

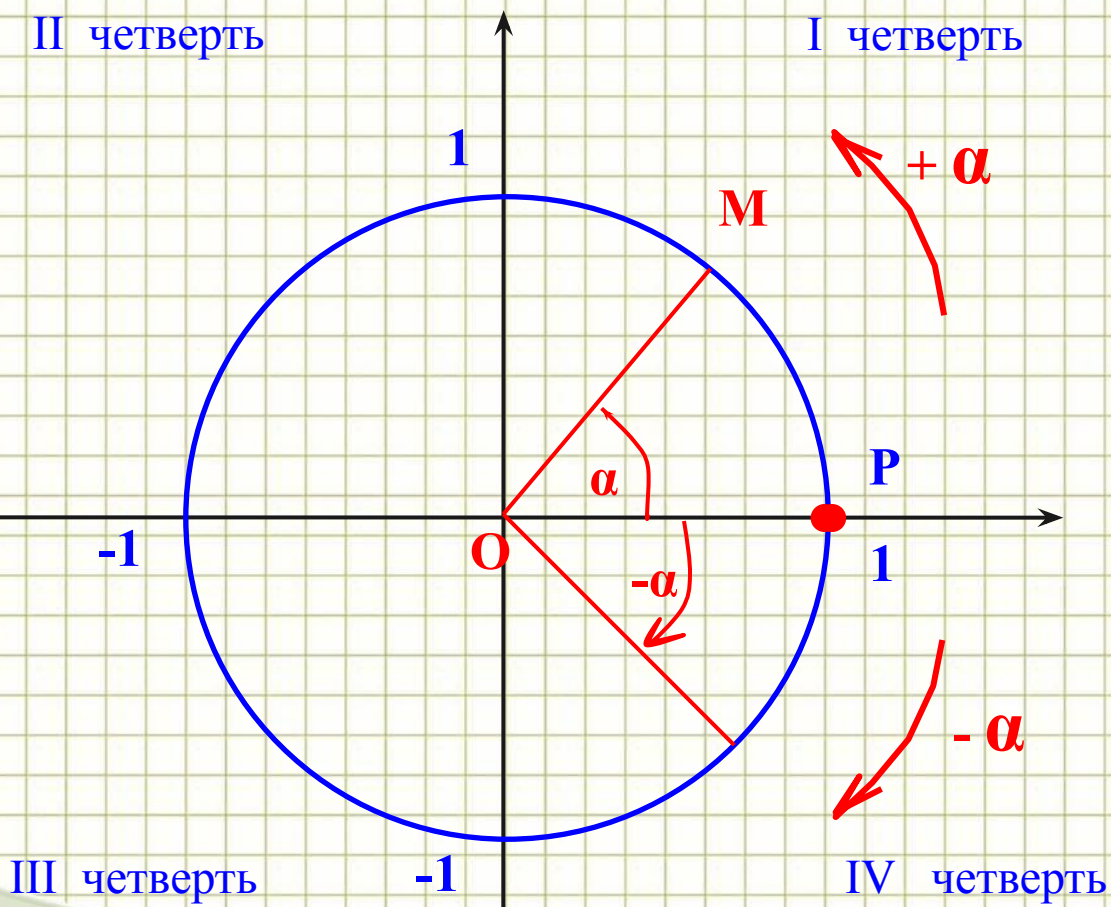
Поворот точки вокруг начала координат.

Определение синуса,
косинуса, тангенса
и котангенса.



Единичная окружность

Окружность с центром в начале координат и радиусом равным 1 - называется единичной окружностью.

