

Решение текстовых задач ОГЭ

*Работу выполнила:
учитель математики
МОУ Пановской СОШ
Блохина М.В.*



*«Если вы хотите научиться плавать,
то смело входите в воду,
а если хотите научиться решать
задачи,
то решайте их»*

Д. Пойя



***При решении текстовых задач могут помочь
несколько простых и общих советов:***

1. Прочитайте и тщательно изучите условие задачи.
2. Попробуйте полученную информацию представить в другом виде – это может быть рисунок, таблица или просто краткая запись условия задачи.
3. Выбор неизвестных.
4. Составление и решение «математической модели». (При составлении «математической модели» (уравнения, неравенства, системы уравнений или неравенств) еще раз внимательно прочитайте условие задачи. Проследите за тем, что соответствует каждой фразе текста задачи в полученной математической записи и чему в тексте задачи соответствует каждый «знак» полученной записи (сами неизвестные, действия над ними, полученные уравнения, неравенства или их системы).
5. Решить полученное уравнение, систему, неравенство. (Если решение задачи не получается, то нужно еще раз прочитать и проанализировать задачу.)



Текстовые задачи ОГЭ можно разделить на три группы

- I) задачи на движение;**
- II) задачи на производительность;**
- III) задачи на проценты, концентрацию, части, доли.**

Основными типами задач на движение являются следующие:

- 1) задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);**
- 2) задачи на движение по замкнутой трассе;**
- 3) задачи на движение по воде;**
- 4) задачи на среднюю скорость;**
- 5) задачи на движение протяжённых тел.**



1. Движение навстречу

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2}$$

Расстояние между городами А и В равно 580 км. Из города А в город В со скоростью 80 км/ч выехал автомобиль, а через два часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 60 км/ч второй автомобиль. Через сколько часов после выезда второго автомобиля автомобили встретятся?

Решение:

- 1) $80 \cdot 2 = 160$ (км) – проехал первый автомобиль
- 2) $(580 - 160) / (80 + 60) = 3$ (ч)

Ответ: 3



2. Движение вдогонку

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}$$

Два пешехода отправляются из одного и того же места в одном направлении на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 1 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 200 метрам?

Решение:

200м = 0,2 км.;
0,2 часа = 12 минут

$$; t = \frac{0.2}{1} = 0.2 \text{ ч}$$

Ответ: 12.



3. Движение по окружности (замкнутой трассе)

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2}$$

Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10 км/ч, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение: Пусть скорость второго автомобиля x км/ч.

Т.к. 40 мин. = $\frac{2}{3}$ часа и это время, за которое первый автомобиль будет опережать второй на один круг, составим уравнение

$$\frac{10}{90 - x} = \frac{2}{3}$$

$$30 = 180 - 2x; 2x = 150; x = 75$$

Ответ: 75.



4. Движение по воде

От лесоповала вниз по течению реки движется со скоростью 3 км/ч плот. Плотовщик доплывает на моторке из конца плота к его началу и обратно за 16 минут 40 секунд. Найдите длину плота, если собственная скорость моторки равна 15 км/ч. Ответ дайте в километрах.

Решение: Пусть длина плота x км. Тогда скорость моторки по течению 18 км/ч, а против течения 12 км/ч.

Т.к. $16\text{мин}40\text{с} = \frac{5}{18}$ часа, то

$$\frac{x}{18} + \frac{x}{12} = \frac{5}{18}$$

$$2x + 3x = 10;$$

$$5x = 10;$$

$$x = 2.$$

Ответ: 2



5. Средняя скорость

$$v = \frac{s}{t}$$

Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолёте со скоростью 480 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

$$\frac{s}{20} + \frac{s}{480} = \frac{2s}{t}$$

$$\frac{1}{20} + \frac{1}{480} = \frac{2}{t}$$

$$\frac{25}{480} = \frac{2}{t}$$

$$25t = 960;$$

$$t = 38,4$$

Ответ: 38,4.



