



Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин

**10 класс
МАОУ СОШ № 13 города Тюмени**

Повторение

Найти наибольшие и наименьшие значения функций на указанных промежутках:

$$y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3 \text{ на отрезке } [0; 2]$$

$$y_{\text{наиб}} = y(1) = 4, y_{\text{наим}} = y(0) = -3$$

$$y = \frac{1}{5}x^5 - x^2 \text{ на промежутке } (-\infty; 1)$$

$$y_{\text{наиб}} = y(0) = 0$$

$$y = 3x - 6 \text{ на отрезке } [-1; 4]$$

$$y_{\text{наиб}} = y(4) = 6, y_{\text{наим}} = y(-1) = -9$$

Задача

Таня очень любит возиться с цветами. Поэтому родители на даче выделили место под клумбу. Огородить клумбу они решили декоративным забором. Таня решила сделать клумбу прямоугольной формы. У неё есть двадцать метров забора. Давайте поможем Тане определиться со сторонами прямоугольника, чтобы площадь клумбы была наибольшей.

Для начала давайте изобразим прямоугольник. Обозначим его стороны за a и b . И запишем известные нам факты:



$$P = 20 = 2(a + b) \Rightarrow b = 10 - a$$

$$S = a \cdot b$$

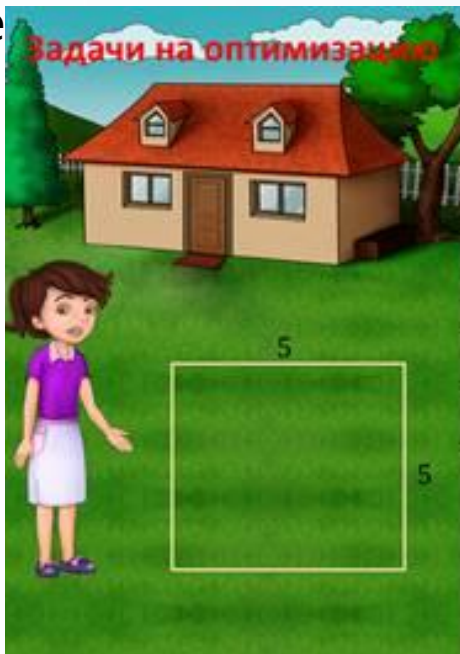
$$S = a \cdot (10 - a)$$

$$P = 20 = 2(a + b) \Rightarrow b = 10 - a$$

$$S = a \cdot b$$

$$S = a \cdot (10 - a)$$

Тогда наша задача сводится к нахождению наибольшей площади. То есть, если мы формулу для вычисления площади примем за функцию с аргументом a и функцией S , то наша задача сводится к нахождению наибольшего значения функции. Теперь давайте определимся с промежутком, в котором будут изменяться значения аргумента функции. Очевидно, что стороной прямоугольника может быть число от 0 до 10. Теперь применим алгоритм отыскания наибольшего значения функции на промежутке



Задачи на оптимизацию

$$P = 20 = 2(a + b) \Rightarrow b = 10 - a$$

$$S = a \cdot b$$

$$S = a \cdot (10 - a)$$

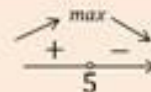
a – аргумент, S – функция

$$a \in (0; 10)$$

$$S' = (10a - a^2)' = 10 - 2a$$

$$S' = 0 \Leftrightarrow a = 5 \in (0; 10)$$

$$S = 5 \cdot 5 = 25 \text{ (м}^2\text{)}$$



Задачи такого типа называют **задачами на оптимизацию**. То есть нам надо найти такие значения неких переменных, при которых другие зависящие от них переменные принимают наибольшие или наименьшие значения.



Задачи на оптимизацию

$$P = 20 = 2(a + b) \Rightarrow b = 10 - a$$

$$S = a \cdot b$$

$$S = a \cdot (10 - a)$$

a – аргумент, S – функция

$$a \in (0; 10)$$

$$S' = (10a - a^2)' = 10 - 2a$$

$$S' = 0 \Leftrightarrow a = 5 \in (0; 10)$$

$$S = 5 \cdot 5 = 25 \text{ (м}^2\text{)}$$



составление
математической
модели

работа с
математической
моделью

ответ
на вопрос
задачи



Схема решения задач на ОПТИМИЗАЦИЮ

1. Составить математическую модель.
2. Провести работу с этой моделью, то есть решить ее.
3. Сформулировать ответ.

Задача

Сумма двух целых чисел равна 40. Найти эти числа, если известно, что их произведение принимает наибольшее значение.

Решение:

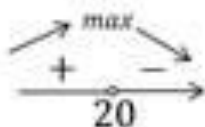
x – одно из чисел, значит, $40 - x$ – второе число

$$x \cdot (40 - x) = f(x)$$

$$x \in (-\infty; +\infty)$$

$$f' = 40 - 2x$$

$$f' = 0 \Leftrightarrow x = 20, y = 20$$



Задача

На графике функции $y = x^2$ найти точку М, ближайшую к точке $A(0; 1,5)$.

Решение:

$$AM^2 = (x - 0)^2 + (y - 1,5)^2$$

$$y = x^2 \Rightarrow S = (x - 0)^2 + (x^2 - 1,5)^2 = \\ = x^2 + x^4 - 3x^2 + 2,25 = x^4 - 2x^2 + 2,25$$

$$x \in (-\infty; +\infty)$$

$$y' = 4x^3 - 4x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x = -1 \text{ или } x = 1$$

-	+	-	+	
-	-	-	-	$(-1; 1)$
-	-	-	-	$(1; 1)$
↘	↗	↘	↗	
min		min		

