Латинские квадраты

Что такое латинские квадраты?

Латинским квадратом называется квадрат *n x n* клеток, в которых написаны числа 1, 2, 3 … *n*, притом так, что в каждой строке и каждом столбце встречаются все эти числа по одному разу.

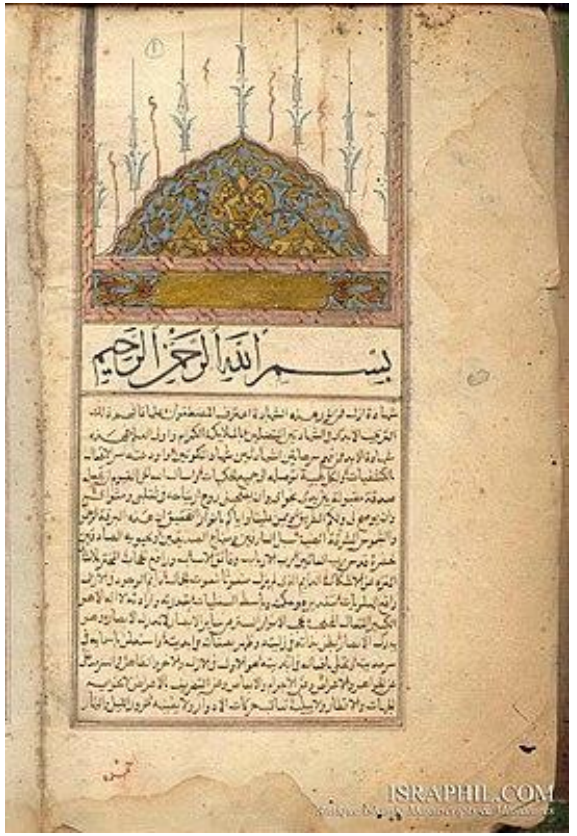
1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

1	2	3	4
3	4	1	2
4	3	2	1
2	1	4	3

Исследование латинских квадратов

Впервые латинские квадраты (4-го порядка) были опубликованы в книге **«Шамс аль Маариф»** («Книга о Солнце Гнозиса»), написанной **Ахмадом аль-Буни** в Египте приблизительно в **1200 году**.

Шамс аль-ма'ариф или Шамс аль-ма'арифа ва-латаиф аль-Авариф— описание магических процедур и заклинаний для вызова духов (гримуар), на арабском языке, XIII век.



В качестве примера, приводящего к латинским квадратам, рассмотрим упрощенную задачу о составлении расписания. Пусть пять преподавателей P_i ($i = 1, 2, ..., 5$) школы в течение пяти последовательных уроков должны провести занятия в пяти классах K_j ($j = 1, 2, ..., 5$). При этом каждый из преподавателей обязан дать один урок в каждом классе. В этой ситуации оказывается, существует 1344 возможных различных расписаний. Ниже приведено одно из них:

$m =$

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
P_1	1	2	3	4	5
P_2	2	1	4	5	3
P_3	3	4	5	2	1
P_4	4	5	1	3	2
P_5	5	3	2	1	4

Элементы m интерпретируются здесь так. Преподаватель P_i ($i = 1, 2, ..., 5$) проводит занятия в классе K_j ($j = 1, 2, ..., 5$)

Как решать квадраты?

Ответ на самом деле очень прост – это обычный подбор чисел, как пример - судоку. Сложнее решать ортогональные латинские квадраты и магические квадраты.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} (1,1) & (2,2) & (3,3) \\ (2,3) & (3,1) & (1,2) \\ (3,2) & (1,3) & (2,1) \end{bmatrix}$$

	2	7	6	→ 15
	9	5	1	→ 15
	4	3	8	→ 15
↙	↓	↓	↓	↘
15	15	15	15	15

2	9	3	4	5	7	6	8	1
4	7	5	1	8	6	3	9	2
1	6	8	3	9	2	7	4	5
9	4	2	5	7	1	8	6	3
3	8	1	6	2	9	5	7	4
6	5	7	8	3	4	1	2	9
7	2	6	9	1	3	4	5	8
5	1	4	2	6	8	9	3	7
8	3	9	7	4	5	2	1	6

4/2

				5			8	
4		5		8	6			2
		8		9				5
		2	5	7				3
	8						7	
6				3	4	1		
7				1		4		
5			2	6		9		7
	3			4				

