

ПОДГОТОВКА К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ



Учитель математики высшей категории
Шафорост О.А.
МБОУ ОС(О)Ш №3 г. Краснодар



ОПРЕДЕЛЕНИЕ: События называются *несовместными (независимыми)* если появление одного из них исключает появление других. То есть, может произойти только одно определённое событие, либо другое.



- Классический пример: при бросании игральной кости (кубика) может выпасть только единица, либо только двойка, либо только тройка и т.д. Каждое из этих событий происходит независимо от других и совершение одного из них исключает совершение другого (в одном опыте).
- **Правила комбинаторики** о сумме и произведении вероятностей
- Если происходят независимые события, то вероятность таких событий равна сумме вероятностей этих событий
- Вероятность совершения двух несовместных событий A и B одновременно равна произведению вероятностей

$$A + B$$

*происходит хотя бы одно
из событий*



$$A \cdot B$$

*происходят
оба события*

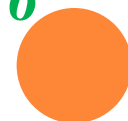


БРОСАЕМ ИГРАЛЬНУЮ КОСТЬ. КАКОВА ВЕРОЯТНОСТЬ ВЫПАДЕНИЯ ЧИСЛА, МЕНЬШЕГО ЧЕТЫРЁХ?



- Числа меньшие четырёх это 1,2,3. Мы знаем, что вероятность выпадения единицы равна $1/6$, двойки $1/6$, тройки $1/6$. Это несовместные события. Можем применить правило сложения. Вероятность выпадения числа меньшего четырёх равна:
$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

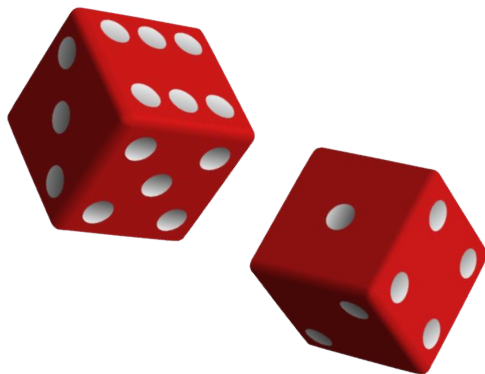
- *Действительно, если исходить из понятия классической вероятности: то число всевозможных исходов равно 6 (число всех граней кубика), число благоприятных исходов равно 3 (выпадение единицы, двойки или тройки). Искомая вероятность равна 3 к 6 или $3/6 = 0,5$.*



***БРОСАЕМ ИГРАЛЬНУЮ КОСТЬ ДВА РАЗА. КАКОВА ВЕРОЯТНОСТЬ
ВЫПАДЕНИЯ ДВУХ ШЕСТЁРОК?***



- ❑ Вероятность выпадения шестёрки первый раз равна $1/6$.
- ❑ Во второй раз так же равна $1/6$.
- ❑ Оба эти события несовместные (независимые).
Вероятность выпадения шестёрки в первый раз и во второй раз равна произведению:



$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$



ДВЕ ФАБРИКИ ВЫПУСКАЮТ ОДИНАКОВЫЕ СТЕКЛА ДЛЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ФАР. ПЕРВАЯ ФАБРИКА ВЫПУСКАЕТ 35 % ЭТИХ СТЕКОЛ, ВТОРАЯ — 65%. ПЕРВАЯ ФАБРИКА ВЫПУСКАЕТ 4% БРАКОВАННЫХ СТЕКОЛ, А ВТОРАЯ — 2%. НАЙДИТЕ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО СЛУЧАЙНО КУПЛЕННОЕ В МАГАЗИНЕ СТЕКЛО ОКАЖЕТСЯ БРАКОВАННЫМ.

- Первая фабрика выпускает 0,35 продукции (стёкол). Вероятность купить бракованное стекло с первой фабрики равна 0,04.
- Вторая фабрика выпускает 0,65 стёкол. Вероятность купить бракованное стекло со второй фабрики равна 0,02.
- Вероятность того, что стекло куплено на первой фабрике И при этом оно окажется бракованным равна $0,35 \cdot 0,04 = 0,0140$.
- Вероятность того, что стекло куплено на второй фабрике И при этом оно окажется бракованным равна $0,65 \cdot 0,02 = 0,0130$.
- Покупка в магазине бракованного стекла подразумевает, что оно (бракованное стекло) куплено ЛИБО с первой фабрики, ЛИБО со второй. Это независимые события, то есть полученные вероятности складываем:
- $0,0140 + 0,0130 = 0,027$
- Ответ: 0,027



Если ГРОССМЕЙСТЕР А. ИГРАЕТ БЕЛЫМИ, ТО ОН ВЫИГРЫВАЕТ У ГРОССМЕЙСТЕРА Б. С ВЕРОЯТНОСТЬЮ 0,62. Если А. ИГРАЕТ ЧЕРНЫМИ, ТО А. ВЫИГРЫВАЕТ У Б. С ВЕРОЯТНОСТЬЮ 0,2. ГРОССМЕЙСТЕРЫ А. И Б. ИГРАЮТ ДВЕ ПАРТИИ, ПРИЧЕМ ВО ВТОРОЙ ПАРТИИ МЕНЯЮТ ЦВЕТ ФИГУР. НАЙДИТЕ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО А. ВЫИГРАЕТ ОБА РАЗА.

- Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга.
- Сказано, что **гроссмейстер должен выиграть оба раза**. То есть, выиграть первый раз И при этом ещё выиграть ещё второй раз.
- В случае, когда происходят независимые события при условии того, что они выполняются определённым образом (происходят одновременно), **то вероятности этих событий перемножаются (используется правило умножения)**.
- Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $0,62 \cdot 0,2 = 0,124$.
- Ответ: 0,124



На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,25. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

- То есть необходимо найти вероятность того, что школьнику достанется вопрос ЛИБО по теме «Вписанная окружность», ЛИБО по теме «Параллелограмм».
- В данном случае вероятности складываются, так как это события несовместные (независимые) и произойти может любое из этих событий: $0,3 + 0,25 = 0,55$.
- *Несовместные (независимые) события – это события, которые не могут произойти одновременно.
- Ответ: 0,55



Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что биатлонист первые четыре раза попал в мишени, а последний промахнулся. Результат округлите до сотых.

- Поскольку биатлонист попадает в мишени с вероятностью 0,9, то он промахивается с вероятностью $1 - 0,9 = 0,1$ (промах и попадание это события, которые при одном выстреле не могут произойти одновременно, сумма вероятностей этих событий равна 1).
- Если речь идёт о совершении нескольких (независимых) событий при условии, что произойдёт одно событие из них и при этом другое (последующие) событие в одно время, то вероятности каждого отдельного такого события перемножаются.
- Таким образом, вероятность события «попал, попал, попал, попал, промахнулся» равна $0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,9 \cdot 0,1 = 0,06561$
- Округляем до сотых, получаем 0,07
- Ответ: 0,07



По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Вероятность того, что первый магазин не доставит товар, равна

$$1 - 0,9 = 0,1$$

Вероятность того, что второй магазин не доставит товар, равна

$$1 - 0,8 = 0,2$$

Эти события независимы. Вероятность совершения независимых событий одновременно (оба магазина не доставят товар), равна произведению вероятностей этих событий: $0,1 \cdot 0,2 = 0,02$.

Ответ: 0,02



Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.



Выпадение жребия каждый отдельный раз это есть независимые друг от друга события. Каждый раз вероятность выпадения жребия для команды «Статор» равна 0,5 (при чём не важно для какого события – начнёт первым или вторым).

Требуется найти вероятность произведения трех событий:

«Статор» начинает первую игру, не начинает вторую игру, начинает третью игру. Вероятность совершения независимых событий в одно время равна произведению вероятностей этих событий.

Вероятность каждого из них, как уже сказано, равна 0,5.

Таким образом, находим: $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$.

Ответ: 0,125



Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Анализ может быть положительным если:

А) пациент болеет гепатитом, при этом его анализ верен;

В) пациент не болеет гепатитом, при этом его анализ ложен.

Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий.

Имеем:

$$P(A) = 0,05 \cdot 0,9 = 0,045$$

$$P(B) = 0,95 \cdot 0,01 = 0,0095$$

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,045 + 0,0095 = 0,0545$$

Ответ: 0,0545



Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.



Обозначим «ДА» ту сторону монеты, которая отвечает за выигрыш жребия «Физиком», другую сторону монеты обозначим «НЕТ». Тогда благоприятных комбинаций три: ДА-ДА-НЕТ, ДА-НЕТ-ДА, НЕТ-ДА-ДА.

Всего комбинаций восемь:



НЕТ-НЕТ-НЕТ
НЕТ-НЕТ-ДА
НЕТ-ДА-НЕТ
НЕТ-ДА-ДА
ДА-НЕТ-НЕТ
ДА-НЕТ-ДА
ДА-ДА-НЕТ
ДА-ДА-ДА



Можно также определить по формуле $2^3 = 8$.

Таким образом, искомая вероятность равна 3 к 8 или $3/8 = 0,375$.

Ответ: 0,375



При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного меньше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.



По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965.

Значит, необходимо найти вероятность противоположного события.

Она равна $1 - 0,965 = 0,035$.

Ответ: 0,035



В МАГАЗИНЕ СТОЯТ ДВА ПЛАТЁЖНЫХ АВТОМАТА. КАЖДЫЙ ИЗ НИХ МОЖЕТ БЫТЬ НЕИСПРАВЕН С ВЕРОЯТНОСТЬЮ 0,07 НЕЗАВИСИМО ОТ ДРУГОГО АВТОМАТА. НАЙДИТЕ ВЕРОЯТНОСТЬ ТОГО, ЧТО ХОТЯ БЫ ОДИН АВТОМАТ ИСПРАВЕН.

- ▣ Найдем вероятность того, что неисправны оба автомата.
- ▣ Эти события независимые, значит вероятность будет равна произведению вероятностей этих событий: $0,07 \cdot 0,07 = 0,0049$.
- ▣ Значит, вероятность того, что исправны оба автомата или какой-то из них будет равна $1 - 0,0049 = 0,9951$.
- ▣ *Исправны оба и какой-то один полностью – отвечает условию «хотя бы один».
- ▣ Можно представить вероятности всех (независимых) событий для проверки:
- ▣ 1. «неисправен-неисправен» $0,07 \cdot 0,07 = 0,0049$
- ▣ 2. «исправен-неисправен» $0,93 \cdot 0,07 = 0,0651$
- ▣ 3. «неисправен-исправен» $0,07 \cdot 0,93 = 0,0651$
- ▣ 4. «исправен-исправен» $0,93 \cdot 0,93 = 0,8649$
- ▣ Чтобы определить вероятность того, что исправен хотя бы один автомат, необходимо сложить вероятности независимых событий 2,3 и 4:
- ▣ $0,0651 + 0,0651 + 0,8649 = 0,9951$
- ▣ Ответ: 0,9951

