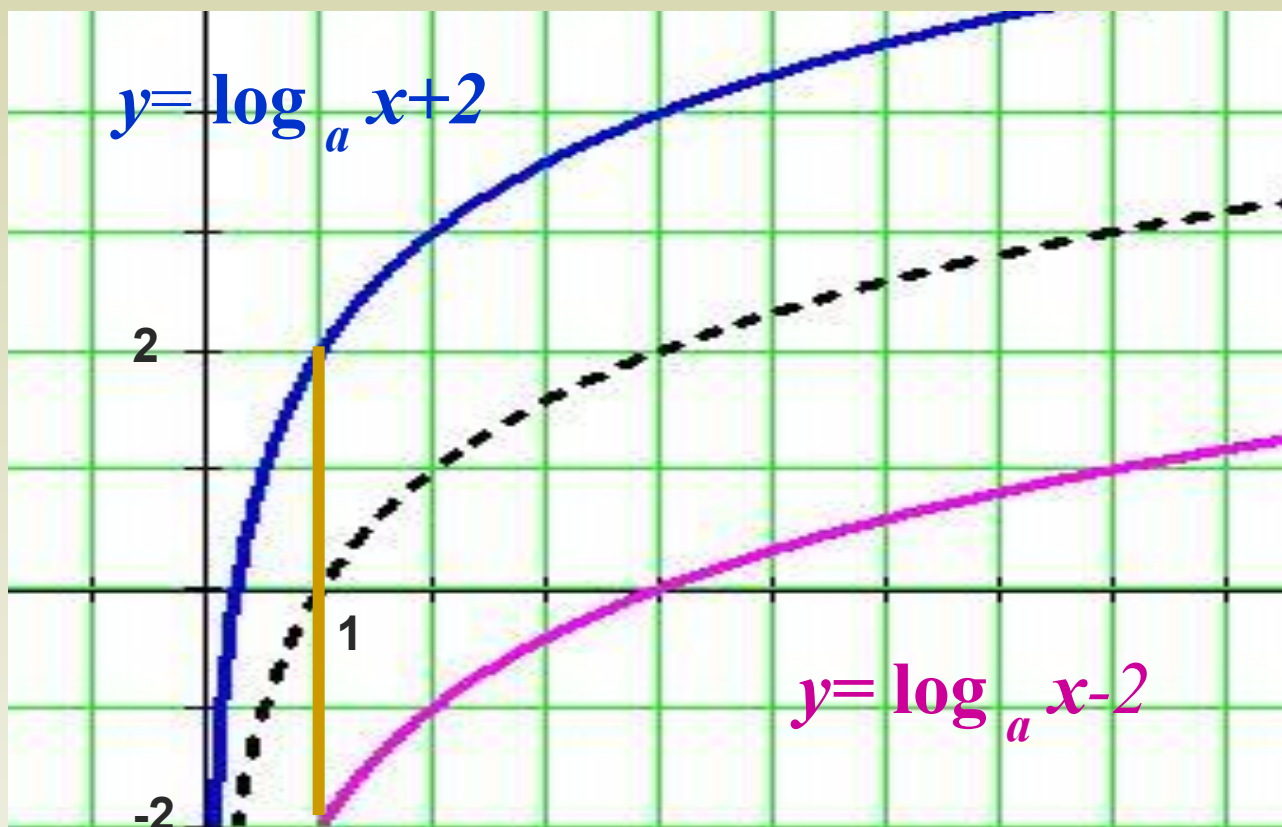
$$y = \log_a(x - b)$$


$$\underline{y = \log_a x}$$

$$\underline{y = \log_a(x - b), \quad b > 0}$$

$$\underline{y = \log_a(x - b), \quad b < 0}$$

График функции

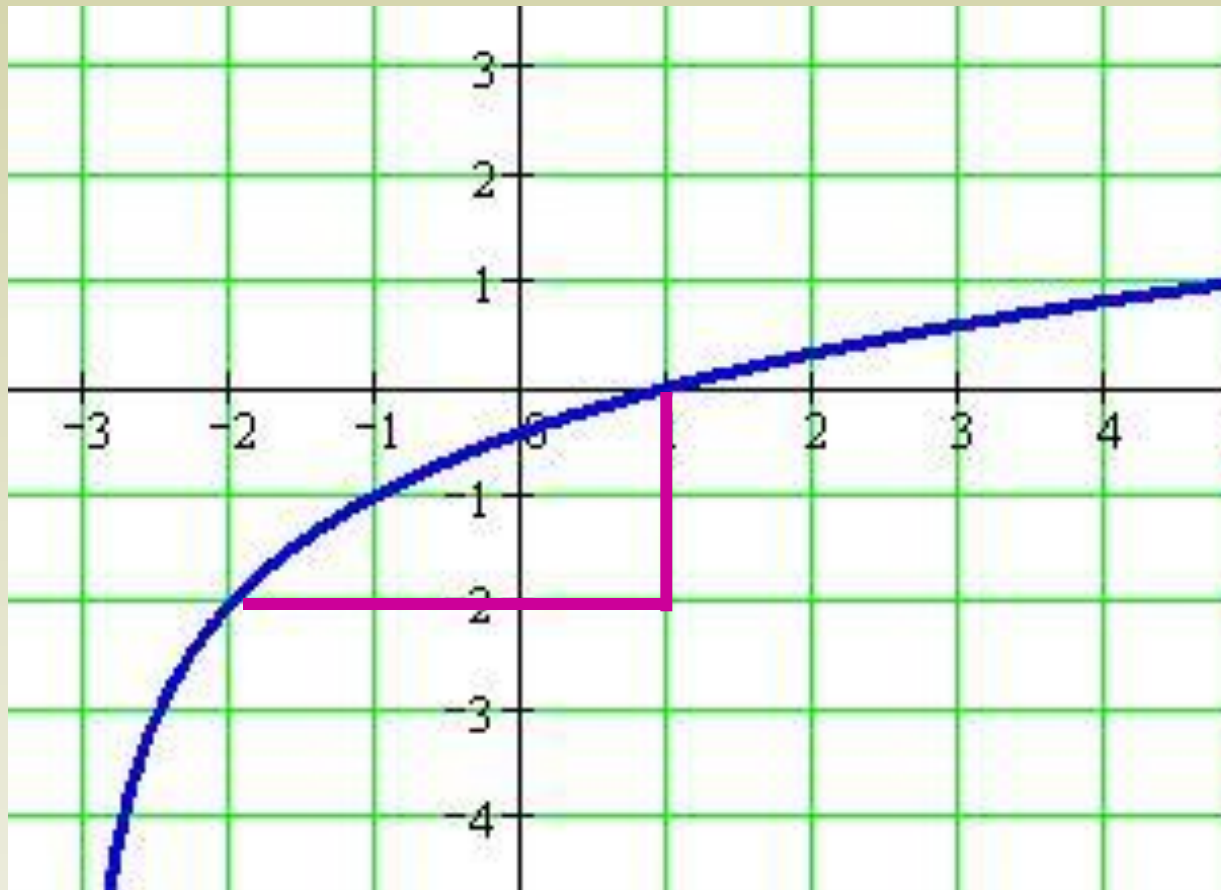
$$y = \log_a x \pm b$$


$$y = \log_a x$$

$$y = \log_a x + b$$

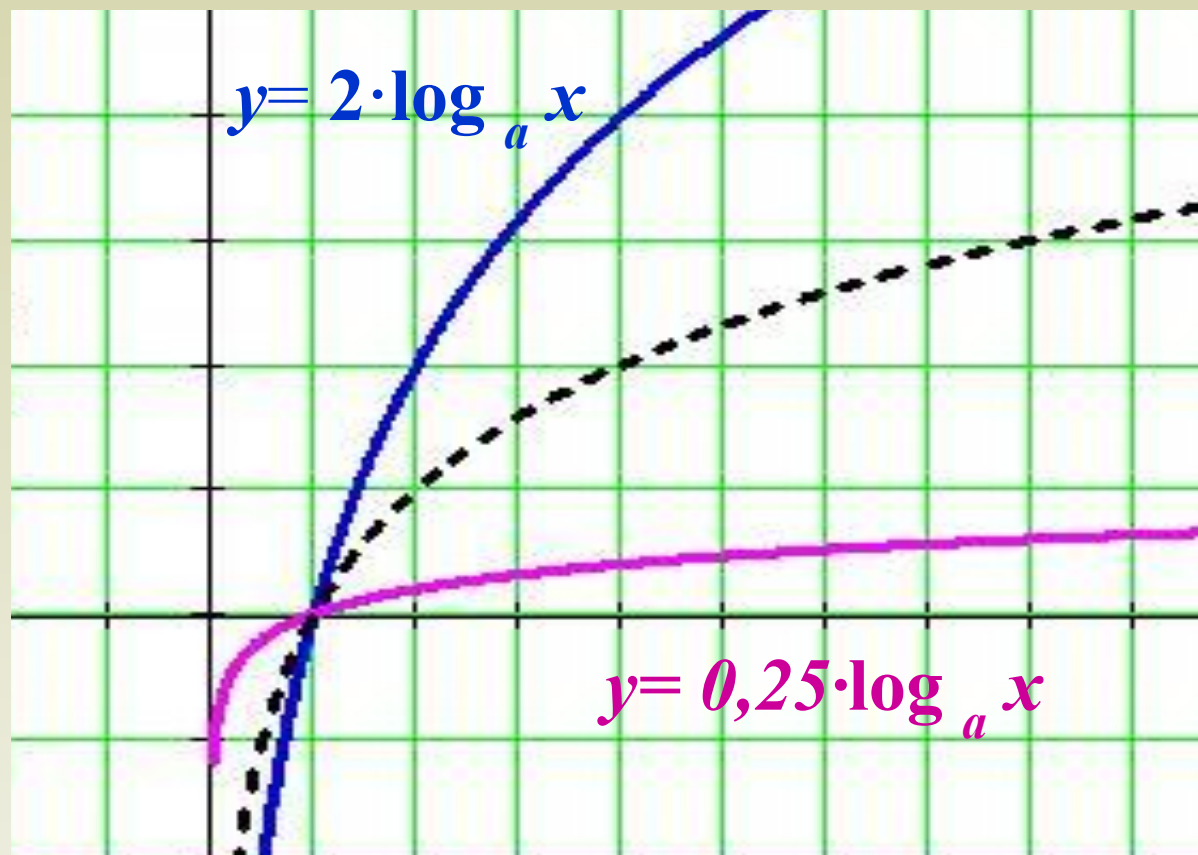
$$y = \log_a x - b$$

График функции