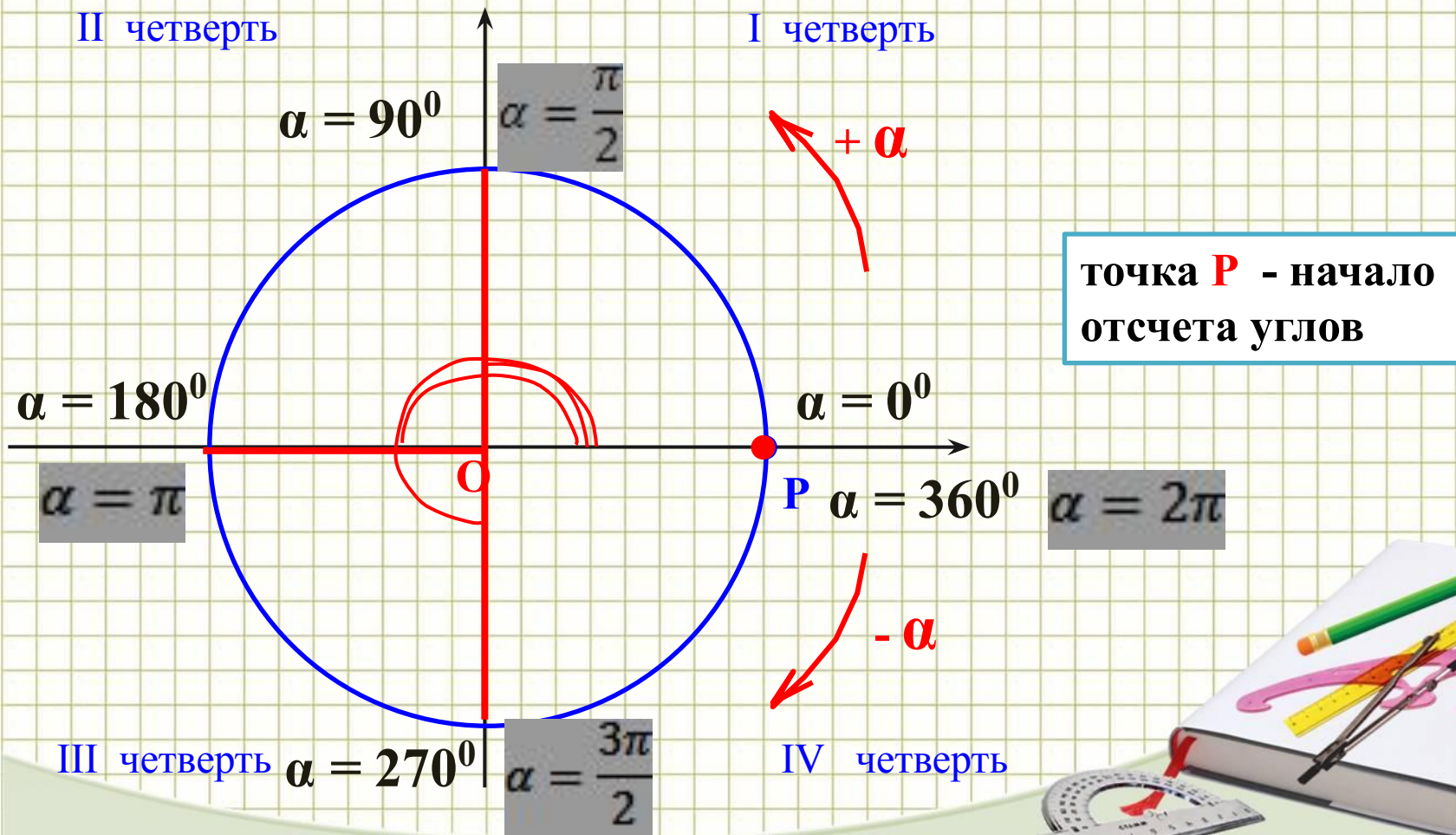


точка **P** - начало
отсчета углов



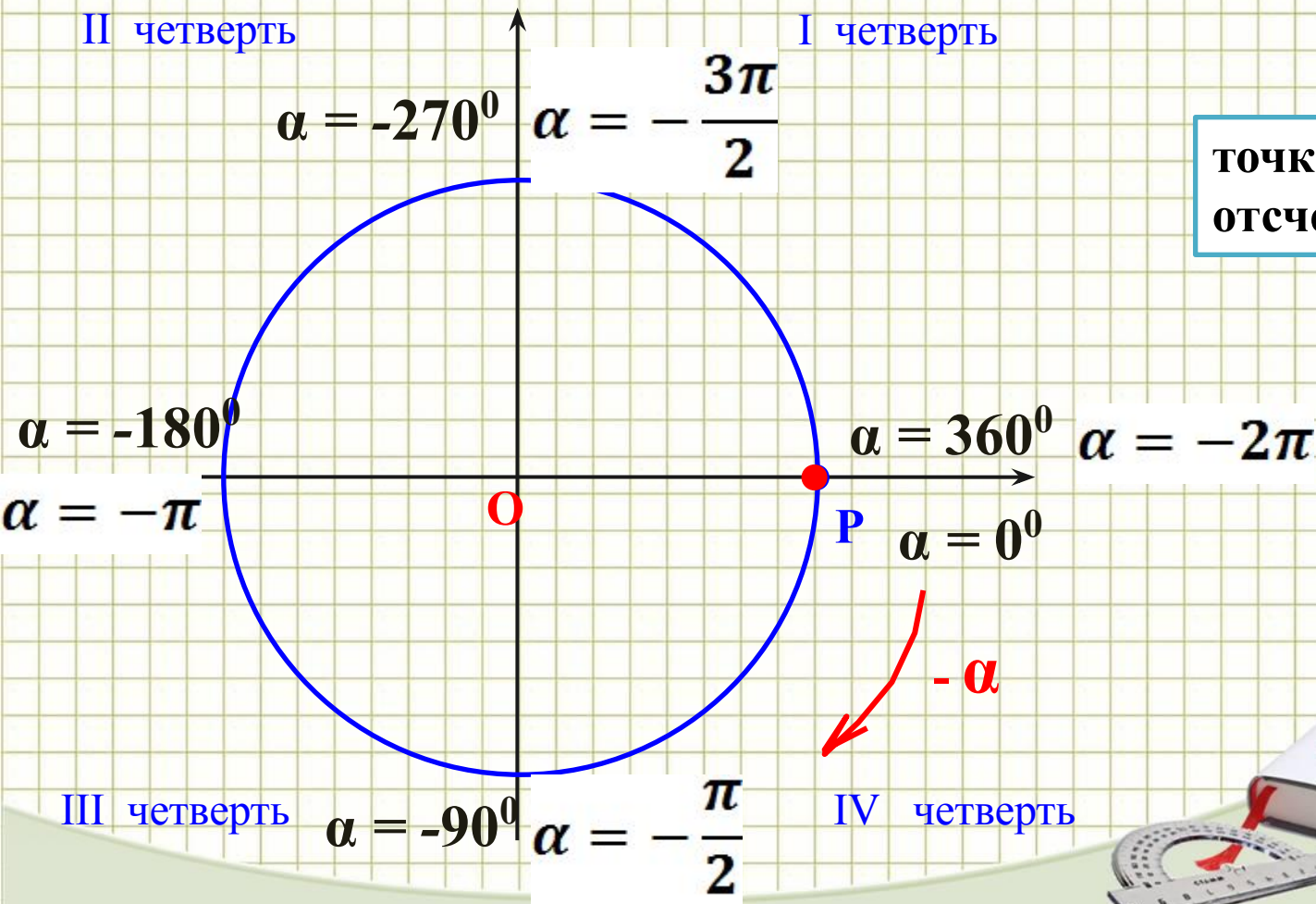
Единичная окружность

Окружность с центром в начале координат и радиусом равным 1 - называется единичной окружностью.



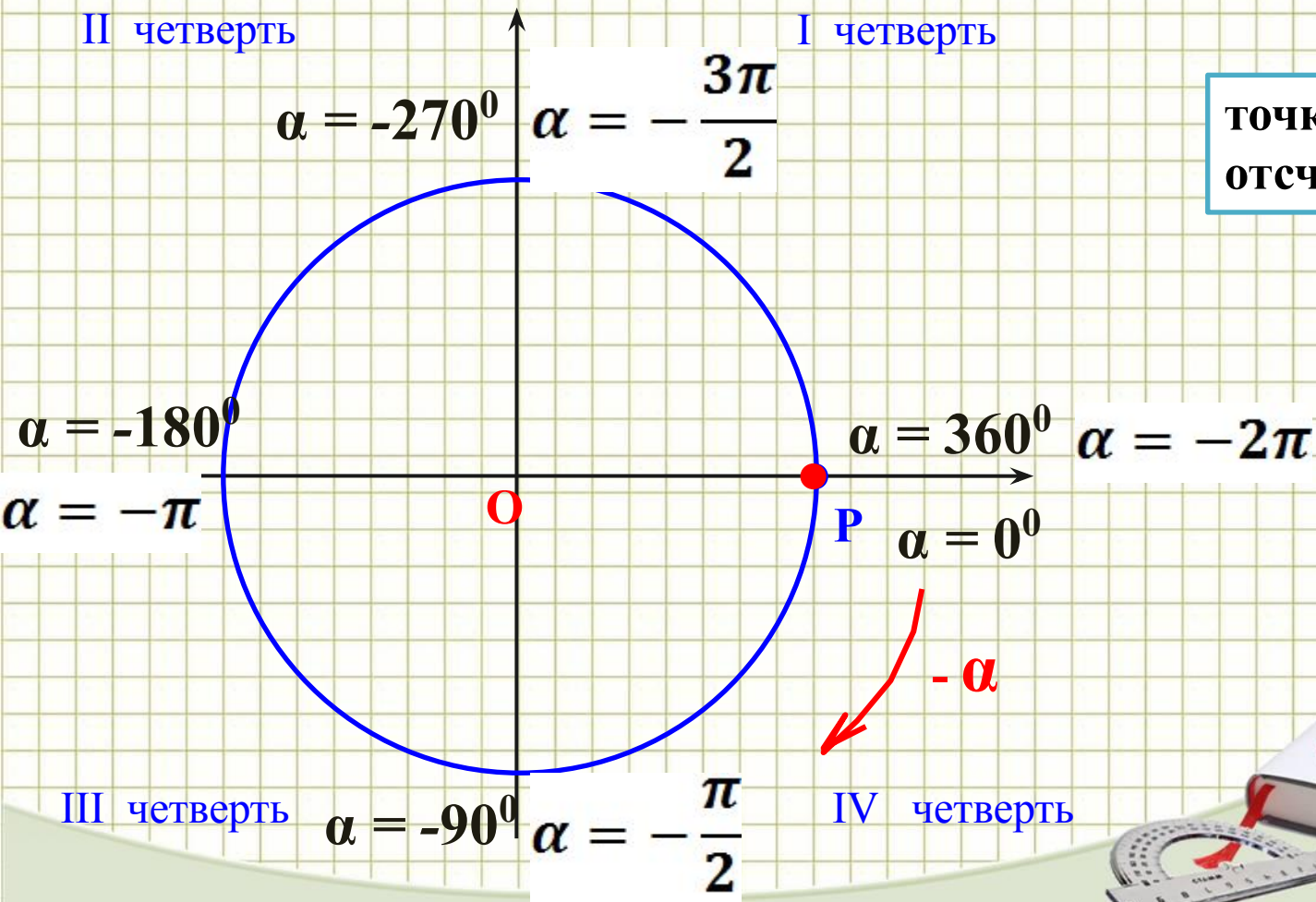
Единичная окружность

Окружность с центром в начале координат и радиусом равным 1 - называется единичной окружностью.



Единичная окружность

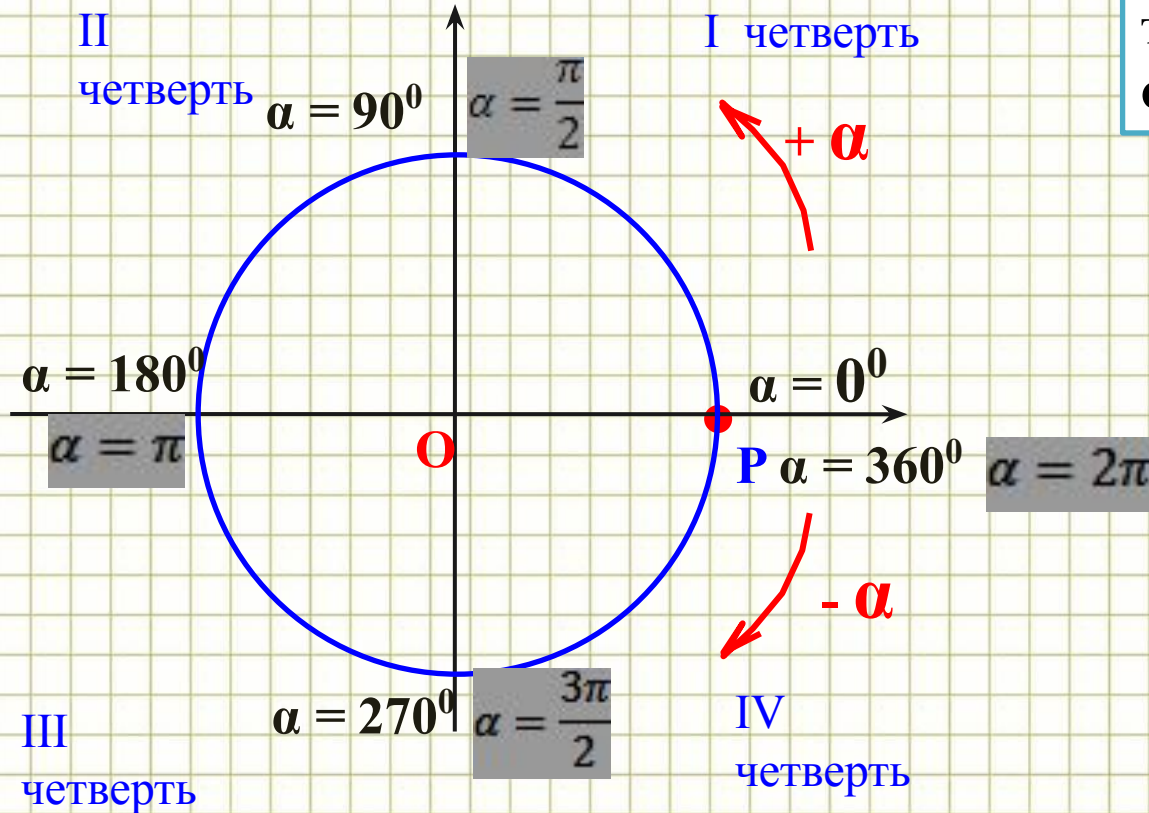
Окружность с центром в начале координат и радиусом равным 1 - называется единичной окружностью.