6. Движение протяжённых тел.

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 65 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 5 км/ч пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение: $65 - 5 = 60$ (км/ч)

$$60 \text{ км/ч} = \frac{60 * 1000}{3600} = \frac{50}{3}$$

$$\frac{50}{3} * 30 = 500 (\text{м})$$

Ответ: 500.



При решении текстовых задач, с моей точки зрения, удобнее использовать таблицу, которая нагляднее и короче обычной записи с пояснениями. Зрительное восприятие определенного расположения величин в таблице дает дополнительную информацию, облегчающую процесс решения задачи и её проверки.



Задачи на движение

Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 91 км. На следующий день он отправился обратно в А со скоростью на 6 км/ч большей прежней. По дороге он сделал остановку на 6 часов.

В результате велосипедист затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из В в А. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

	скорость	время	расстояние
А в В	$x-6$	$91/(x-6)$	91
В в А	x	$91/x + 6\text{ч. (остановка)}$	91
условие		Одинаковое время	
уравнение		$91/(x-6) = 91/x + 6$	



Решение:

$$\frac{91}{(x-6)} = \frac{91}{x} + 6$$

$$x \neq 0; x \neq 6$$

$$91x = 91(x-6) + 6x(x-6)$$

$$91x = 91x - 546 + 6x^2 - 36x$$

$$6x^2 - 36x - 546 = 0 \quad |:6$$

$$x^2 - 6x - 91 = 0$$

$$x_1 = 13$$

$$x_2 = -7, \text{ (не удовлетворяет условию задачи)}$$

Ответ: 13 км/ч.



Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Решение: 10 мин= $\frac{1}{6}$ ч, 40мин= $\frac{2}{3}$ ч, 30 мин= $\frac{1}{2}$ ч

Пусть x км/ч – скорость велосипедиста, y км/ч- скорость мотоциклиста.

	скорость	время	расстояние
Велосипедист	x км/ч	$\frac{2}{3}$ ч	$(\frac{2}{3})x$ км
Мотоциклист	y км/ч	$\frac{1}{6}$ ч	$(\frac{1}{6})y$ км

Оба проехали одинаковое расстояние, т.е. $(\frac{2}{3})x = (\frac{1}{6})y$



Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.

Затем мотоциклист второй раз обогнал велосипедиста.

	скорость	время	расстояние
Велосипедист	X км/ч	$1/2$ ч	$(1/2)X$ км
Мотоциклист	Y км/ч	$1/2$ ч	$(1/2)Y$ км

Мотоциклист обогнал велосипедиста. Значит, он проехал на 1 круг больше. Один круг – это длина трассы, она равна 30 км.

Получим уравнение: $(1/2)Y - (1/2)X = 30$.

Остается решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{2}{3}X = \frac{1}{6}Y \\ \frac{1}{2}Y - \frac{1}{2}X = 30 \end{cases}$$

20 км/ч – скорость велосипедиста

$20 \cdot 4 = 80$ км/ч – скорость мотоциклиста

Ответ: 80 км/ч.



Задачи на работу

Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно? 75% = 3/4

	Работа =1	Время (ч)	производительность
1 оператор	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$	x	1/x
2 оператор		y	1/y

	Работа =1	Время (ч)	производительность
1 оператор	$\frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4}$	3	3/x
2 оператор		12	12/y

Остается решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$y=24, \quad x=12$$

Ответ: 1 оператор за 12 ч, 2 оператор за 24 ч.



Чтобы накачать в бак 117 л воды, требуется на 5 минут больше времени, чем на то, чтобы выкачать из него 96 л воды. За одну минуту можно выкачать на 3 л воды больше, чем накачать. Сколько литров воды накачивается в бак за минуту?

Решение: Пусть за минуту в бак накачивается x литров воды.