$$y = \log_a (x - b) \pm c$$


$$y = \log_2(x + 3) - 2$$

График функции

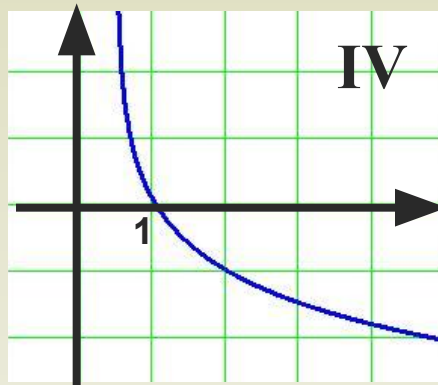
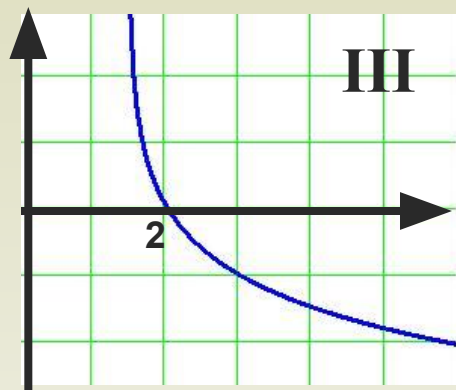
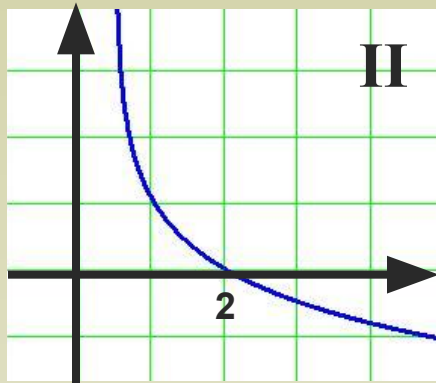
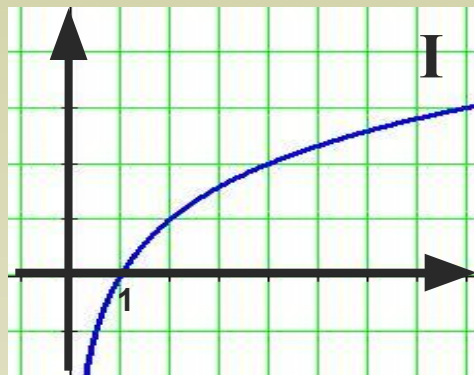
$$y = k \cdot \log_a x$$


$$\underline{y = \log_a x}$$

$$\underline{y = k \cdot \log_a x, k > 1}$$

$$\underline{y = k \cdot \log_a x, 0 < a < 1}$$

Укажите график функции заданной формулой



a) $y = \log_{0,5} x$

б) $y = \log_2 x$

в) $y = \log_{0,5} x + 1$

г) $y = \log_{0,7} (x - 1)$

Пример 1

Найти область определения функции

$$\underline{f(x) = \log_8(4 - 5x)}$$

Решение:

Область определения логарифмической функции – множество $\mathbb{R}_+$.
Поэтому заданная функция определена только для тех чисел x , при которых $4 - 5x > 0$, т.е. $x < 0,8$.

