

Монотонность функции

Автор: Грищенко Зинаида Николаевна –
преподаватель математики ГБПОУ «Пильнинский
агропромышленный техникум».

Цель урока

- Обучение применению связи возрастания и убывания функции на промежутке со знаком производной этой функции на данном промежутке.

Задачи урока

- **- обучающие**
- изучить с учащимися алгоритм исследования функции на промежутки монотонности;
- **-развивающие**
- развитие памяти, логического мышления, внимания;
- **-воспитательные**
- воспитание культуры устной и письменной речи, аккуратности, способности анализировать собственную деятельность и деятельность партнёра.

Соотнести функцию и её производную

Функция	Производная
а) $2x^4 - 7x^2 - 5$	
	2) $8x^3 - 14x$

Цель операционно-познавательной работы

- Установить связь между промежутками монотонности функции и знаком её производной на этих промежутках.

Задание для групп

- Первая группа: построить график функции $y = -3x^6 - 2x^3 + 9x^2 - 2$. Найти интервалы возрастания и убывания функции. Результаты записать в виде таблицы на доске.
- Вторая группа: построить график функции $Y = -18x^5 - 6x^2 + 18x$. Найти интервалы, на которых функция принимает положительные значения, и интервалы, на которых функция принимает отрицательные значения. Результаты записать в виде таблицы на доске.

График функции первой группы

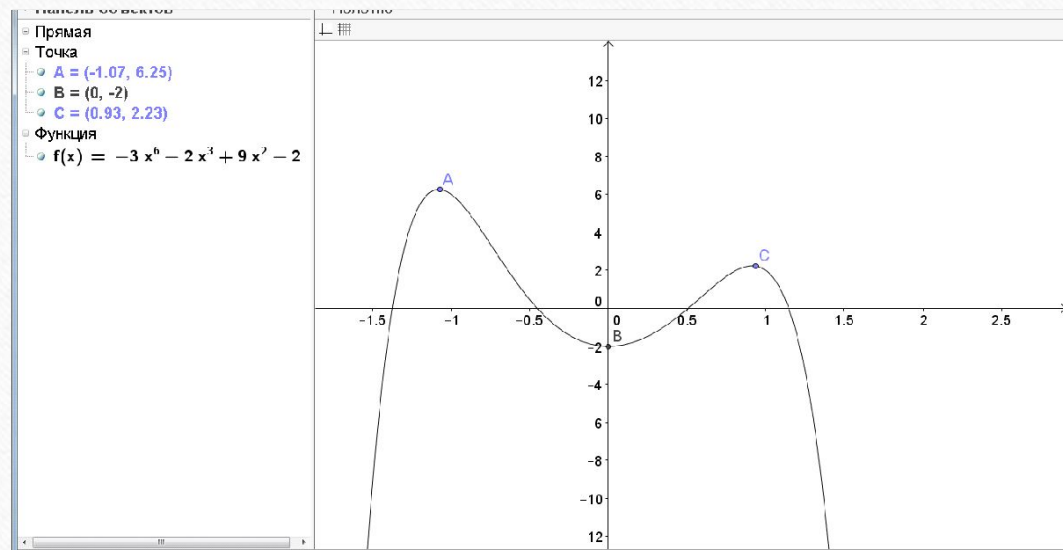
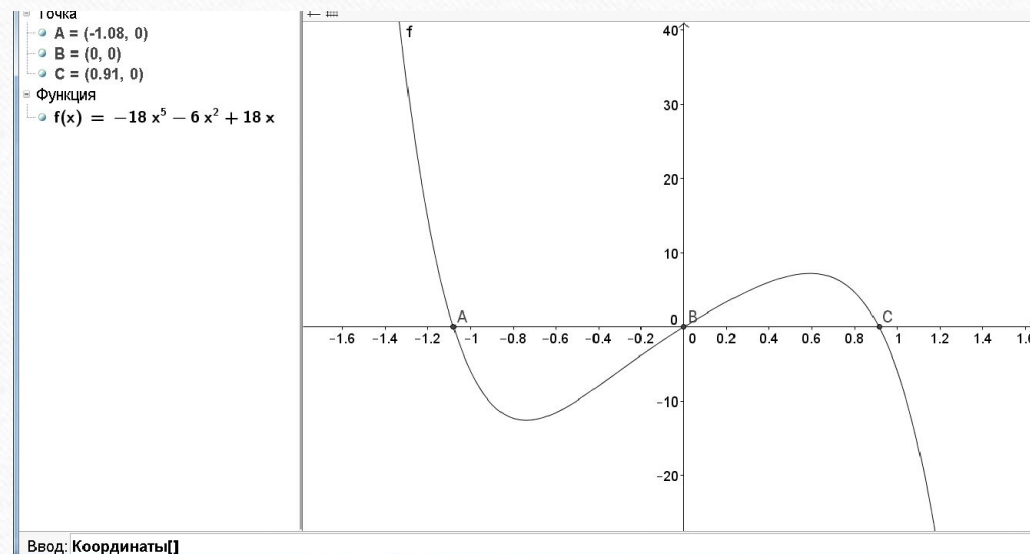


