

«Решение логарифмических неравенств»

Учитель математики
школы № 44 г. Рязани
Зима Н.Ф.

Девиз урока:

Дорогу осилит идущий,
а математику - мыслящий.

***Тот, кто не знает
математики
не может узнать никакой
другой науки и даже
не может обнаружить
собственного невежества.
Роджер Бэкон***

Тема урока:

**Решение
логарифмических
неравенств**

Цель:

Закрепление и систематизация знаний о логарифмических неравенствах

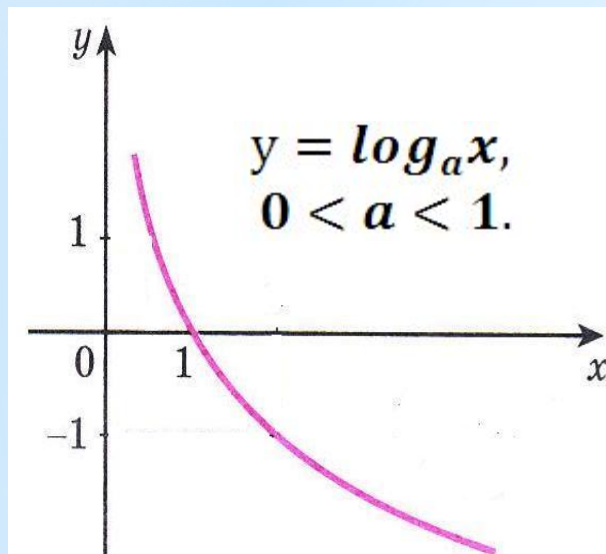
Задачи:

Отработать навыки решения логарифмических неравенств;

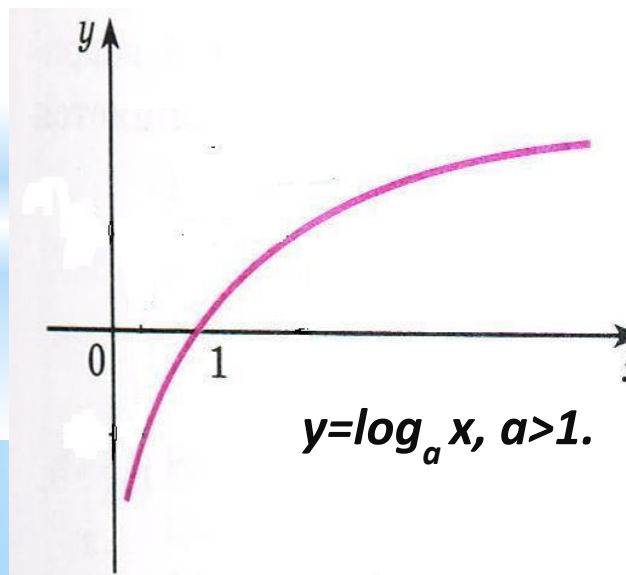
Рассмотреть типичные трудности, встречающиеся при решении логарифмических неравенств;

Показать связь математики с другими науками.

ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ



1. **Дать определение логарифмической функции**
2. **Область определения.**
3. **Множество значений.**
4. **Четность, нечетность.**
5. **Возрастание, убывание.**
6. **Нули функции.**
7. **Промежутки знакопостоянства.**



Устные упражнения

Задание 1. Найдите область определения функции.

$$\text{а) } y = \log_{\frac{1}{9}} \frac{1}{x^2} ;$$

$$\text{б) } y = \log_{2,1} \sqrt{3 - x} ;$$

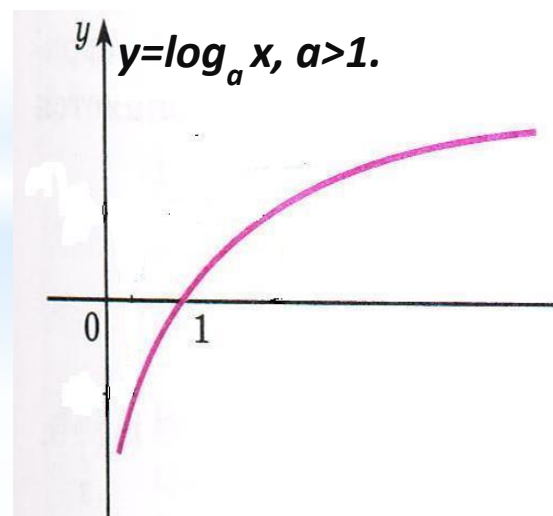
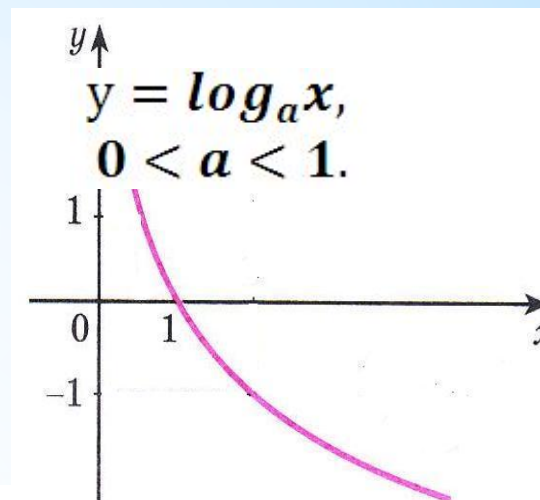
$$\text{в) } y = \log_5 |7x - 1|.$$

Задание 2. Сравните с нулем значение логарифма.

а) $\lg 7$

б) $\log_{0,4} 3$

в) $\ln 0,7$



Задание 3. Решите неравенство:

a) $\log_{0,3} x > \log_{0,3} 5;$

б) $\log_x 6 < \log_x 3;$

В) $(x-5) \log_{0,5} 4 < 0;$

**Софизм - это рассуждение,
кажущееся правильным, но
содержащее скрытую
логическую ошибку.**

Логарифмический софизм: $2 > 3$.