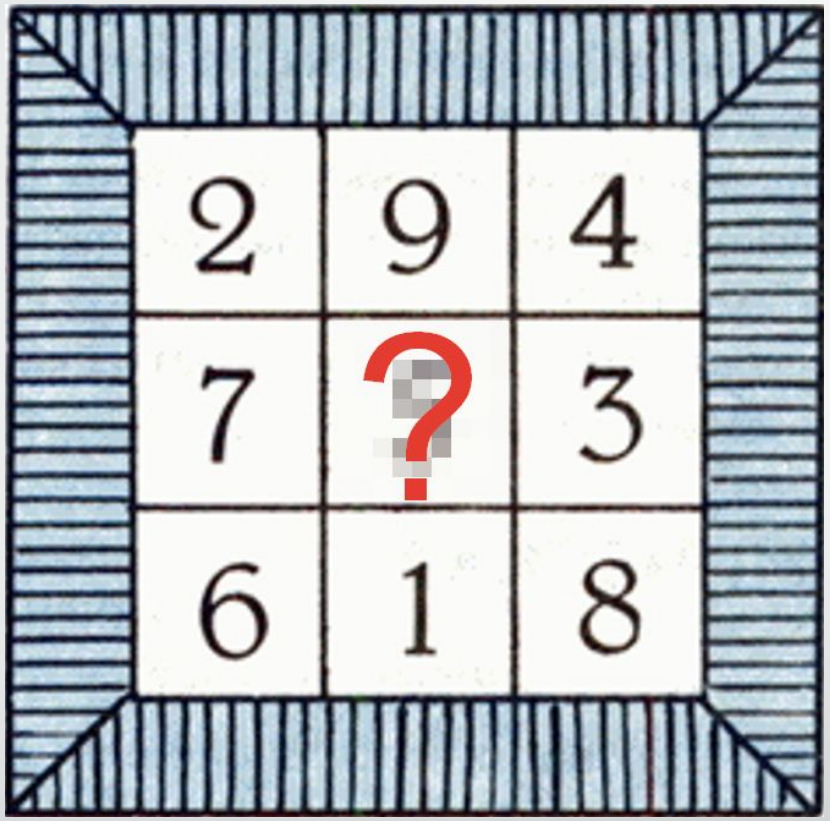
Правила, как разгадывать судоку

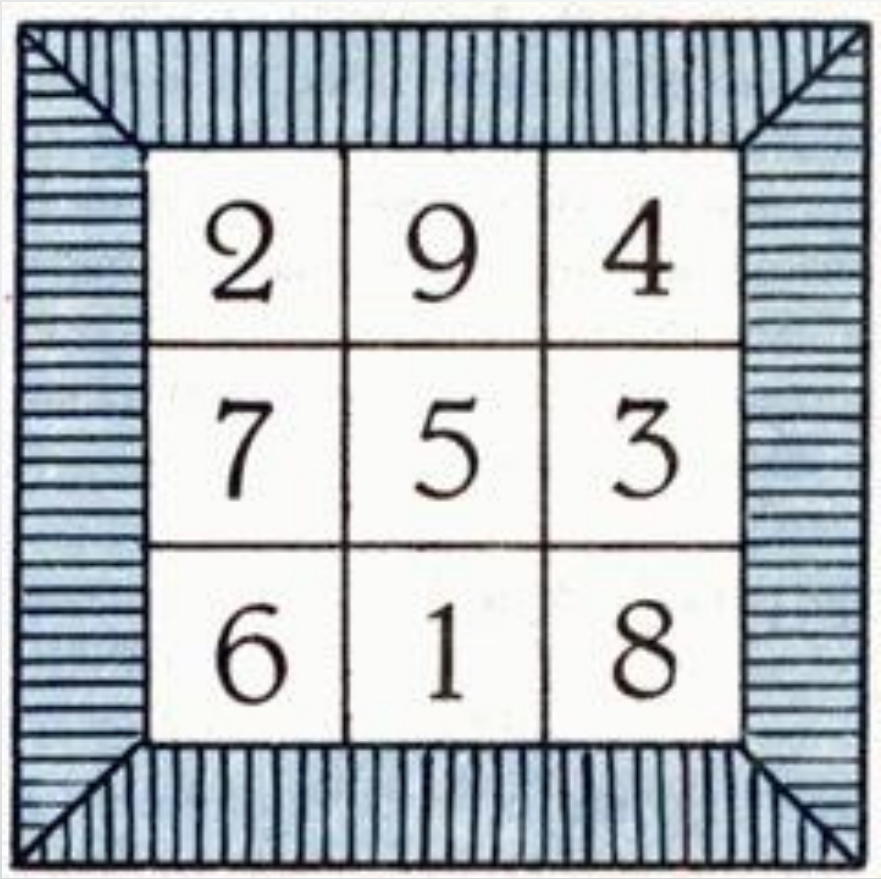
Чтобы получить верное решение, необходимо учесть несколько простых правил:

1. Цифра может быть записана в ячейку только в том случае, если ее нет в горизонтальной и вертикальной линии, а также в малом квадрате 3*3.
2. Если она может быть записана исключительно в одну клетку.

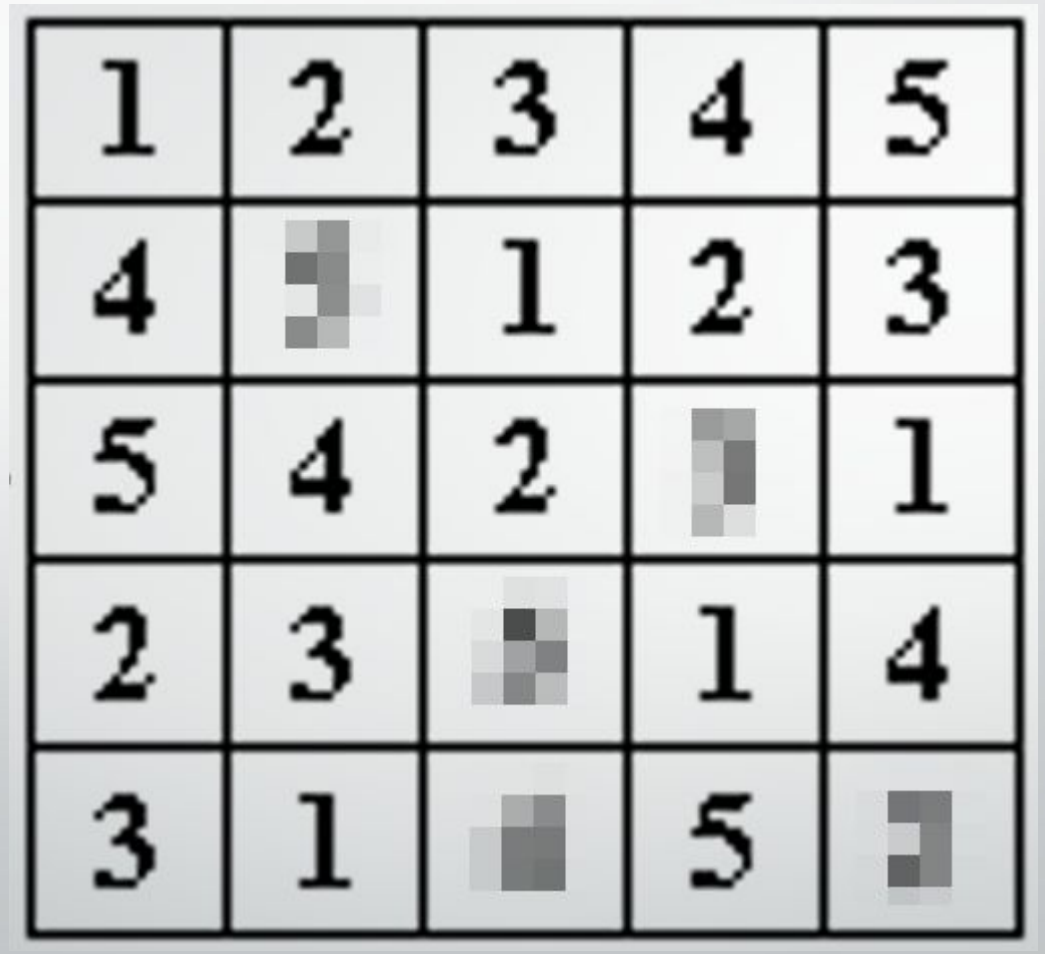
Если оба пункта учтены, значит можно быть уверенным, что ячейка заполнена верно.

Задачи для вас




2 9 4
7 5 3
6 1 8

Составьте латинский квадрат с числами
1, 2, 5 и 7



1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
5	4	2	3	1
2	3	5	1	4
3	1	4	5	2