

Презентация на тему:
уравнения с параметрами.

Выполнила:
учитель математики Пархоменко Н.А.

Решить уравнение $\frac{2x + 3}{x - a} = 0$ для каждого значения a .

Данное уравнение равносильно системе
$$\begin{cases} 2x + 3 = 0 \\ x - a \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x \neq a. \end{cases}$$

Ответ: при $a \neq -\frac{3}{2}$ $x = -\frac{3}{2}$, при $a = -\frac{3}{2}$ решений нет.

Найти все такие значения p , для которых один из корней уравнения $x^2 - 3px + 2p^2 = 0$ равен 1, и для каждого такого значения p найти остальные корни.

Для того чтобы один из корней уравнения был равен 1, необходимо и достаточно, чтобы $1^2 - 3p \cdot 1 + 2p^2 = 0$, т. е. $2p^2 - 3p + 1 = 0$,

$$p_1 = 1, p_2 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{При } p = 1 \quad x^2 - 3x + 2 = 0, x_1 = 1, x_2 = 2;$$

$$\text{при } p = \frac{1}{2} \quad x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0, x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}.$$

Ответ: при $p = 1$ и при $p = \frac{1}{2}$. При $p = 1$ $x_2 = 2$; при $p = \frac{1}{2}$ $x_2 = \frac{1}{2}$.

При каких значениях a уравнение $4^x - (a + 2) 2^x + 2a = 0$ имеет
а) хотя бы одно решение; б) ровно одно решение; в) более одного решения?

Сделаем замену $2^x = t$,

$$t^2 - (a + 2) \cdot t + 2a = 0, \quad t_1 = a, \quad t_2 = 2.$$

$2^x = 2, x = 1$ при любом a .

$2^x = a$, при $a \leq 0$ решений нет; при $a > 0$ $x = \log_2 a$.

Заметим, что при $a = 2$ $x = 1$ совпадает с первым корнем.

Ответ: а) при всех значениях a ; б) при $a \leq 0$ и $a = 2$; в) при $0 < a < 2$ и $a > 2$.

При каких значениях b уравнения $\sin^2 x - (3 + b) \sin x + 3b = 0$ и $x^2 = b$ равносильны?

Если первое уравнение имеет решение x_0 , то оно имеет и бесконечно много решений вида $x_0 + 2\pi k$, т. е. не может быть равносильно уравнению $x^2 = b$, имеющему не более двух решений.

Уравнения равносильны, если они оба не имеют решений.

Уравнение $x^2 = b$ при $b < 0$ не имеет решений, второе уравнение

равносильно объединению $\begin{cases} \sin x = b \\ \sin x = 3, \end{cases}$ не имеющему решений

при $b < -1$ или $b > 1$. Таким образом, оба уравнения не имеют решений, т. е. равносильны при $b < -1$.

Ответ: при $b < -1$.

Найти все значения p , при которых сумма действительных корней уравнения $x^2 - px + 3 = 0$ меньше пяти.

При $D \geq 0$ $x_1 + x_2 = p$.

$$\begin{cases} p < 5 \\ D \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p < 5 \\ p^2 - 12 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; 5).$$

Ответ: $p \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; 5)$.

При каких значениях m уравнения $x^2 + 3x - m = 0$ и $mx^2 + x + 3 = 0$ имеют общий корень? Для каждого такого значения m найти этот корень.

Пусть t — общий корень уравнений. Составим систему двух уравнений с двумя неизвестными (t и m):

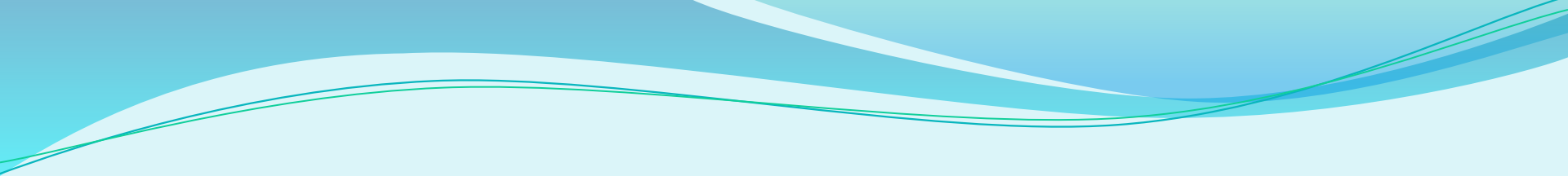
$$\begin{aligned} \begin{cases} t^2 + 3t - m = 0 \\ mt^2 + t + 3 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} t(t + 3) = m \\ t + 3 = -mt^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t(t + 3) = m \\ m = -mt^2 \cdot t \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t(t + 3) = m \\ m = 0 \\ t = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

При $m = 0$ $\begin{cases} x^2 + 3x = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases}$ общий корень $x = -3$;

при $t = -1$ $m = (-1)(-1 + 3) = -2$.

$\begin{cases} x^2 + 3x + 2 = 0 \\ -2x^2 + x + 3 = 0 \end{cases}$ общий корень $x = -1$.

Ответ: при $m = -2$ $x = -1$; при $m = 0$ $x = -3$.



● Литература:

● алгебра справочное издания Л.И.Звавич.