точка **P** - начало
отсчета углов



Единиичная окружность



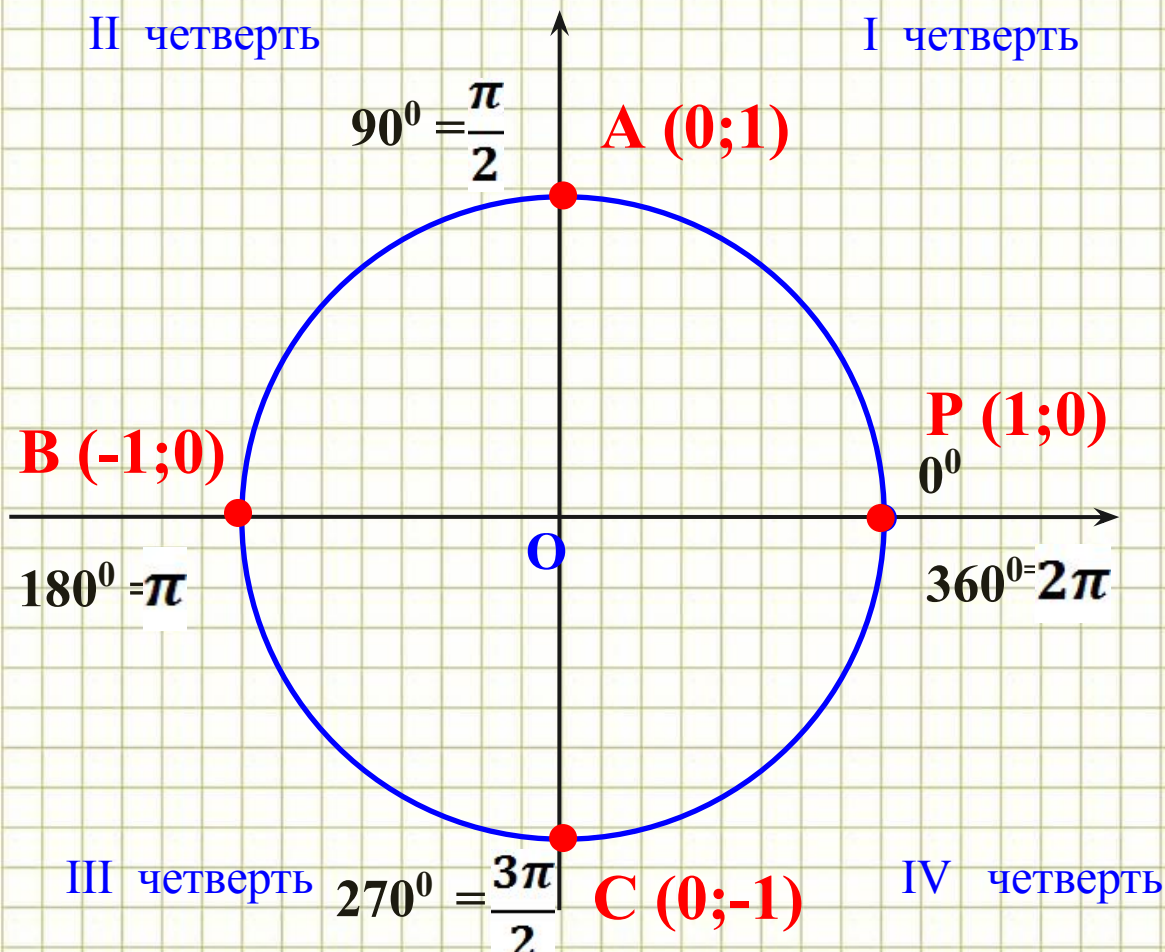
Задание устно: Определить четверть в которой лежит угол

$\frac{\pi}{12}$ 125° $\frac{3\pi}{4}$ $\frac{7\pi}{4}$ -45° $\frac{7\pi}{8}$ -300° -250°

-150° 210° 390° 330° 460° -120°



Координаты точки на единичной окружности



$$90^\circ + 360^\circ \cdot k$$

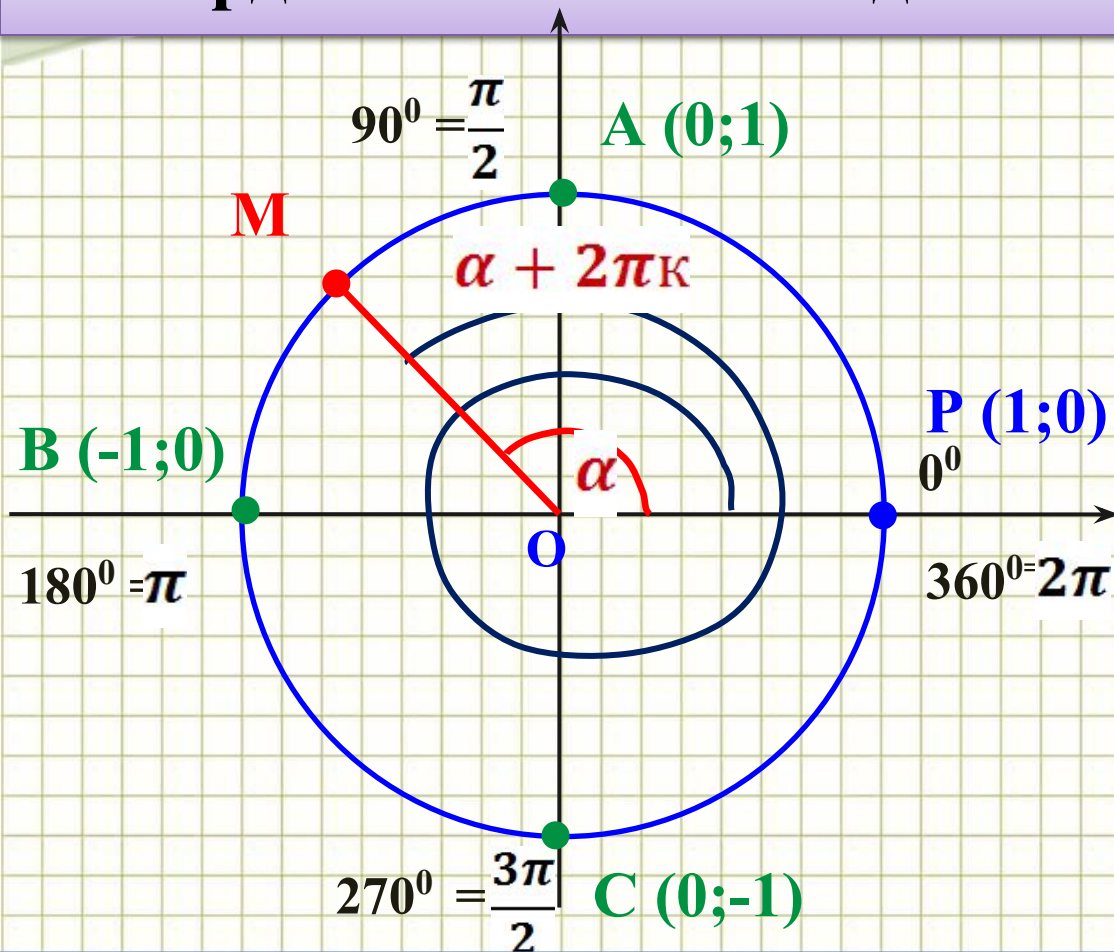
$$\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k, \text{ где } k - \text{целое число}$$

Точке А (0,1)
соответствуют углы:
 90°
 $90^\circ + 360^\circ$
 $90^\circ + 360^\circ + 360^\circ + \dots$
 $90^\circ - 360^\circ$
 $90^\circ - 360^\circ - 360^\circ - \dots$

Или в радианах:

$$\frac{\pi}{2}$$
$$\frac{\pi}{2} + 2\pi$$
$$\frac{\pi}{2} + 2\pi + 2\pi + \dots$$
$$\frac{\pi}{2} - 2\pi$$
$$\frac{\pi}{2} - 2\pi - 2\pi - \dots$$

Координаты точки на единичной окружности



1. Каждому углу α соответствует единственная точка на окружности

2. Одной и той же точке на окружности соответствует бесконечное множество углов $\alpha + 2\pi k$ где k – целое число

Определение синуса и косинуса

$\triangle OMA$:

