



Логарифмы – прихоть математиков или жизненная необходимость?



*Логарифмы – это рифмы,
Словно в музыке слова.
С ними проще вычисленья –
Не сложнее, чем дважды два.
Л. Нестерова*



Заседание «Учебного совета»



Цель:

- ❖ Систематизируем и расширим знания по теме «Логарифмы»;
- ❖ Рассмотрим практическое и теоретическое применение логарифмов;
- ❖ Решим логарифмы из заданий ЕГЭ;
- ❖ И просто отдохнем вместе с логарифмами.





План заседания

Приветственная речь
председателя Ученого Совета

Введение в мир логарифмов с
математической точки зрения



Черно— белое оппонирование

История развития
логарифмов. Логарифм—это
занимательно?!

Черно— белое оппонирование

Логарифм— это обычное
математическое понятие или
нечто большее?

Черно— белое оппонирование

Логарифм в заданиях ЕГЭ.
Мини—соревнования
Рефлексия





**Математики -
теоретики**

Историки

**Делимся на
группы**

Науковеды

**Математики -
практики**



Группа «Математики-теоретики»

Логарифмы в

Цель: Определить необходимость изучения логарифмов в

математике
Задачи:

- 1. Сбор информации*
- 2. Обработка информации*
- 3. Формулировка чёткого ответа на ключевой вопрос*
- 4. Создание презентации*
- 5. Представление своего исследования*





ОСНОВОПОЛАГАЮЩИЙ ВОПРОС:

**Возможна ли
математика без
логарифмов?**



Нужно ли в математике изучать логарифмы?

- не нужно
- Что такое логарифмы?
- нужно, не знаю зачем
- нужно, для института



Ну, кому понадобились эти логарифмы?



Слово «логарифм»

происходит от греческих слов $\lambda\omicron\gamma\omicron\phi$ - **число** и $\alpha\rho\iota\mu\omicron\phi$ - **отношение**.

Переводится как «отношения чисел», одно из которых является членом арифметической прогрессии, а

Словарь русского языка С. И. Ожегова

Логарифм - в математике: показатель степени, в которую надо возвести число, называемое основанием, чтобы получить данное число.

«Толковый словарь живого великорусского языка» В. Даль

Логарифм. Если под рядом чисел геометрической прогрессии (лествицы) выставить ряд отвечающих им чисел арифметической прогрессии, то каждое из последних будет логарифмом дружки своей, в первом порядке; сим способом умножение обращают в сложение, деление в вычитанье, что и облегчает выкладки



1. $\log_a 1 = 0$, потому что $a^0 = 1$

2. $\log_a a = 1$, потому что $a^1 = a$

3. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

4. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

5. $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$

6. $\log_{a^p} x = \frac{1}{p} \cdot \log_a x$

7. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$

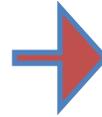
8. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

«Осознав, что в математике нет ничего более скучного и утомительного, чем умножение, деление, извлечение квадратных и кубических корней, и что названные операции являются бесполезной тратой времени и неиссякаемым источником неуловимых ошибок, я решил найти простое и надежное средство, чтобы избавиться от них».

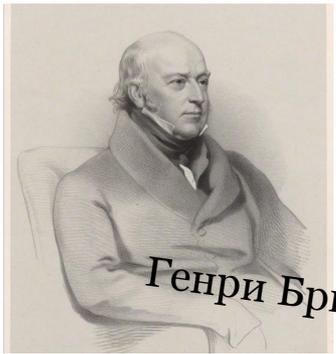
Джон Непер, «Канон о логарифмах»



Бригсов логарифм - то же, что десятичный логарифм. Назван по имени Г. Бригса

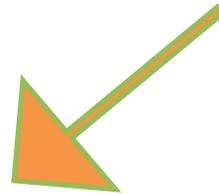


Десятичный логарифм - логарифм по основанию 10. Десятичный логарифм числа a обозначают $\lg a$