График функции второй группы



Результаты исследования

интервалы возрастания: $(-\infty; -1,07)$ и $(0; 0,93)$	принимает положительные значения: $(-\infty; -1,08)$ и $(0; 0,91)$
интервалы убывания: $(-1,07; 0)$ и $(0,93; +\infty)$	принимает отрицательные значения: $(-1,08; 0)$ и $(0,91; +\infty)$

Выводы исследования

- Вторая функция является производной первой функции.
- Функция возрастает на тех интервалах, на которых производная принимает положительные значения, и убывает – на которых производная принимает отрицательные значения.

Правило

- Пусть функция $y = f(x)$ монотонна на некотором промежутке и имеет производную y' в каждой точке этого промежутка.
- Если функция возрастает на промежутке T , то её производная во всех точках этого промежутка больше или равна нулю:

$$f \uparrow \Rightarrow f'(x) \geq 0.$$

- Если функция убывает на промежутке T , то её производная во всех точках этого промежутка меньше или равна нулю:

$$f \downarrow \Rightarrow f'(x) \leq 0.$$

Обратное утверждение

- Если на некотором промежутке производная положительна, то функция возрастает на этом промежутке:

$$f'(x) > 0 \Rightarrow f \uparrow.$$

- Если на некотором промежутке производная отрицательна, то функция убывает на этом промежутке:

$$f'(x) < 0 \Rightarrow f \downarrow.$$

Алгоритм нахождения интервалов возрастания и убывания функции $y = f(x)$

- 1. Находим производную $y' = f'(x)$;
- 2. Приравниваем производную к нулю, если это можно, и решаем полученное уравнение $f'(x) = 0$

Пусть x_1, x_2 – корни уравнения;

- 3. Отмечаем числа, являющиеся корнями уравнения, на числовой оси и расставляем знаки производной функции на полученных интервалах.
- 4. Записываем интервалы:

возрастания - интервалы со знаком +,

убывания – интервалы со знаком -.

Замечание

- если производную нельзя приравнять к нулю, то вторым пунктом алгоритма является решение неравенств

$$f'(x) > 0 \text{ и } f'(x) < 0.$$

Третий пункт алгоритма в этом случае пропускается.

Задания для коллективного выполнения

• Исследовать функции на интервалы монотонности:

• а) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - 2;$

• б) $y = x + \sin x;$

• в) $y = \frac{x^2 + x - 4}{x^2}.$

Домашнее задание

• Найти интервалы возрастания и убывания следующих функций:

• а) $y = x^3 + 6x^2 - 15x + 3;$

• б) $y = x^4 - 4x^2;$

• в) $y = x + \frac{16}{x};$

• г) $y = \frac{x^2 - 1}{x}$