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{8},$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3,$$

$$\lg \left(\frac{1}{2}\right)^2 > \lg \left(\frac{1}{2}\right)^3,$$

$$2 \lg \left(\frac{1}{2}\right) > 3 \lg \left(\frac{1}{2}\right),$$

$$2 > 3.$$

Методы решения неравенств

1. Сведение неравенства к равносильной системе или совокупности систем
2. Расщепление неравенств
3. Метод перебора
4. Метод интервалов
5. Введение новой переменной
6. Метод рационализации
7. Использование свойств функции :
 - а) область определения;
 - б) ограниченность;
 - в) монотонность.

Внимание!

**1.ОДЗ исходного
неравенства.**

**2.Учитывать свойство
монотонности функции.**

Проверка домашнего задания

1 $\log_{0,1}(x^2 + x - 2) > \log_{0,1}(x + 3).$

2 $\frac{\log_2(3x + 2)}{\log_2(2x + 3)} \leq 0.$

3 $\frac{x^2 - 4}{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1)} < 0.$

4 $\begin{cases} 25^x - 30 \cdot 5^x + 125 \geq 0, \\ \log_x(x - 1) \cdot \log_x(x + 1) \leq 0. \end{cases}$

5 Без помощи калькулятора сравните
числа

$$\log_4 3 \text{ и } \log_3 2$$

**Правильному применению
методов можно научиться, только
применяя их на различных
примерах.**

Цейтен

Решение неравенств

$$\lg(2x^2 + 4x + 10) > \lg(x^2 - 4x + 3)$$

$$\log_{x-2}(2x-3) > \log_{x-2}(24-6x)$$

$$\log_{1/2} \frac{2x^2 - 4x - 6}{4x - 11} \leq -1$$

$$\log_{0,3}(x^3 + 8) - \log_{0,3}(x^2 + 4x + 4) \leq \log_{0,3}(x + 58)$$

$$\log^2_2(x-1)^2 + 5\log_{0,5}(x-1) > -1$$

Самостоятельная работа

1 Вариант

$$\log_3(8 - 4x) \leq \log_3(x - 1)$$

2 Вариант

$$\log_{0,3}(2x - 5) \geq \log_{0,3}(x + 1)$$

Внимание!

***1. ОДЗ исходного
неравенства.***

***2. Учитывать свойство
монотонности функции.***

Самостоятельная работа проверка

1 Вариант

$$\log_3(8 - 4x) \leq \log_3(x - 1)$$

Решение:

$$\begin{cases} 8 - 4x > 0 \\ x - 1 > 0 \\ 8 - 4x \leq x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ x > 1 \\ -5x \leq -9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ x > 1 \\ x \geq 1,8 \end{cases} \Leftrightarrow 1,8 \leq x < 2$$

Ответ: $x \in [1,8; 2)$.

2 Вариант

$$\log_{0,3}(2x - 5) \geq \log_{0,3}(x + 1)$$

Решение:

$$\begin{cases} 2x - 5 > 0 \\ x + 1 > 0 \\ 2x - 5 \leq x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x > 2,5 \\ x > -1 \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2,5 < x \leq 6$$

Ответ: $x \in (2,5; 6]$.

Найди ошибку.

1. а) $\log_8(5x-10) < \log_8(14-x),$

$$5x-10 < 14-x,$$

$$6x < 24,$$

$$x < 4.$$

Ответ: $x \in (-\infty; 4).$

Ошибка: не учли область определения неравенства.

Верное решение:

$$\log_8(5x-10) < \log_8(14-x) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 5x - 10 > 0, \\ 14 - x > 0, \\ 5x - 10 < 14 - x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2, \\ x < 14, \\ x < 4; \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 4.$$

Ответ: $x \in$
 $(2;4).$

$$2. \quad \log_3(x+2) + \log_3 x \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \log_3((x+2)x) \leq \log_3 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x(x+2) > 0, \\ x(x+2) \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x(x+2) > 0 \\ x^2 + 2x - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x < -2, \\ x > 0; \end{cases} \\ -3 \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x < -2 \\ 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

Ответ: $x \in [-3; -2) \cup (0; 1]$

Ошибка: не учтена область определения исходного неравенства.

Верное решение:

$$\log_3(x+2) + \log_3 x \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 > 0, \\ x > 0, \\ x(x+2) \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2, \\ x > 0, \\ -3 \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$0 < x \leq 1.$$

Ответ: $x \in (0; 1]$

ЛАБОРАТОРИЯ ХИМИИ.

Задача. Рассчитать температурный коэффициент химической реакции в технологии производства оптоволокна. Он равен наибольшему целому решению неравенства

$$\log_{x^2+2} 11 \geq 1.$$

Ответ:3.

ЛАБОРАТОРИЯ ФИЗИКИ.

Задание. Найти период полураспада β – частицы в процессе движения по траектории светового излучения. Он равен наибольшему целому решению неравенства

$$\frac{\sqrt{2x+1}}{2+\log_{0,5}(x+1)} \geq 0$$

Ответ: 2 .

Цель:

Закрепление и систематизация знаний о логарифмических неравенствах

Задачи:

Отработать навыки решения логарифмических неравенств;

Рассмотреть типичные трудности, встречающиеся при решении логарифмических неравенств;

Показать связь математики с другими науками.

Задание на дом:

$$\log_{x+\frac{5}{2}}\left(\frac{x-5}{2x-3}\right)^2 < 0$$

$$\frac{\lg(\sqrt{x+1}+1)}{\lg\sqrt[3]{x-40}} < 3$$