	Объем	За минуту	Время
накачать	117	x	$117/x$
выкачать	96	$x+3$	$96/(x+3)$

По условию задачи составим уравнение: $\frac{117}{x} - \frac{96}{x+3} = 5$
 $x \neq 0, x \neq -3$

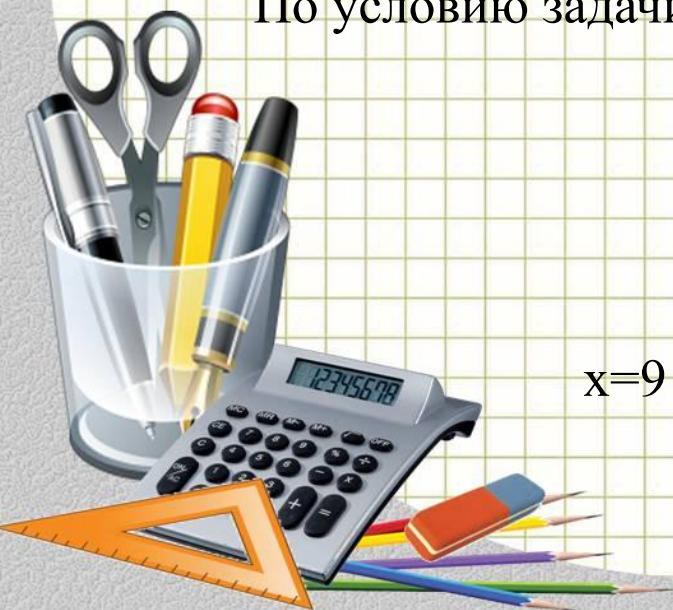
$$117(x+3) - 96x = 5x(x+3)$$

$$117x + 351 - 96x = 5x^2 + 15x$$

$$5x^2 - 6x - 351 = 0$$

$x=9$ и $x=-7,8$ (не удовлетворяет условию задачи)

Ответ: 9 литров.



Задачи на проценты, смеси , сплавы



***Основными компонентами в этих
задачах являются:***

масса раствора (смеси, сплава);

масса вещества;

доля (% содержание) вещества



Теоретические сведения

- m_1 – масса первой смеси (сплава)
- m_2 – масса второй смеси (сплава)
- p_1 – концентрация некоторого вещества в первой смеси (сплаве)
- p_2 – концентрация этого вещества во второй смеси (сплаве)
- p – концентрация этого вещества в новой смеси (сплаве)
- $m_1 + m_2$ – масса новой смеси (сплава)

$$p_1 m_1 + p_2 m_2 = p(m_1 + m_2)$$



Таблица для решения задач имеет следующий вид

Наименование веществ, растворов, смесей, сплавов	% содержание вещества (доля содержания вещества)	Масса раствора (смеси, сплава)	Масса вещества



Задача 1. Смешали 4 л 15%-ного раствора соли с 5 л 20%-ного соли к смеси добавили 1 л чистой воды. Какова концентрация полученной смеси?

Наименование веществ, смесей	% содержание (доля) вещества	Масса раствора (л)	Масса вещества(л)
I раствор	15 % = 0,15	4	0,15·4
II раствор	20 % = 0,2	5	0,2·5
вода	0%	1	0
Смесь	x % = 0,01x	10	0,01x·10

Уравнение для решения задачи имеет вид:

$$0,15 \cdot 4 + 0,2 \cdot 5 = 0,01x \cdot 10$$

$$0,1x = 1,6$$

$$x = 16$$

Ответ: концентрация смеси 16 %.



Задача 2. Смешав 40 % и 15 % растворы кислоты, добавили 3 кг чистой воды и получили 20 % раствор кислоты. Если бы вместо 3 кг воды добавили 3 кг 80 %раствора той же кислоты, то получили бы 50 %-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 40 % -го и 15 %растворов кислоты было смешано?