$$OM = 1$$

$$OA = x;$$

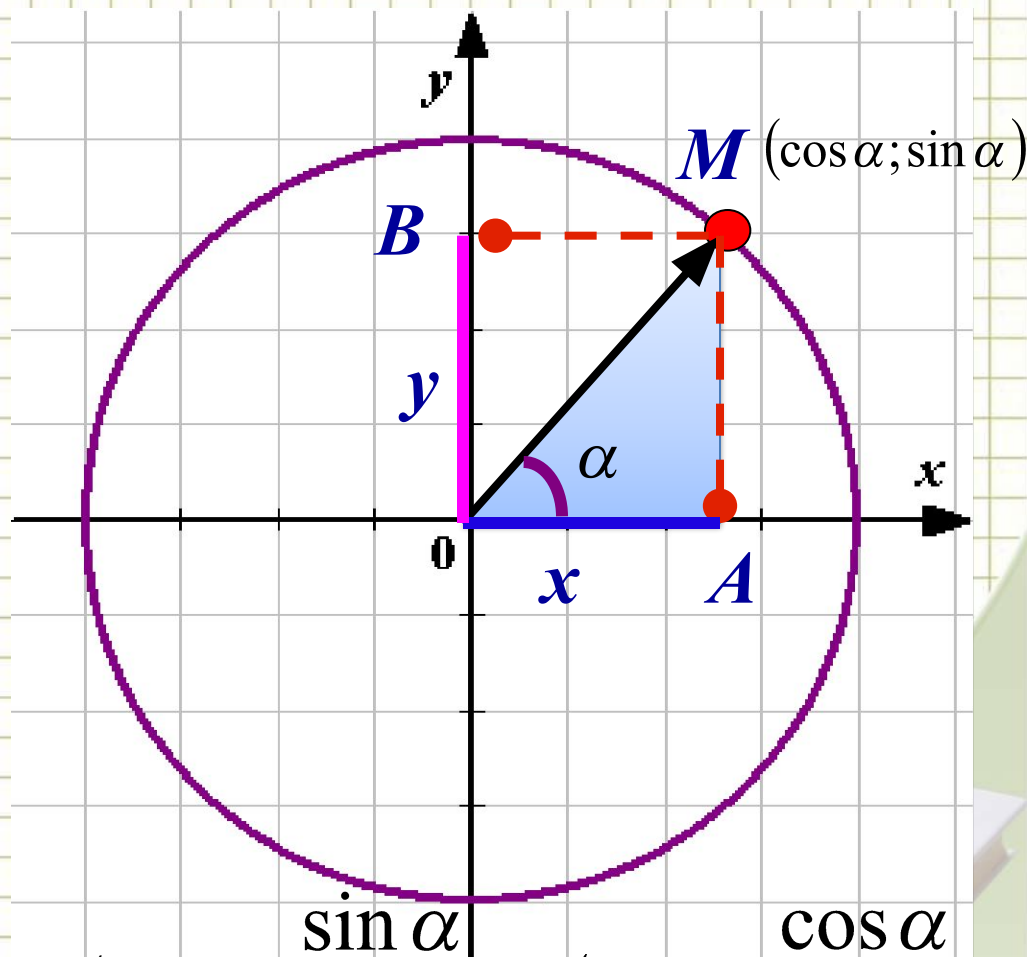
$$AM = OB = y$$

$$\cos \alpha = \frac{OA}{OM} = \frac{x}{1} = x$$

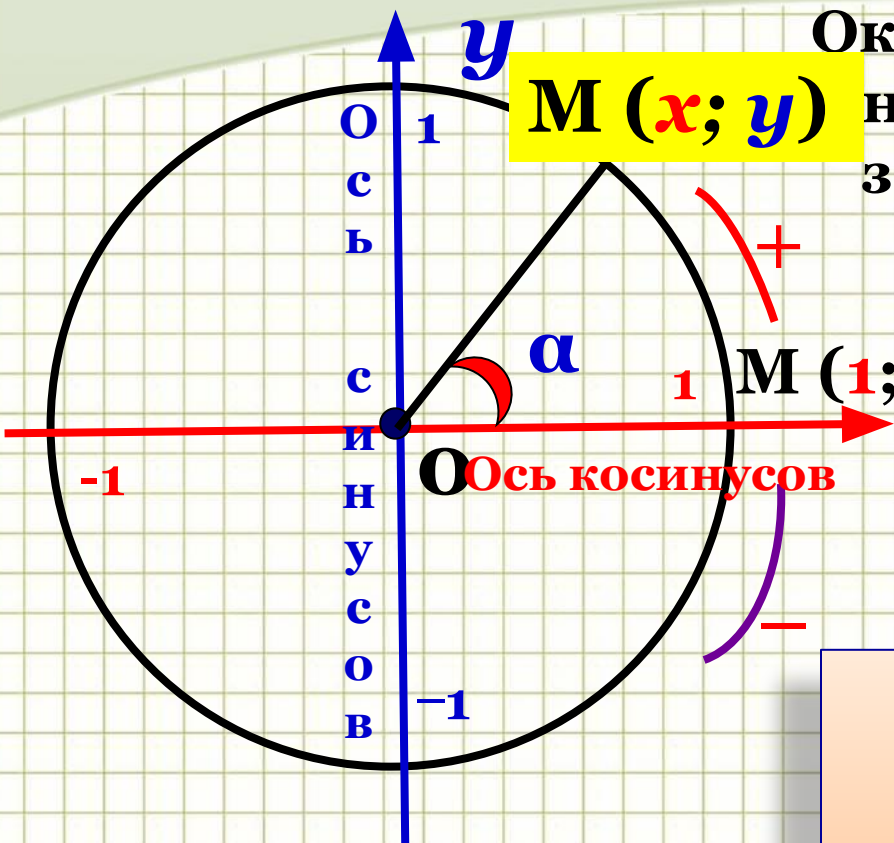
$$\sin \alpha = \frac{AM}{OM} = \frac{y}{1} = y$$

По теореме Пифагора :

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



Окружность **радиуса 1** с центром в начале координат, на которой задана точка **М** — **начало отсчета** для измерения углов, и **направление** **положительного** обхода, называется **единичной (тригонометрической) окружностью**

$$\sin \alpha = y$$

Косинусом угла, полученной по координат

$$\cos \alpha = x$$

точки, начала

Для любого угла **α** существует:

- 1) **синус** этого угла и притом **единственный**;
- 2) **косинус** этого угла и притом **единственный**