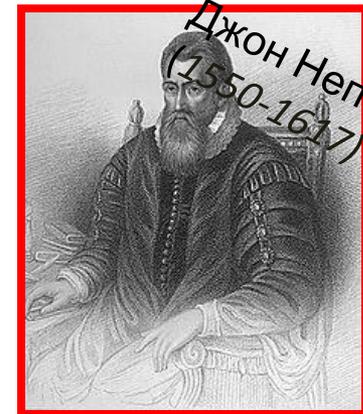


Генри Бригс (1561-1631)

Натуральный логарифм - логарифм, основание которого - неперово число $e = 2,718 28...$ Натуральный логарифм числа a обозначают $\ln a$.



Неперов логарифм - (по имени Дж. Непера), то же, что натуральный логарифм



Джон Непер (1550-1617)



«Золотые»
логарифмы –
это логарифмы
с основанием
равным числу
 Φ (1, 6180339)
описываются
формулой
 $\log_{\Phi} M = P$



В мире нет ничего, кроме
Красоты.
В Красоте нет ничего, кроме
Формы.
В Форме нет ничего, кроме
пропорций.
В пропорциях нет ничего, кроме
Числа.
Пифагор

Три основания
логарифмов:

10,000; 3,838; 2,71.

Простые и сложные

проценты

Сложные процентные

ставки вычисляются по формуле:

$$n = \log_{1 + \frac{p}{100}} \frac{S_n}{S}$$

Где n – срок увеличения вклада,

S – первоначальная сумма вклада,

S_n – итоговая сумма вклада,

p – процентная ставка

$$n = \log_{1 + \frac{10}{100}} \frac{1000000}{10000} =$$

$$= \log_{1,1} 100 = 48,4 =$$

$$= 48 \text{ лет } 146 \text{ дней}$$

Через сколько лет

банковский вклад в 10 тыс.

рублей при процентной

ставке 10 % годовых

вырастет в миллион?



Простые процентные ставки

вычисляются так:

$$\frac{1000000 - 10000}{10000 \cdot \frac{10}{100}} = \frac{90000}{1000} = 90 \text{ лет}$$



Зачем мы изучаем логарифмы?

Во-первых, логарифмы и сегодня позволяют упрощать вычисления.

Во-вторых, испокон веков целью математической науки было помочь людям узнать больше об окружающем мире, познать его закономерности и тайны.



Логарифмы – важные составляющие не только математики, но и всего окружающего мира, поэтому интерес к ним не ослабевает с годами и их необходимо продолжать изучать.



Группа «Историки»

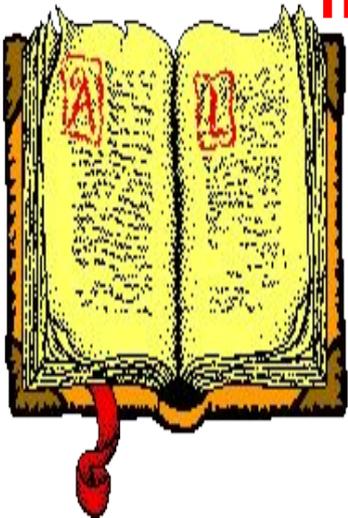
История появления
логарифмов

Цел

ь: Установить картину возникновения
понятия «логарифм»

Задач

и: Проект предполагает сбор и анализ данных, их
представление в четком визуальном виде и
направлен на формирование понимания
содержательного смысла термина
«логарифм»