Наименование веществ, смесей	% содержание (доля) вещества	Масса раствора (кг)	Масса вещества (кг)
I раствор	40 % = 0,4	x	0,4x
II раствор	15 % = 0,15	y	0,15y
Вода	0%	3	0%
Смесь I	20 % = 0,2	$x + y + 3$	$0,2(x + y + 3)$

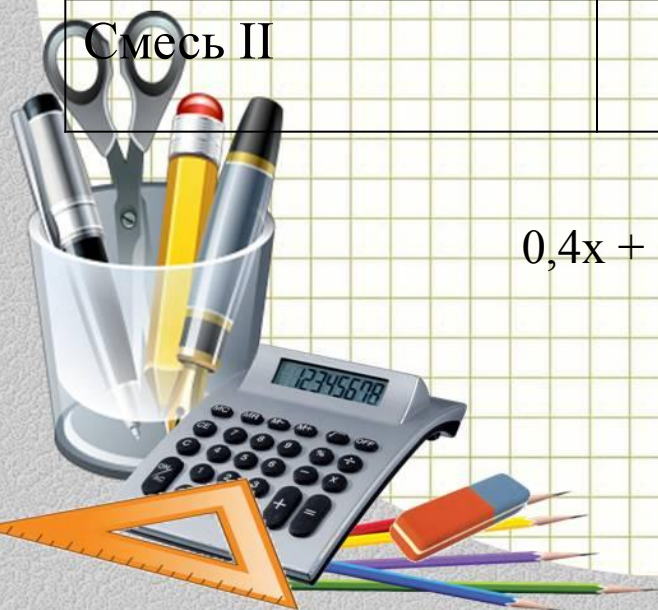
Получаем уравнение: $0,4x + 0,15y = 0,2(x + y + 3)$



Задача 2. Смешав 40 % и 15 % растворы кислоты, добавили 3 кг чистой воды и получили 20 % раствор кислоты. Если бы вместо 3 кг воды добавили 3 кг 80 %раствора той же кислоты, то получили бы 50 %-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 40 % -го и 15 %растворов кислоты было смешано?

I раствор	40 % = 0,4	x	0,4x
II раствор	15 % = 0,15	y	0,15y
Кислота	80 % = 0,8	3	0,8·3
Смесь II	50 % = 0,5	$x + y + 3$	$0,5(x + y + 3)$

$$0,4x + 0,15y + 0,8 \cdot 3 = 0,5(x + y + 3).$$



Для решения задачи получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 0,4x + 0,15y = 0,2(x + y + 3) \\ 0,4x + 0,15y + 0,8 \cdot 3 = 0,5(x + y + 3) \end{cases}$$

Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x = 3,4 \\ y = 1,6 \end{cases}$$

Ответ: 3,4 кг 40 % кислоты и 1,6 кг 15 % кислоты.



Задача 3. Имеется три сосуда. В первый сосуд налили 4 кг 70 % сахарного сиропа, а во второй – 6 кг 40 % сахарного сиропа. Если содержимое первого сосуда смешать с содержимым третьего сосуда, то получим в смеси 55 % содержание сахара, а если содержимое второго сосуда смешать с третьим, то получим 35 % содержание сахара. Найдите массу сахарного сиропа в третьем сосуде сиропа и концентрацию сахара в нем.

Наименование веществ, смесей	% содержание (доля) вещества	Масса раствора (кг)	Масса вещества (кг)
I сосуд	70 % = 0,7	4	$0,7 \cdot 4 = 2,8$
II сосуд	40 % = 0,4	6	$0,4 \cdot 6 = 2,4$
I и III сосуда	$y \% = 0,01y$	x	$0,01xy$
I и III сосуда	55 % = 0,55	$4+x$	$0,55(4+x)$ или $2,8+0,01xy$
II и III сосуда	35 % = 0,35	$6+x$	$0,35(6+x)$ или $2,4+0,01xy$



Итак, получаем систему уравнений :

$$\begin{cases} 0,55(4 + x) = 2,8 + 0,01xy \\ 0,35(6 + x) = 2,4 + 0,01xy \end{cases}$$

Решаем её:

$$\begin{cases} x = 1,5 \\ y = 15 \end{cases}$$

Ответ : 1,5 кг сахарного сиропа 15 % концентрации.



