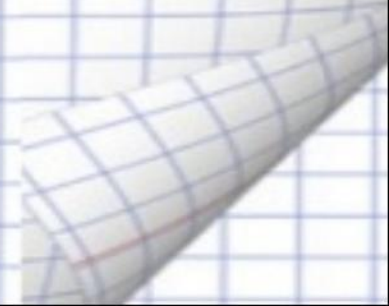




«АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ».



1. Дайте определение арифметической прогрессии.

Ответ: Арифметической прогрессией называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

$$a_{n+1} = a_n + d$$



2. Что называют разностью арифметической прогрессии? Как обозначают?

Ответ: Это число, показывающее на сколько каждый последующий член больше или меньше предыдущего. Обозначают буквой d .



3. Назовите формулу n -ого члена арифметической прогрессии.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$



4. Какие бывают арифметические прогрессии?

Ответ:

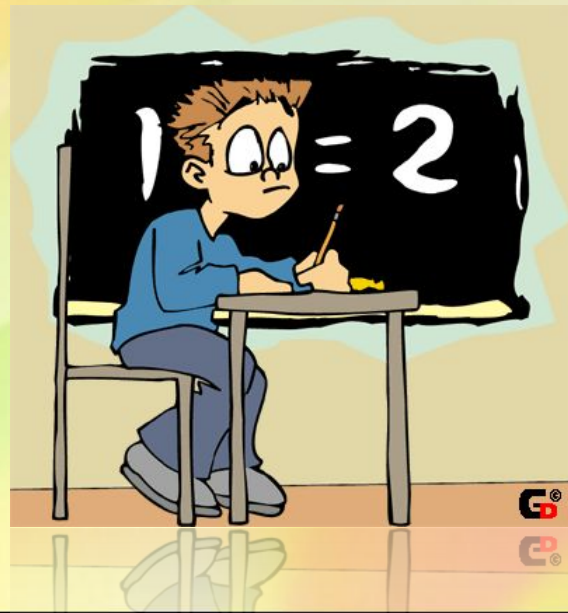
*Если в арифметической прогрессии разность $d > 0$, то прогрессия является **возрастающей**.*

*Если в арифметической прогрессии разность $d < 0$, то прогрессия является **убывающей**.*

*Если в арифметической прогрессии $d = 0$, то прогрессия является **постоянной**.*

5. В чем заключается свойство арифметической прогрессии?

● **Ответ:** Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.



$$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

Проверь себя!

Какие из последовательностей являются арифметическими прогрессиями?

3, 6, 9, 12,.....

$d = 3$

5, 12, 18, 24, 30,.....

✗

7, 14, 28, 35, 49,....

✗

5, 15, 25,.....,95....

$d = 10$

1000, 1001, 1002, 1003,....

$d = 1$

1, 2, 4, 7, 9, 11.....

✗

5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2,....

$d = -1$

Прогрессии в литературе

Даже в литературе мы встречаемся с математическими понятиями! Так, вспомним строки из "Евгения Онегина".

- *...Не мог он ямба от хорея,*
- *Как мы не бились отличить...*

Ямб - это стихотворный размер с ударением на четных слогах 2; 4; 6; 8... Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и разностью прогрессии 2.

Хорей - это стихотворный размер с ударением на нечетных слогах стиха. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию 1; 3; 5; 7...

Примеры

Ямб

«Мой дЯдя сАмых чЕстных прАвил...»

Прогрессия: 2; 4; 6; 8...

Хорей

«Я пропАл, как звЕрь в загОне»

Б. Л. Пастернак

Прогрессия: 1; 3 ;5; 7...

Занимательное свойство арифметической прогрессии

Дана “стаяка девяти чисел”:

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19.

Она представляет собой арифметическую прогрессию. Кроме того, данная стайка чисел привлекательна способностью разместиться в девяти клетках квадрата 3×3 так, что образуется магический квадрат с константой, равной 33.

Знаете ли вы, что такое магический квадрат?