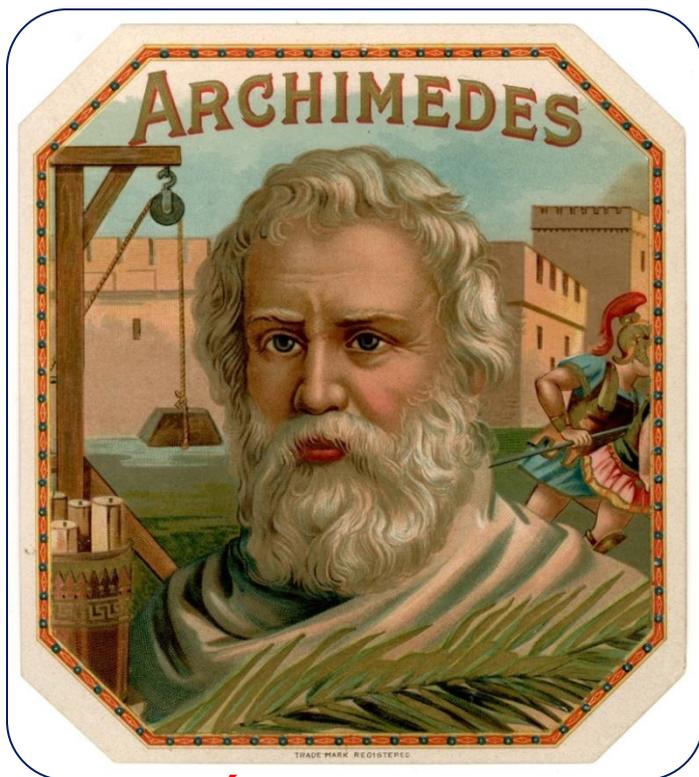
**Кем и когда
были введены
логарифмы?**





Изобретение логарифмов тесно связано с развитием в XVI в. производства и торговли, астрономии и мореплавания. Требовались новые методы





Архимед (III в. до н.э.) — древнегреческий физик, механик и инженер из Сиракуз.

**Изобретение логарифмов, сократив работу астронома, продлило ему жизнь.
П. С. Лаплас**



Продолжил работу в XVI веке шотландский барон Непер

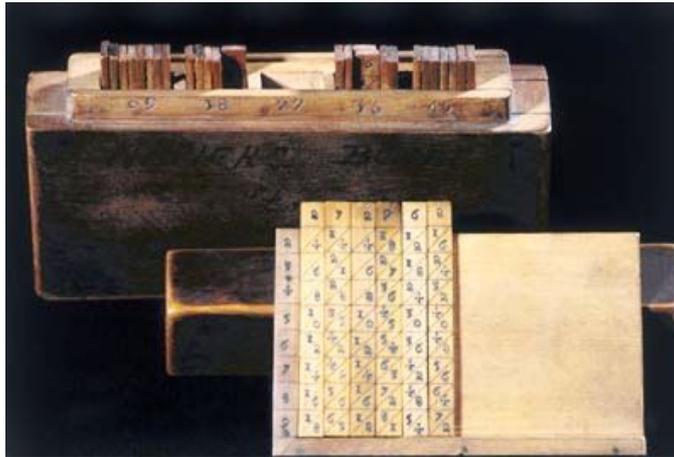


История развития логарифмов

Я всегда старался, насколько позволяли мои силы и способности, освободить людей от трудности и скуки вычислений, докучливость которых обыкновенно отпугивает очень многих от изучения математики



Джон
Непер
1550—1617 г



Палочки
Непера





Непер Джон (1550—1617) — шотландский математик, изобретатель логарифмов. Учился в Эдинбургском университете. Основными идеями учения о логарифмах Непер овладел не позднее 1594, однако его «Описание удивительной таблицы логарифмов», в котором изложено это учение, было издано в 1614. В этом труде содержались определение логарифмов, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.

