

Тема урока:



Разложение многочлена на множители

Учитель математики МОУ « Сапожковская средняя школа имени
Героя России Тучина А.И.» Андреева Л.В.

Немного теории

Разложить многочлен на множители значит представить его в виде произведения более простых многочленов.

Существует несколько способов разложения:

- Вынесение общего множителя за скобки

Устная работа

- Представьте одночлен в виде суммы (разности) двух одночленов:

$$5x = \dots + \dots$$

$$-2x = \dots + \dots$$

$$5x = \dots - \dots$$

$$-2x = \dots - \dots$$

- Вынесите за скобки общий множитель:

$$5x + 5y =$$

$$6ac - 3a =$$

$$xy + x =$$

$$a(3+c) - b(3+c) =$$

$$-8a + 8b =$$

$$2a(x+y) + b(x+y) =$$

Вынесение общего множителя за скобки

Алгоритм отыскания общего множителя нескольких одночленов

- *Найти наибольший общий делитель коэффициентов всех одночленов, входящих в многочлен, - он и будет общим числовым множителем (разумеется, это относится только к случаю целочисленных коэффициентов).*
- *Найти переменные, которые входят в каждый член многочлена, и выбрать для каждой из них наименьший (из имеющихся) показатель степени.*
- *Произведение коэффициента и переменной, найденного на первом и втором шагах, является общим множителем, который целесообразно вынести за скобки.*

Сначала убедимся в том что разложение на множители – вещь полезная.

Вынесение общего множителя за скобки:

Решите уравнение:

$$3x^2 - 4,2x = 0$$

Сократите дробь:

$$\frac{x^2 + 8x}{x + 8}$$

Докажите, что значение выражения

$$15^5 + 15^4 \text{ кратно } 16.$$

Вам предлагают разложить на множители многочлен

$$9x + ax + 9y + ay \text{ или}$$

решить уравнение $2x^2 + x - 6 = 0$.

Можно использовать вынесение общего множителя за скобки?

Как быть?



Тема урока:



Разложение многочлена
на множители способом
группировки

Для уяснения сути способа группировки рассмотрим следующий пример: разложить на множители многочлен $9x+ax+9y+ay$

$$9x + a x + 9y + ay =$$

$$= (\quad + \quad) + (\quad + \quad) =$$

$$= (9+a)(x+y)$$

Алгоритм разложение многочлена на множители способом группировки

- Сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель
- Вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки
- Вынести в каждой новой группе общий множитель (в виде многочлена) за скобки

Способ группировки

разложить на множители многочлен $xy-6+3x-2y$

Первый способ группировки:

$$xy-6+3x-2y=(xy-6)+(3x-2y).$$

Группировка неудачна

.

Второй способ группировки:

$$xy-6+3x-2y=(xy+3x)+(-6-2y)=x(y+3)-2(y+3)=(y+3)(x-2).$$

Третий способ группировки:

$$xy-6+3x-2y=(xy-2y)+(-6+3x)=y(x-2)+3(x-2)=(x-2)(y+3).$$

Ответ: $xy-6+3x-2y=(x-2)(y+3).$

Воспользуемся разложением многочлена на множители:

$$2x^2+x-6=2x^2+4x-3x-6=2x(x+2)-3(x+2)=\\=(x+2)(2x-3)$$

Тогда заданное уравнение можно переписать в виде:

$$(2x-3)(x+2)=0$$

Произведение равно нулю, если один из множителей равен нулю.

Значит, $2x-3=0$ или $x+2=0$.

Из первого уравнения $x=1,5$, а из второго уравнения $x=-2$.

Уравнение решено, оно имеет два корня: -2 и $1,5$.

Пример

Решить уравнение
 $x^2 - 6x + 5 = 0$

Представим $-6x$ в виде суммы $-x - 5x$, а затем применим способ группировки:

$$x^2 - 6x + 5 = x^2 - 5x - x + 5 = (x^2 - x) + (-5x + 5) = x(x - 1) - 5(x - 1) = (x - 1)(x - 5).$$

Тогда заданное уравнение примет вид:

$$(x - 1)(x - 5) = 0,$$

откуда $x - 1 = 0$	или	$x - 5 = 0$
$x = 1$	или	$x = 5.$

Ответ: 1;5.

Таким образом, разложение многочлена на множители используется для решения уравнений, для преобразования числовых и алгебраических выражений.

Применяется оно и в других ситуациях, как, скажем, в следующем довольно трудном, но красивом примере, где ключ к успеху **опять-таки в разложении на множители.**

Пример

Доказать, что для любого
натурального
числа n выражение
 n^3+3n^2+2n
делится без остатка на 6.

Попробуйте его решить

Пример

Разложить на множители

$$n^3+3n^2+2n$$

Сначала воспользуемся тем, что n можно вынести за скобки: $n(n^2+3n+2)$. Теперь к трехчлену n^2+3n+2 применим способ группировки, предварительно представив $3n$ в виде $2n+n$.

$$\begin{aligned}\text{Получим: } n^2+3n+2 &= n^2+2n+n+2 = (n^2+2n) + (n+2) = \\ &= n(n+2) + (n+2) = (n+2)(n+1).\end{aligned}$$

Окончательно получаем:

$$n^3+3n^2+2n = n(n+1)(n+2).$$