Задача 4. Сплав меди и олова массой 10 кг содержит 70% олова. К этому сплаву добавили 8 кг меди. Сколько нужно добавить килограмм олова, чтобы его концентрация стала в 3 раза больше, чем концентрация меди?

Наименование веществ, смесей	% содержание (доля) олова	Масса сплава (кг)	Масса олова (кг)
I сплав	70 % = 0,7	10	$0,7 \cdot 10 = 7$
медь	0%	8	0
олово	100% = 1	x	x
II сплав	75 % = 0,75	18+x	$0,75(18+x)$

Пусть концентрация меди равна $t\%$, тогда концентрация олова $3t\%$, так как суммарная концентрация меди и олова должна быть равной 100% (других компонентов в сплаве нет), имеем уравнение $t + 3t = 100$, откуда концентрация меди равна 25%, а концентрация олова равна 75%.

$$7+x=0,75(18+x)$$

$$x = 26.$$

Ответ: 26 кг.



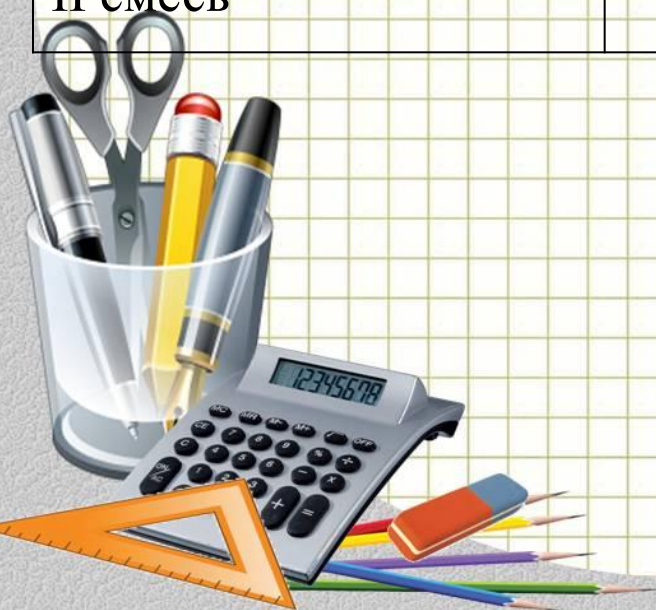
Задача 5. Первоначально влажность зерна составляла 25%. После того как 200 кг зерна просушили, оно потеряло в массе 30 кг. Вычислить влажность просушенного зерна.

Наименование веществ, смесей	% содержание (доля) олова	Масса сплава (кг)	Масса вещества (кг)
I смесь	$25 \% = 0,25$	200	$0,25 \cdot 200 = 50$
вода	$100\% = 1$	30	30
II смесь	$x \% = 0,01x$	170	$1,7x$

Составляем уравнение:

$$50 - 30 = 1,7x$$

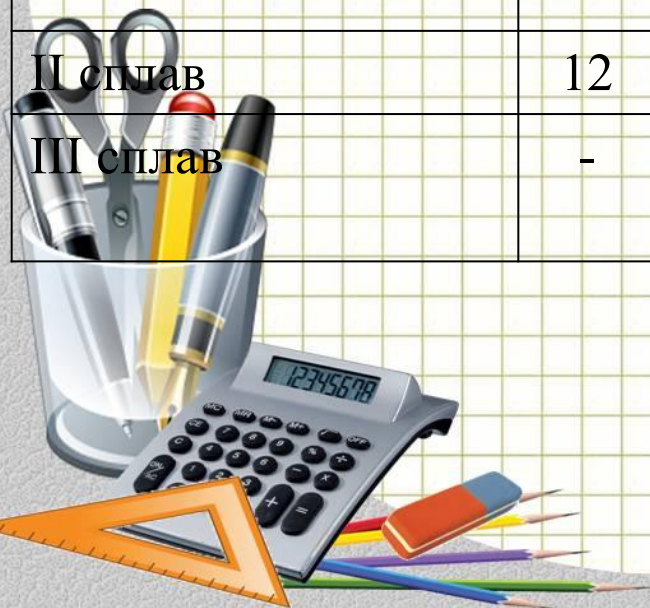
Ответ: 11,8%.