Квадрат, состоящий из 9 клеток, в него вписывают числа, так чтобы сумма чисел по вертикали, горизонтали диагонали была одним и тем же числом-constant.

9	19	5
7	11	15
17	3	13

Замечание об арифметической прогрессии само по себе очень интересно. Дело в том, что из каждых девяти последовательных членов любой арифметической прогрессии натуральных чисел можно составить магический квадрат.

Германия



КАРЛ ГАУСС
(1777 – 1855)

Нашел моментально
сумму всех натуральных
чисел от 1 до 100, будучи
еще учеником начальной
школы.

Решение

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots = 101 \cdot 50 = 5050$$

Тема урока

Формула суммы n первых членов
арифметической прогрессии

Пусть $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$

конечная арифметическая прогрессия

S_n - сумма первых n членов арифметической прогрессии (a_n)

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$

сумма членов прогрессии в порядке возрастания их номеров.

$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$$

сумма членов прогрессии в порядке убывания их номеров.



Сложим эти равенства, группируя попарно
слагаемые, получим

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2})$$

$$+ \dots + (a_{n-2} + a_3) + (a_{n-1} + a_2) + (a_n + a_1).$$

В каждой из скобок записана сумма, равная сумме

$$a_1 + a_n$$

Всего таких скобок n . Следовательно,

$$2S = (a_1 + a_n)n,$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n.$$



5. Запишите формулу суммы
n первых членов
арифметической прогрессии.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$



Вывод

Зная эти формулы, можно решить много интересных задач литературного, исторического и практического содержания.



Пример.

Дана конечная арифметическая прогрессия

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Известно, что

$$a_1 = 5, d = 4, n = 22.$$

Найти S_n , т.е. S_{22} .

Решение. Имеем

$$a_n = a_{22} = a_1 + 21d = 5 + 21 \cdot 4 = 89.$$

Значит,

$$S_{22} = \frac{22 \cdot (a_1 + a_{22})}{2} = 11 \cdot (5 + 89) = 1034.$$



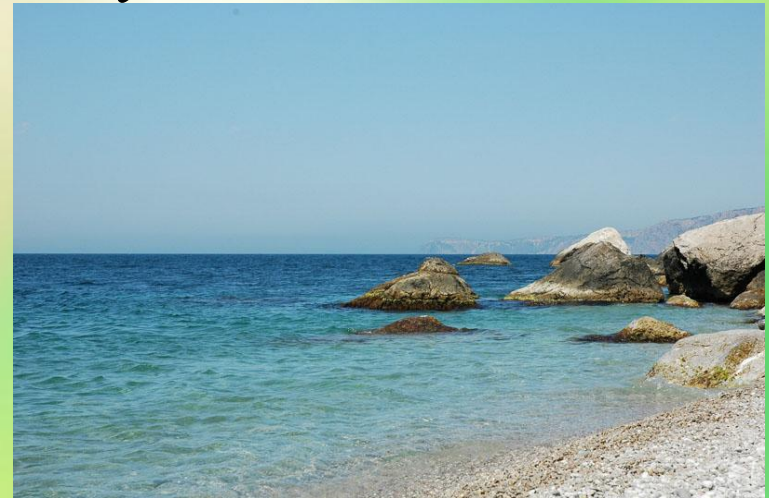
Прогрессии в жизни и быту.