Значит, есть функции **$\sin \alpha$** и **$\cos \alpha$**

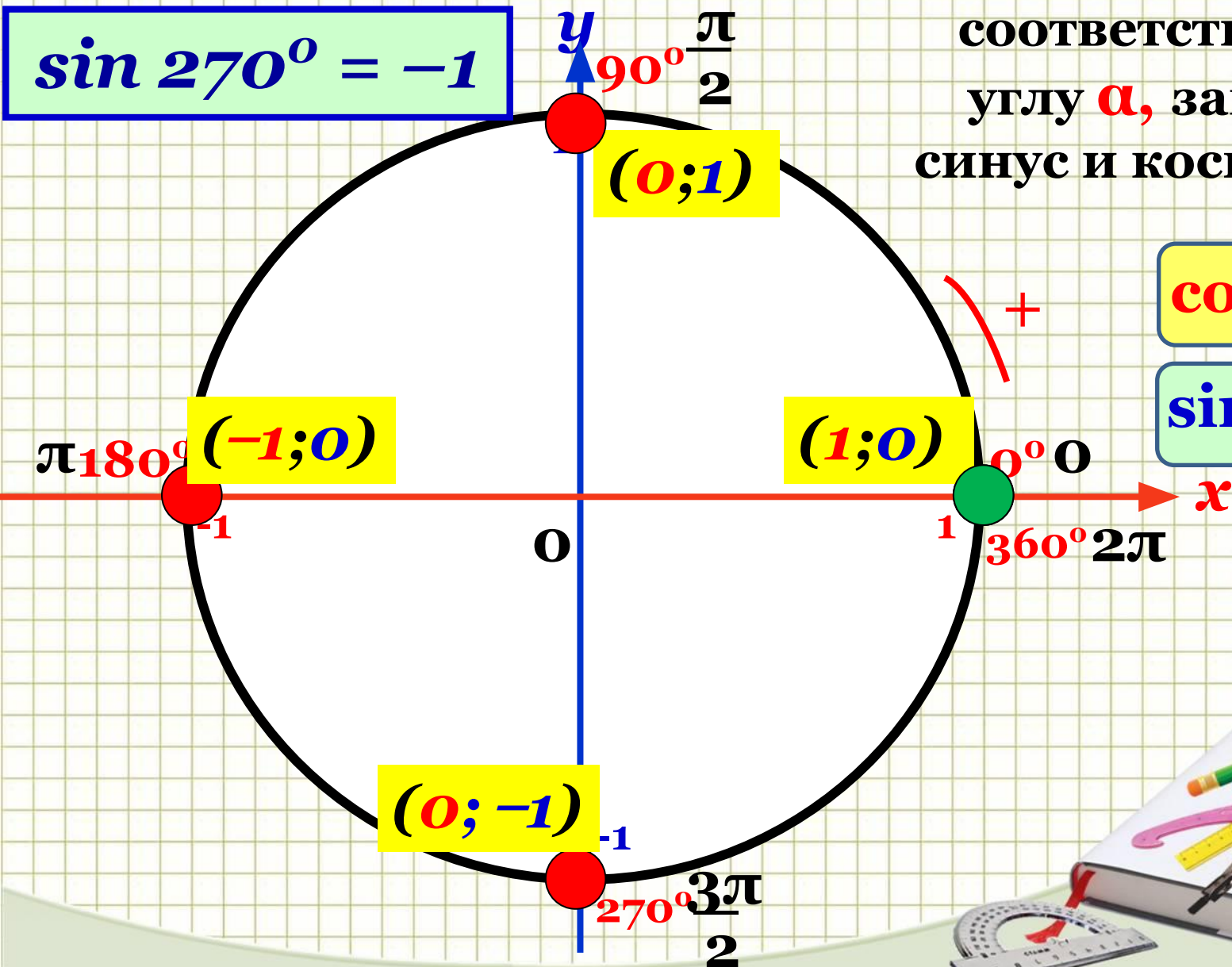
$$\cos 270^\circ = 0$$

$$\sin 270^\circ = -1$$

Используя точку,
соответствующую
углу α , запишите
синус и косинус угла,

$$\cos \alpha = x$$

$$\sin \alpha = y$$

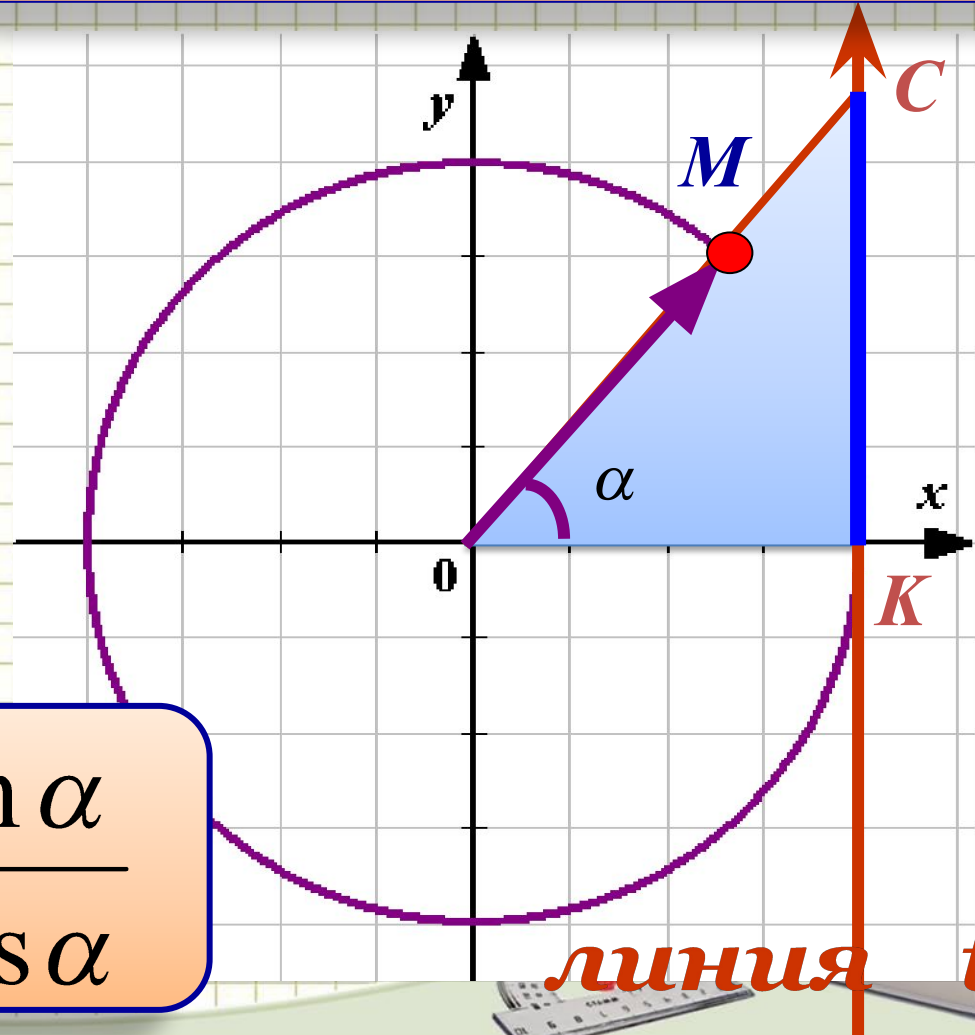


Определение тангенса

Тангенсом угла α называется отношение синуса угла α к его косинусу.

В $\triangle KOC$:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{KC}{OK} = \frac{KC}{1} = KC$$



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Определение котангенса

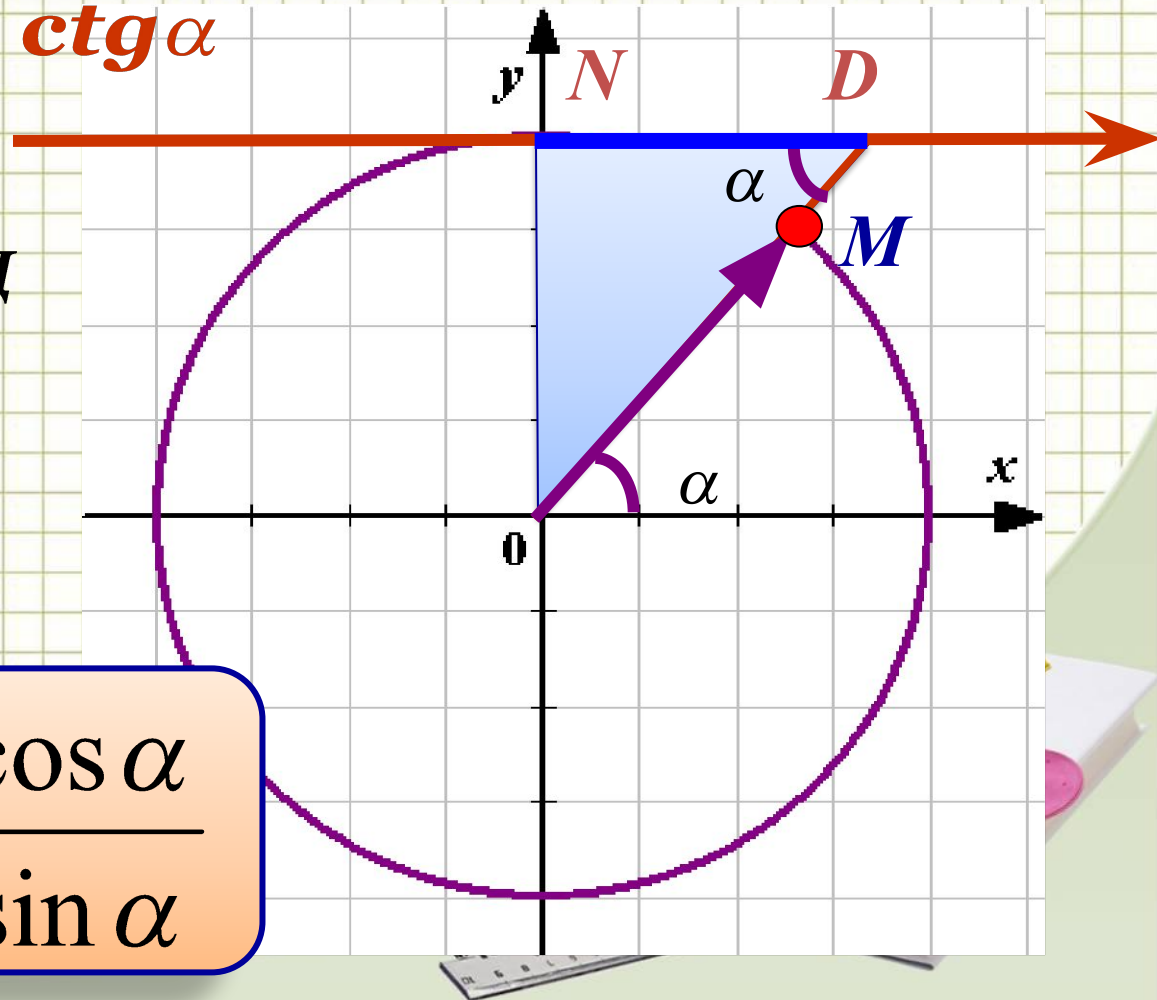
Котангенсом угла α называется отношение косинуса угла α к его синусу.

линия $ctg \alpha$

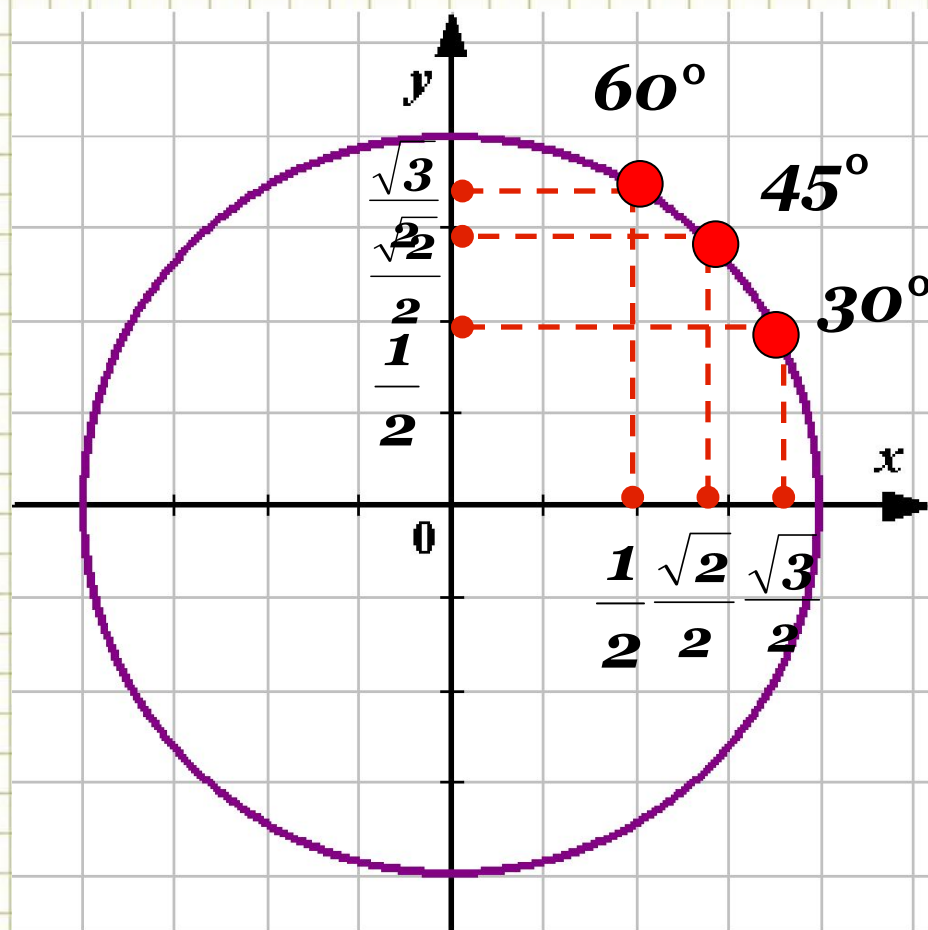
В $\triangle ODN$:

$$ctg \alpha = \frac{ND}{ON} = \frac{ND}{1} = ND$$

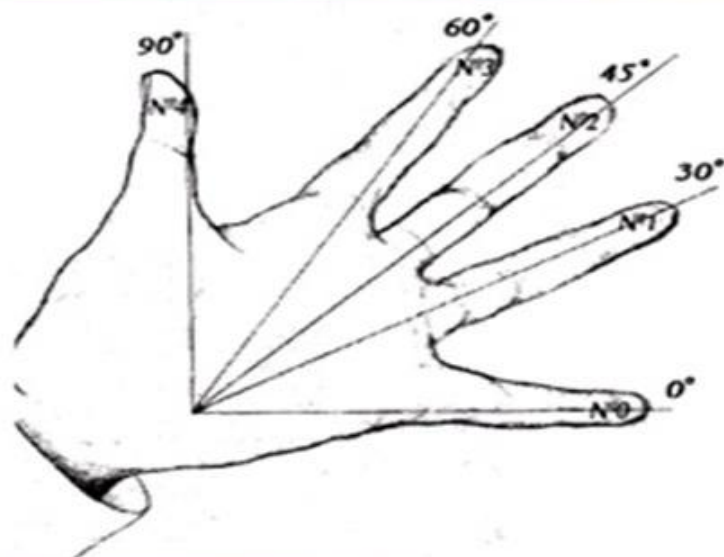
$$ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