Задача 6. Имеются два сплава, состоящие из золота и меди. В первом сплаве отношение масс золота и меди равно 8 :3, а во втором - 12 :5.

Сколько килограммов золота и меди содержится в сплаве, приготовленном из 121 кг первого сплава и 255 кг второго сплава?

Наименование веществ, смесей	Доля вещества			Масса сплава (кг)	Масса вещества (кг)	
	ЗОЛО ТО	МЕ ДЬ	ВСЕ ГО		ЗОЛОТО M_3	МЕДЬ M_M
I сплав	8	3	11	121	$\frac{8}{11} \cdot 121$	$\frac{3}{11} \cdot 121$ или $121 - M_3$
II сплав	12	5	17	255	$\frac{12}{17} \cdot 255$	$255 - M_3$
III сплав	-	-	-	376	Сумма I и II сплавов	Сумма I и II сплавов



$$\frac{8}{11} \cdot 121 = 88 \text{ (кг)} - \text{масса золота в I сплаве}$$

$$\frac{12}{17} \cdot 255 = 180 \text{ (кг)} - \text{масса золота в II сплаве}$$

$$121 + 255 = 376 \text{ (кг)} - \text{масса III сплава}$$

$$88 + 180 = 268 \text{ (кг)} - \text{масса золота в III сплаве}$$

$$376 - 268 = 108 \text{ (кг)} - \text{масса меди в III сплаве}$$

Ответ : 268 кг золота и 108 кг меди.



Задача 7. Одна смесь содержит вещества А и В в отношении 4 :5, а другая смесь содержит те же вещества, но в отношении 6 :7. Сколько частей каждой смеси надо взять, чтобы получить третью смесь, содержащую те же вещества в отношении 5 :6.

Наименование веществ, смесей	Доля вещества в смеси			Масса смеси (кг)	Масса вещества (кг)	
	А	В	всего		А	В
I смесь	4	5	9	x	$\frac{4}{9}x$	$\frac{5}{9}x$
II смесь	6	7	13	y	$\frac{6}{13}y$	$\frac{7}{13}y$
III смесь	5	6		x + y	$\frac{4}{9}x + \frac{6}{13}y$	$\frac{5}{9}x + \frac{7}{13}y$

По условию задачи $A : B = 5 : 6$, тогда

$$\frac{\frac{4}{9}x + \frac{6}{13}y}{\frac{5}{9}x + \frac{7}{13}y} = \frac{5}{6}$$



$$\frac{52x + 54y}{65x + 63y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{52 \cdot \frac{x}{y} + 54}{65 \cdot \frac{x}{y} + 63} = \frac{5}{6}$$

Решаем уравнение относительно $\frac{x}{y}$. Получим

$$\frac{x}{y} = \frac{9}{13}$$

Ответ : 9 частей первой смеси и 13 частей второй смеси.



Предлагаемый подход к решению текстовых задач с помощью уравнений сводится к следующему:

- 1. Через x обозначаем меньшую величину или то, о чём спрашивается в вопросе задачи.***
- 2. Краткую запись оформляем в виде таблицы, схемы.***
- 3. По условию задачи заполняем 2 столбика задачи, третий столбик нам даёт уравнение.***
- 4. Смотрим, к какому типу относится задача (на сложение величин, на сравнение и т.п.) в зависимости от этого составляем уравнение.***
- 5. Найдя x , смотрим, ответили мы на вопрос задачи, или нет, если нет, то решаем и находим ответ.***



Спасибо за
внимание!