Задача 1

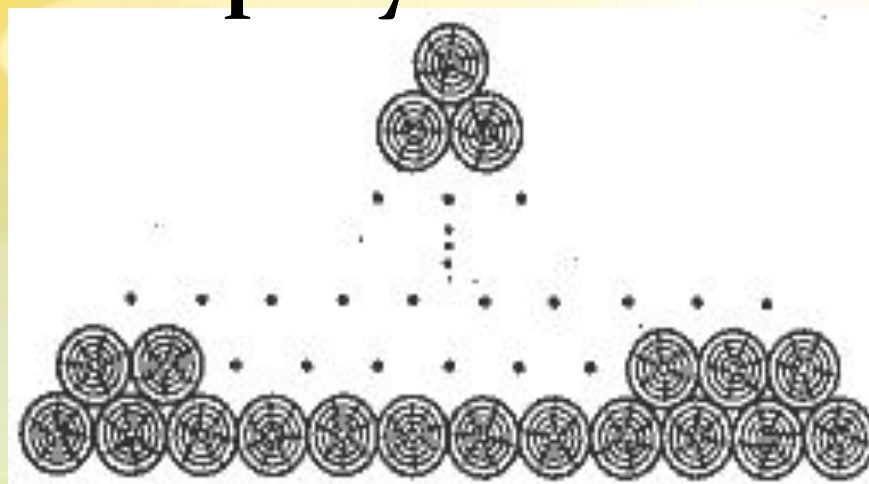
Курс воздушных ванн начинают с 15 мин. в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. *Сколько дней следует принимать ванны в указанном режиме, чтобы достичь их максимальной продолжительности 1 час 45 минут?*

Ответ: 10 дней



Задача 2

При хранении бревен строевого леса их укладывают так, как показано на рисунке.



Сколько бревен находится в одной кладке, если в ее основание положить 12 бревен?

Ответ: 78 бревен

Наследство

Джентльмен получил наследство. Первый месяц он истратил 1000\$, а каждый следующий месяц он тратил на 500\$ больше, чем в предыдущий. Сколько \$ он истратил за второй месяц? За третий? Каков размер наследства, если денег хватило на год такой безбедной жизни?



Решение:

$$a_1 = 1000; \quad d = 500; \quad S_{12} - ?$$

Применив формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$, получаем:

$$a_{12} = 1000 + 500(12 - 1) = 6500\$$$

Применив формулу

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{12} = \frac{1000 + 6500}{2} \cdot 12 = 45000\$$$



Задача.

Родители ко Дню рождения своего сына Андрея решили купить и обновить ему мобильный телефон. Для этого они в первый месяц отложили 650 рублей, а в каждый последующий месяц они откладывали на 50 рублей больше, чем в предыдущий. Какая сумма будет у родителей Андрея через 10 месяцев?

...

Дано: $a_1 = 650$

$$d = 50$$

$$n = 10$$

Найти: S_{10}

Решение: $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$

$$S_{10} = \frac{2 \cdot 650 + 9 \cdot 50}{2} \cdot 10$$

$$S_{10} = (1300 + 450) \cdot 5$$

$$S_{10} = 8750$$

Ответ:

8750 рублей.

Самостоятельная работа

1) $a_1 = 5$, $d = 3$, $a_7 - ?$

23

2) $a_4 = 11$, $d = -2$, $a_1 - ?$

17

3) $a_4 = 12,5$, $a_6 = 17,5$ $a_5 - ?$

15

4) $a_1 = -3$, $a_2 = 4$, $a_{16} - ?$

102

5) $a_1 = 4$, $a_7 = -8$, $d - ?$

-2

6) $a_7 = -5$, $a_{32} = 70$, $a_1 - ?$

-23

7) 2, 5, 8, ... $S_{11} - ?$

187

Домашнее задание:



Задачи на прогрессию- это не абстрактные формулы.
Они берутся из самой нашей жизни, связаны с ней и
помогают решать некоторые практические вопросы.

- В огороде 30 грядок каждая длиной 16м и шириной 2,5 м. Поливая грядки, огородник приносит ведра с водой из колодца, расположенного в 14 м от края огорода и обходит грядки по меже, причем воды, приносимой за один раз, достаточно только для 1 грядки. Какой путь должен пройти огородник, поливая весь огород?