Значения синуса и косинуса



Тригонометрия на ладони



$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}, \quad n - \text{номер пальца, считая}$$

от мизинца

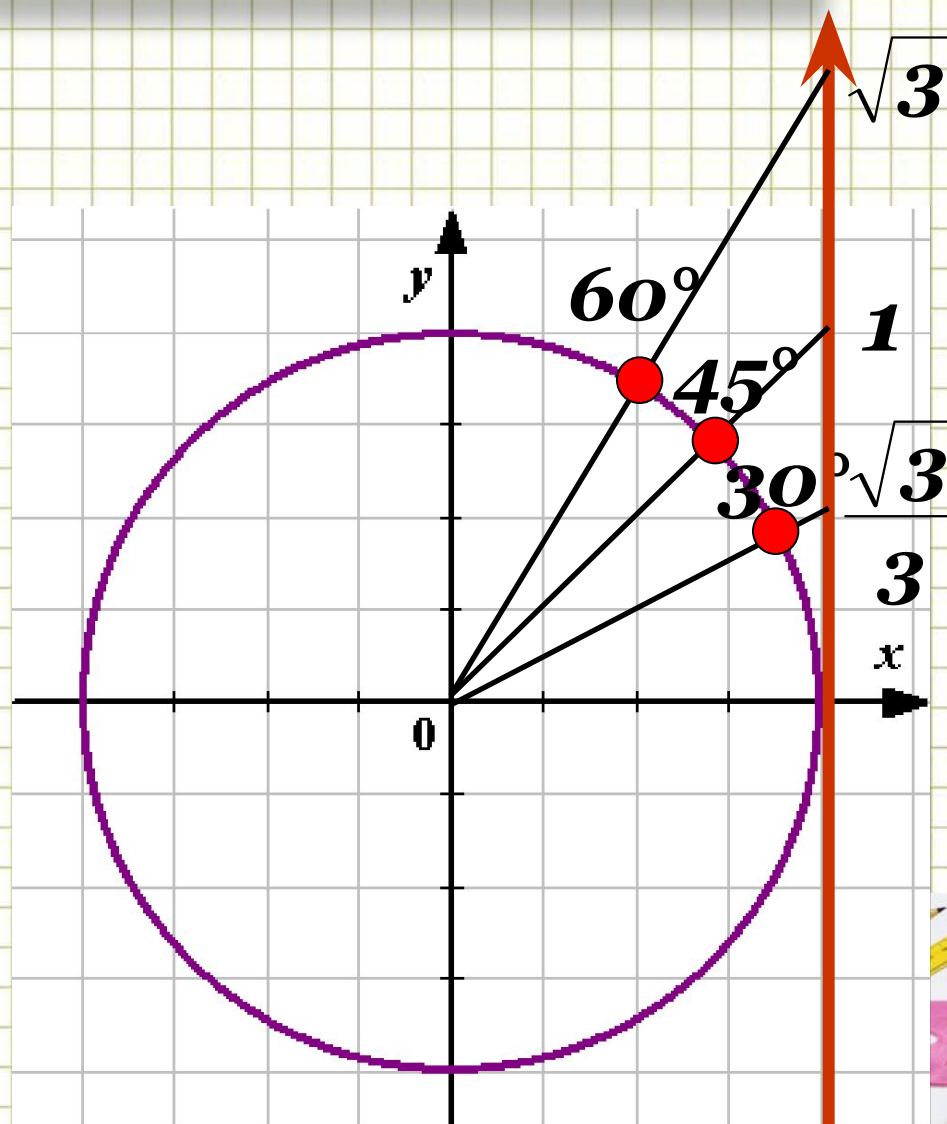
$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{n}}{2}, \quad n - \text{номер пальца, считая}$$

от большого

№ пальца	Угол	$\sin \alpha$
0	0°	$\sin 0^\circ = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$
1	30°	$\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
2	45°	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
3	60°	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
4	90°	$\sin 90^\circ = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$

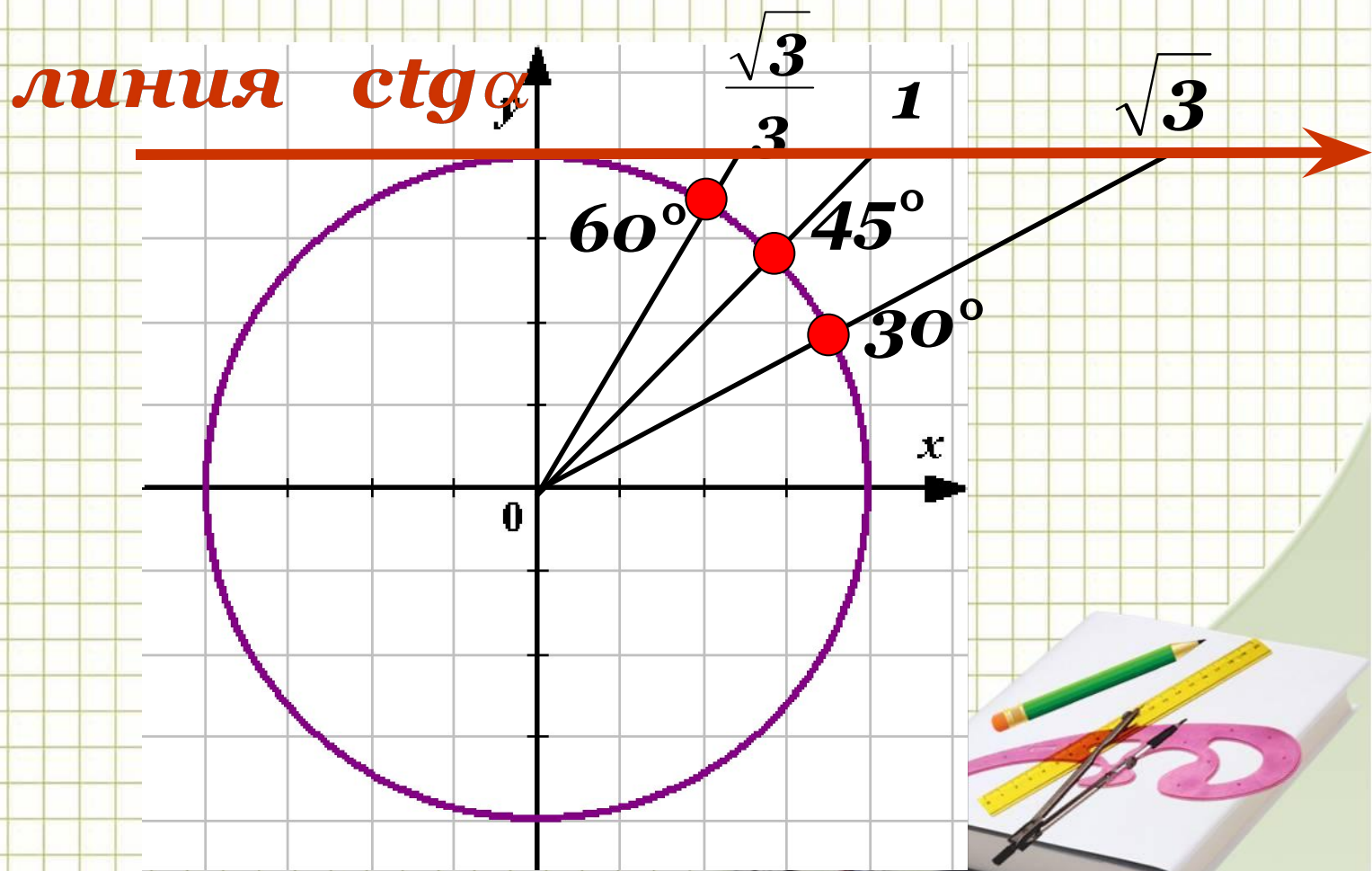
№ пальца	Угол	$\cos \alpha$
4	0°	$\cos 0^\circ = \frac{\sqrt{4}}{2} = 1$
3	30°	$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
2	45°	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$
1	60°	$\cos 60^\circ = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$
0	90°	$\cos 90^\circ = \frac{\sqrt{0}}{2} = 0$