Ответ: $(-\infty ; 0,8)$

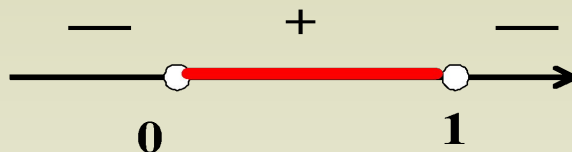
Пример 2

Найти область определения функции

$$\underline{f(x) = \log_{0,3} (x - x^2)}$$

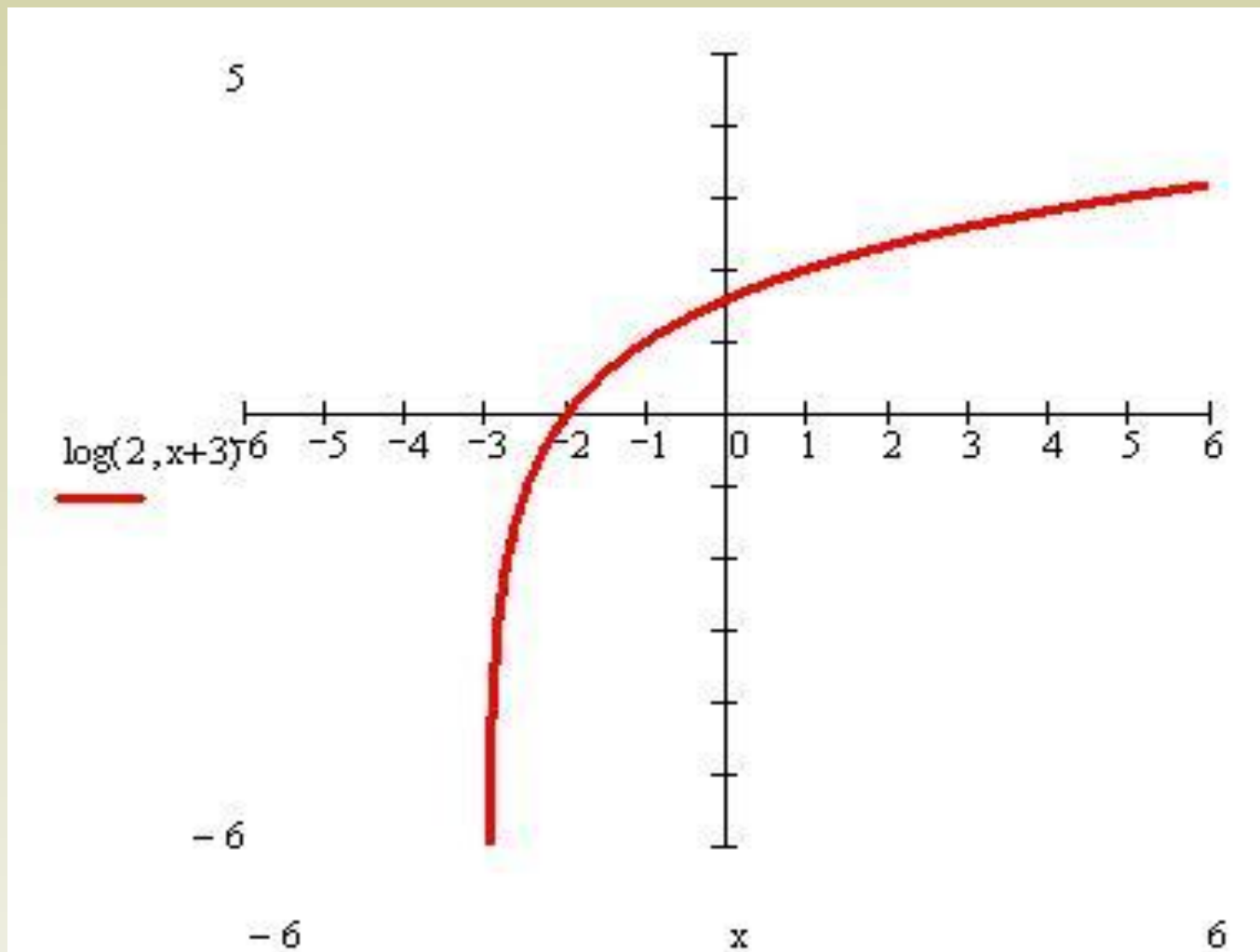
Решение:

Функция f определена для всех тех x , для которых $x - x^2 > 0$. Решая его методом интервалов, $x(1-x) > 0$

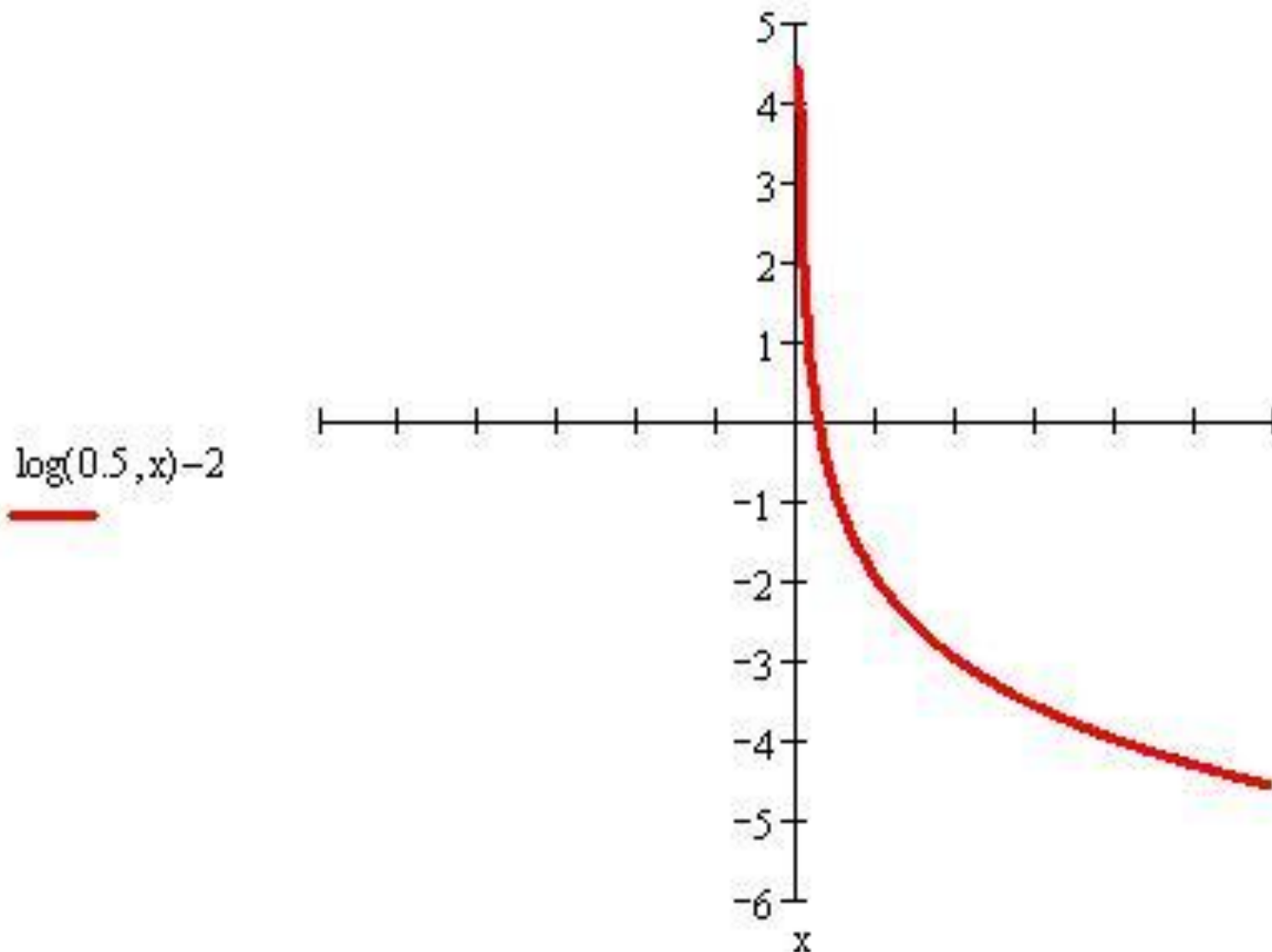


Ответ: (0;1)

Постройте график функции
 $y = \log_2(x+3)$



Постройте график функции
 $y = \log_{0.5} x - 2$



Литература:

1. Учебники «Алгебра и начала математического анализа», Алимов, 2012 г., Мордкович, 2012 г.
2. Дидактические материалы для учителя.