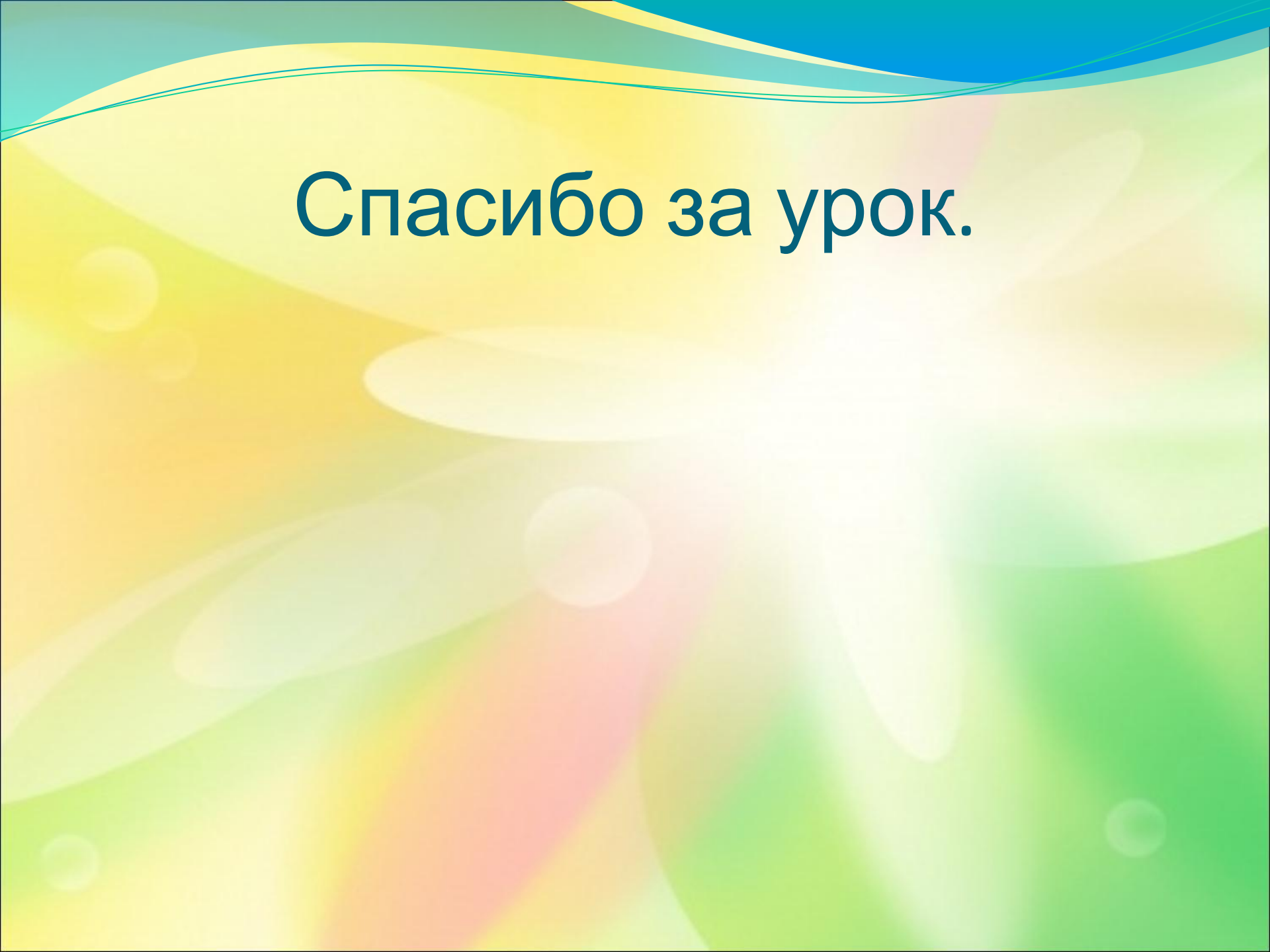


- Повторить п.26 учебника
- Решить №603 (а), №604 (а), №605 (а).
- Повторить формулы по теме «Арифметическая прогрессия»

Рефлексия результативности



dreamstime.com

The background of the slide is an abstract composition of soft, wavy lines and a rainbow gradient. The colors transition from blue at the top, through yellow and green, to red and orange at the bottom. The text is centered in the upper half of the image.

Спасибо за урок.

chicken
little



Успехов !!!