Значения тангенса

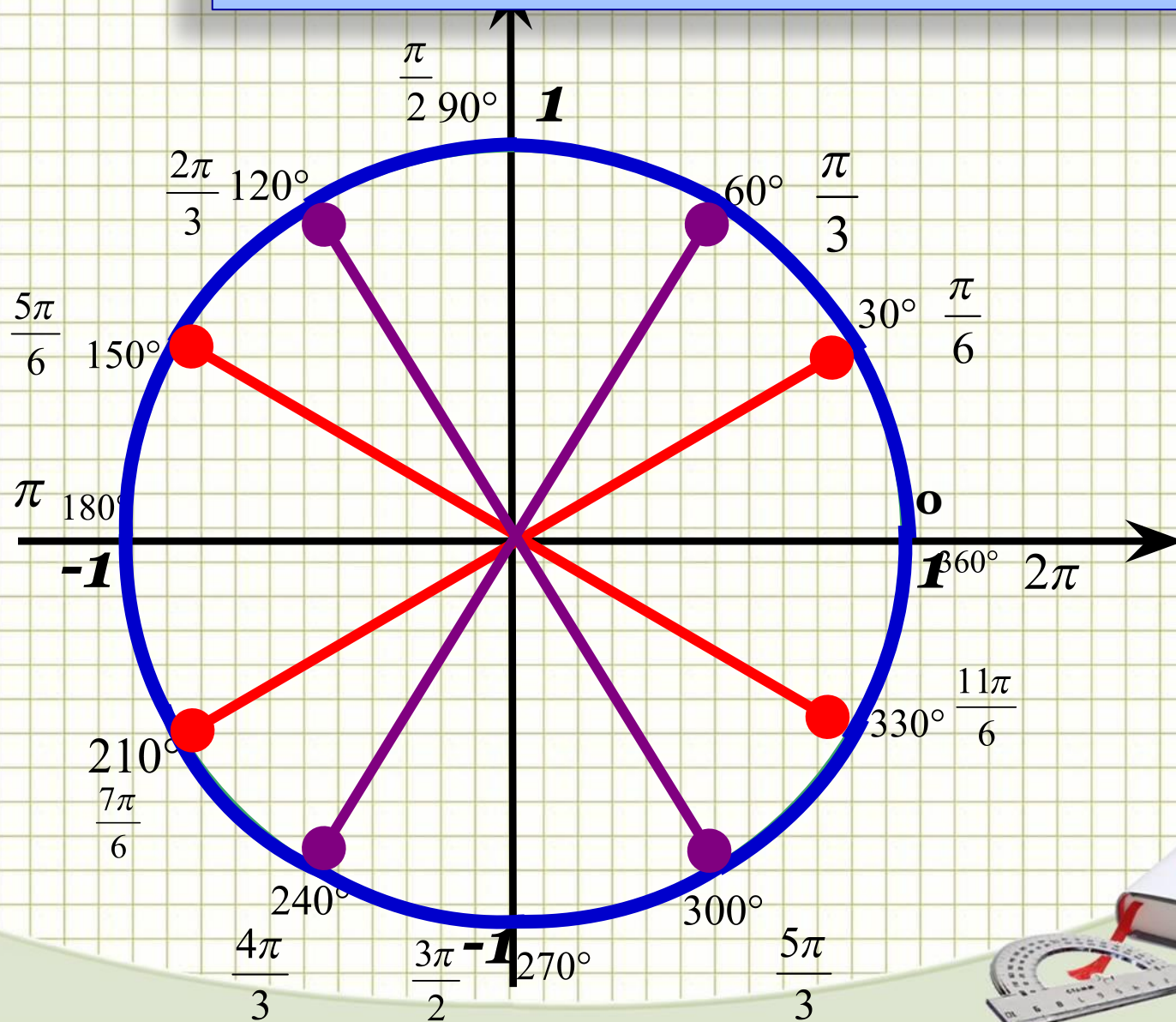


линия $\tan \alpha$

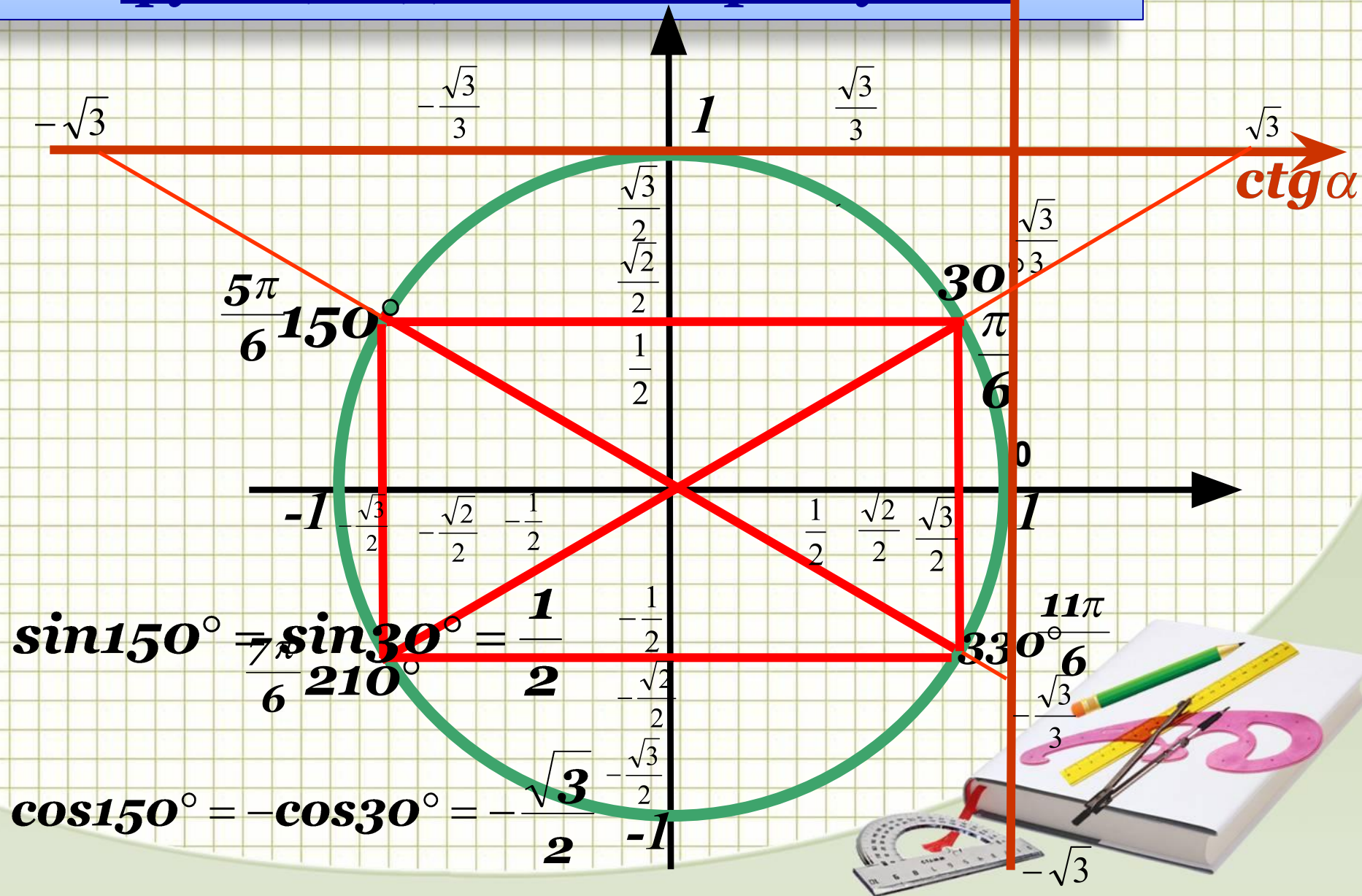
Значения котангенса



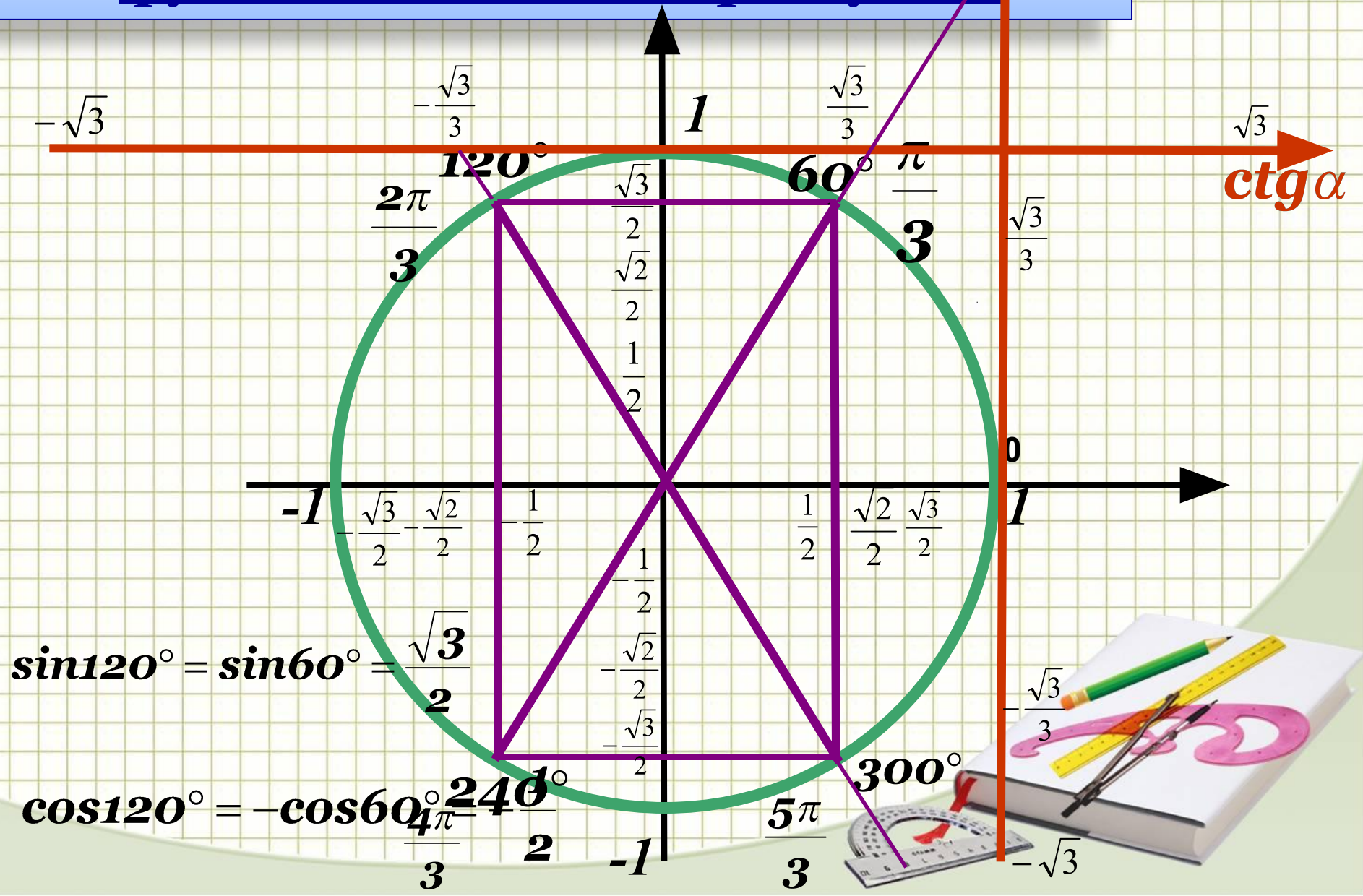
Значения тригонометрических функций для некоторых углов



