Однородные уравнения

10 класс

- **Уравнение $a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0$ и $b \neq 0$, называют однородным тригонометрическим уравнением первой степени.**

- *Уравнение вида*
- $a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$
- *называют однородным тригонометрическим уравнением второй степени.*

$$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$$

Разделим обе части уравнения на cos x.

Т.к. $\cos x \neq 0$, то

$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 0$/ : cos x

$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,x + 1 = 0;$

$\mathrm{tg}\,x = -1/\sqrt{3};$

$x = -\pi/6 + \pi n,\ n \in Z.$

Ответ: $-\pi/6 + \pi n,\ n \in Z$

- $2\sin x - 3\cos x = 0$

- Разделим обе части уравнения на cos x, $\cos x \neq 0$
- $2\sin x - 3\cos x = 0 / : \cos x$
- $2\operatorname{tg} x - 3 = 0$
- $\operatorname{tg} x = 3/2$
- $x = \operatorname{arctg} 3/2 + \pi n,\ n \in Z$
- Ответ: $\operatorname{arctg} 3/2 + \pi n,\ n \in Z$

$$\sin 2x - \cos 2x = 0$$

Разделим обе части уравнения на cos2x

$\sin 2x - \cos 2x = 0 / : \cos 2x$

$tg 2x - 1 = 0$

$tg 2x = 1$

$2x = \pi/4 + \pi n$; $x = \pi/8 + (\pi n)/2,\ n \in Z$

Ответ: $\pi/8 + (\pi n)/2,\ n \in Z$

- $\sin^2 x - 10 \sin x \cos x + 21 \cos^2 x = 0$

- Разделим обе части уравнения на $\cos^2 x$, $\cos^2 x \neq 0$
- $\sin^2 x - 10 \sin x \cos x + 21\cos^2 x = 0 / : \cos^2 x$
- $tg^2 x - 10\, tg x + 21 = 0$

  Пусть: $tg x = t$, получим
  $t^2 - 10t + 21 = 0$
  $t_1 = 7$; $t_2 = 3$
  Имеем: $tg x = 7$ или $tg x = 3$
- $tg x = 7$ $\qquad$ $tg x = 3$
  $x = arctg 7 + \pi n, n \in Z$ $\qquad$ $x = arctg 3 + \pi n, n \in Z$

- Ответ: $arctg 7 + \pi n, arctg 3 + \pi n, n \in Z$

$$\sin^2(2x) - 6\sin 2x\cos 2x + 5\cos^2(2x) = 0$$

Разделим обе части уравнения на $\cos^2(2x)$, $\cos^2(2x) \neq 0$.

$\sin^2 2x - 6\sin 2x\cos 2x + 5\cos^2 2x = 0 \ / \cos^2 2x$

$tg^2 2x - 6tg2x + 5 = 0$

Пусть $tg2x = t$, получим

$t^2 - 6t + 5 = 0$

$t_1 = 5$ $\qquad$ $t_2 = 1$

Имеем: $tg2x = 5$ или $tg2x = 1$

$2x = arctg5 + \pi n, n \in Z$ $\qquad$ $2x = arctg1 + \pi n, n \in Z$

$x = 1/2\, arctg5 + (\pi/2)n, n \in Z$ $\qquad$ $x = \pi/8 + (\pi/2)n, n \in Z$

$$3\sin^2 x + \sin x \cos x - 2\cos^2 x = 0$$

Разделим обе части уравнения на cos^2 x, cos^2 x ≠ 0

$3 \sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$ / : $\cos^2 x$

3tg^2+tgx-2=0

Пусть tgx=t, получим

3t^2+t-2=0

$t_1 = -1$ $t_2 = 2/3$

Имеем: tgx= -1 или tgx=2/3

$x = -\pi/4 + \pi n,\ n \in Z$ $x = \mathrm{arctg}\,2/3 + \pi n,\ n \in Z$

- $6\sin^2 x + 4 \sin(\pi - x) \cos(2\pi - x) = 1.$

- $6\sin^2(x) + 4\sin x\cos x = 1.$
- $5\sin^2(x) + 4\sin x\cos x - \cos^2(x) = 0.$
- Т.к. $\cos^2(x) \neq 0$, то
- $5tg^2(x) + 4\,tgx - 1 = 0$
- Пусть tg x = t, получим
- $5t^2 + 4t - 1 = 0$
- $t_1 = 1/5 \quad t_2 = -1$
- Имеем: $tg\,x = 1/5$ или $tg\,x = -1$
- $x = arctg\,1/5 + \pi n,\ n \in Z$ $\quad x = -arctg\,1 + \pi n,\ n \in Z$
- $x = -\pi/4 + \pi n,\ n \in Z$

$$\sin^3(x)+\sin^2(x)\cdot\cos(x)-10\sin(x)\cdot\cos^2(x)+8\cos^3(x)=0$$

Разделим обе части уравнения на $\cos^3(x)$, $\cos^3(x) \neq 0$

$\sin^3(x)+\sin^2(x)\cdot\cos x-10\sin x\cdot\cos^2(x)+8\cos^3(x)=0 / : \cos^3(x)$

$tg^3(x)+tg^2(x)-10tg(x)+8=0$

$tgx(tg^2(x)+tgx-2)-8(tgx-1)=0$

$tg(tgx+2)(tgx-1)-8(tgx-1)=0$

$(tgx-1)(tg^2x+2tgx-8)=0$

$tgx-1=0$ или $tg^2x+2tgx-8=0$

$tg=1$

$x=\pi/4+\pi n,\ n \in Z$

$D=36$

$t_1=2$; $t_2=-4$

$x_1=arctg2+\pi n,\ n \in Z$

$x_2=-arctg4+\pi n,\ n \in Z$