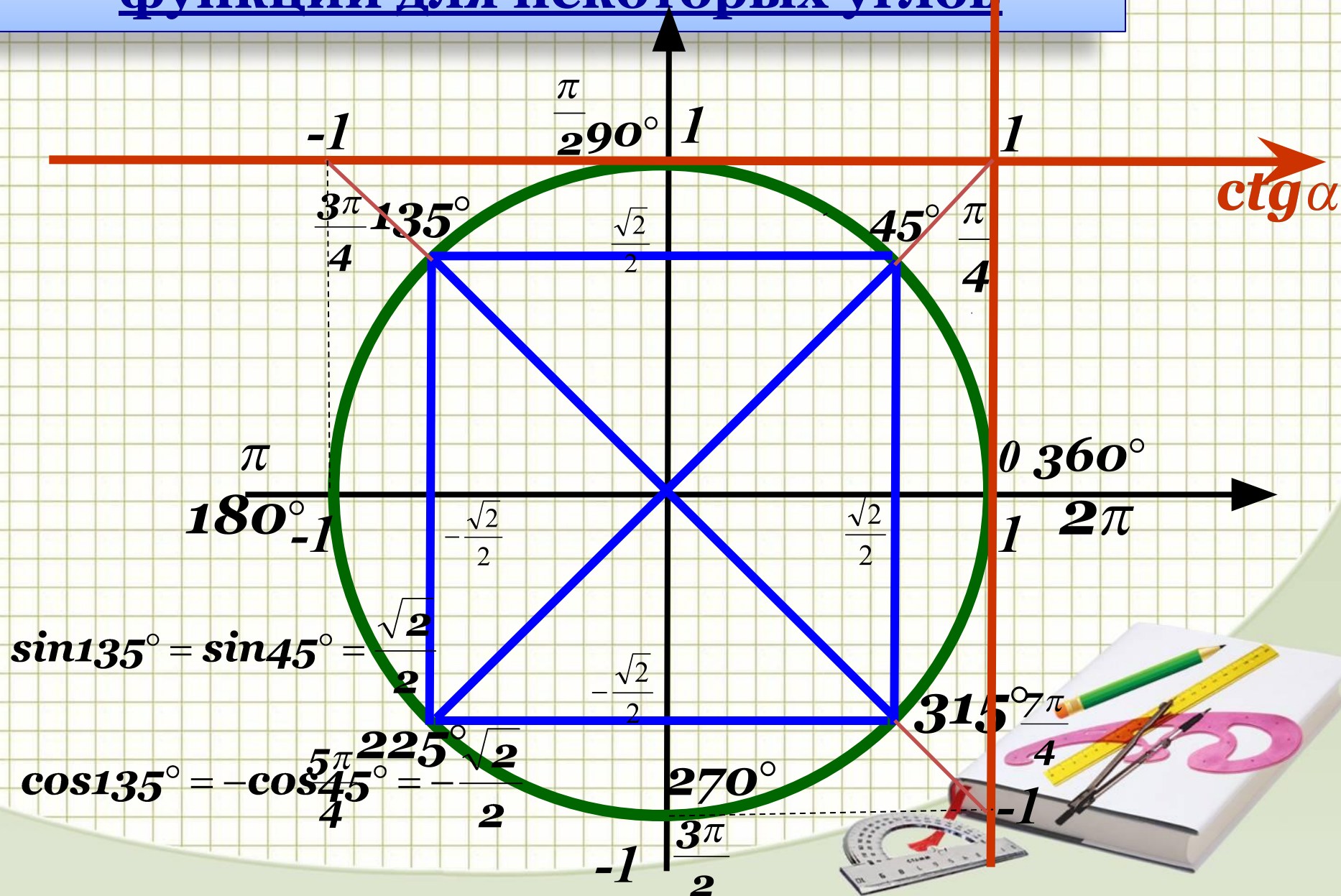
Значения тригонометрических функций для некоторых углов



Значения тригонометрических функций для некоторых углов



Значения тригонометрических функций для некоторых углов

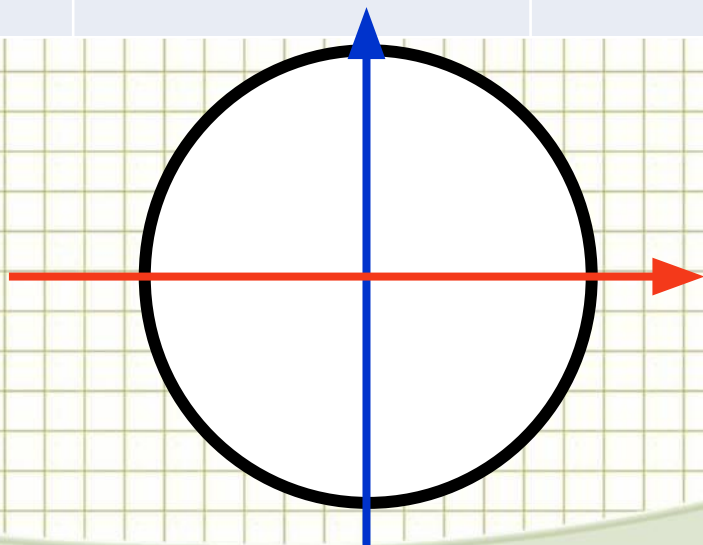


α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не определен
$\operatorname{ctg} \alpha$	не определен	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$



Найти все значения синуса и косинуса числа β , если:

β	3π	$3,5\pi$	πk
$\cos \beta$	-1	0	1; -1
$\sin \beta$	0	-1	0



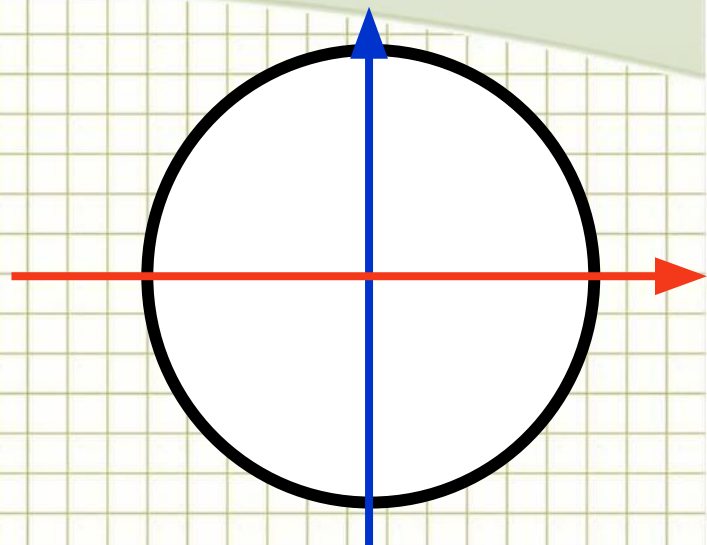
Вычислить:

$$\sin 3\pi - \cos \frac{3\pi}{2} = 0 - 0 = 0$$

$$\sin \pi k + \cos 2\pi k = 0 + 1 = 1$$

$$\operatorname{tg} \pi + \cos \pi = 0 + 0 = 0$$

$$\begin{aligned} \sin \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \\ &= \frac{2}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$



Решить уравнение:

1) **$\cos x - 1 = 0$**

$$\cos x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

2) **$\sin 3x = 0$**

$$3x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

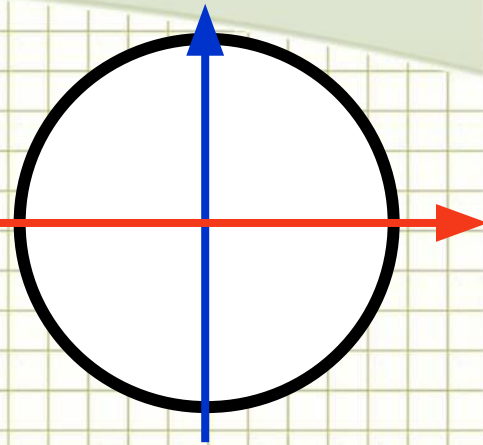
$$x = \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

3) **$\cos (5x + 4\pi) = 0$**

$$5x + 4\pi = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$5x = -\frac{7\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{7\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}, k \in \mathbb{Z}$$



α	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не определен
$\operatorname{ctg} \alpha$	не определен	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$