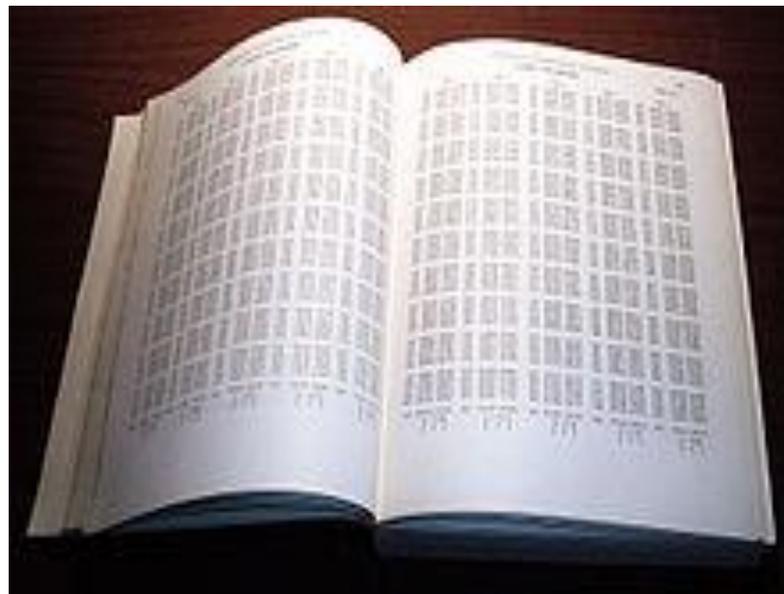




Непер вошёл в историю как изобретатель замечательного вычислительного инструмента – таблицы логарифмов. Это открытие вызвало гигантское облегчение труда вычислителя.

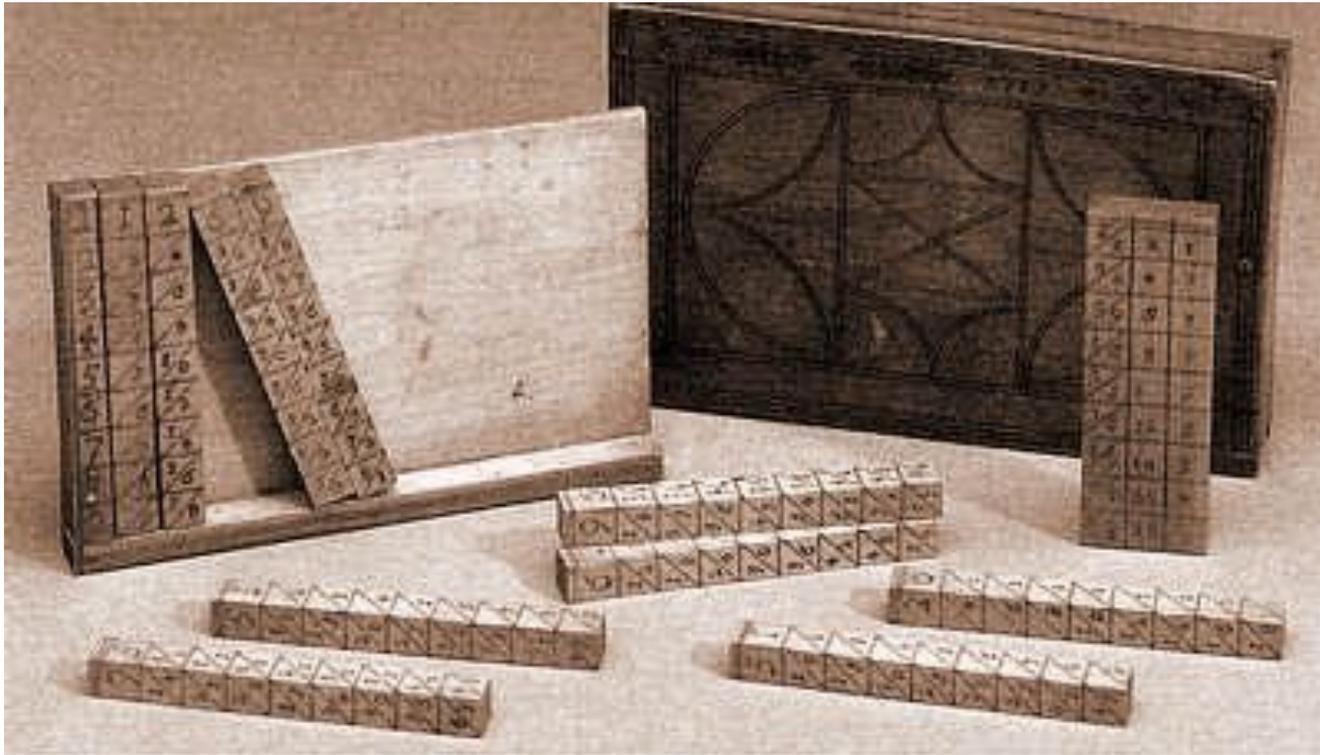
В честь Джона Непера названы:

- кратер на Луне;
- астероид 7096 Непер;
- логарифмическая безразмерная единица, измеряющая отношение двух величин;
- университет в Эдинбурге





Непер изобрёл счётный прибор - «палочки Непера». позволявшие производить операции умножения и деления непосредственно над исходными числами. В основу данного метода Непер положил способ умножения решеткой.





Логарифмическая линейка - инструмент вычислений

В 1623 г. английский математик Д. Гунтер изобрёл первую логарифмическую линейку, ставшую рабочим инструментом для многих поколений.



Принцип действия логарифмической линейки основан на том, что умножение и деление чисел заменяется соответственно сложением и вычитанием их логарифмов.



Логарифмические линейки были двух видов. Первые выглядели такими, как и представленная на снимке. Они отличались длиной (от 15 до 50-75 см.), от нее зависела точность вычислений. Вторые напоминали часы: несколько шкал по окружности подвижного циферблата, стрелочки, неподвижная метка. Однако принцип в них был заложен одинаковый.





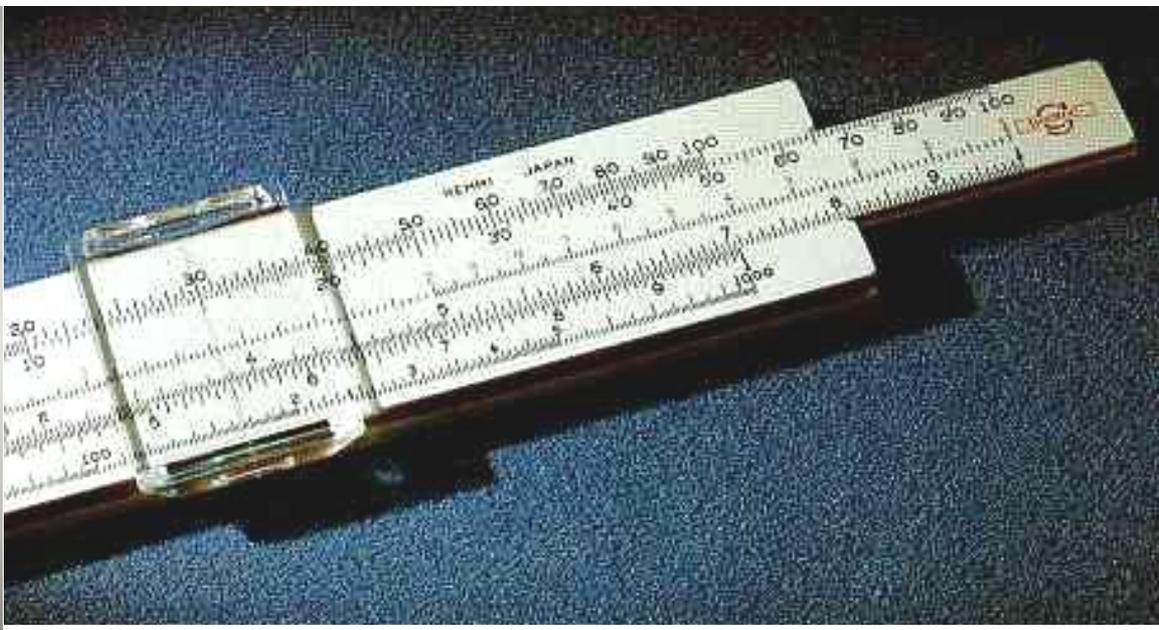
Цилиндрическая логарифмическая линейка



Инженерно – навигационная логарифмическая линейка



Круговая логарифмическая линейка

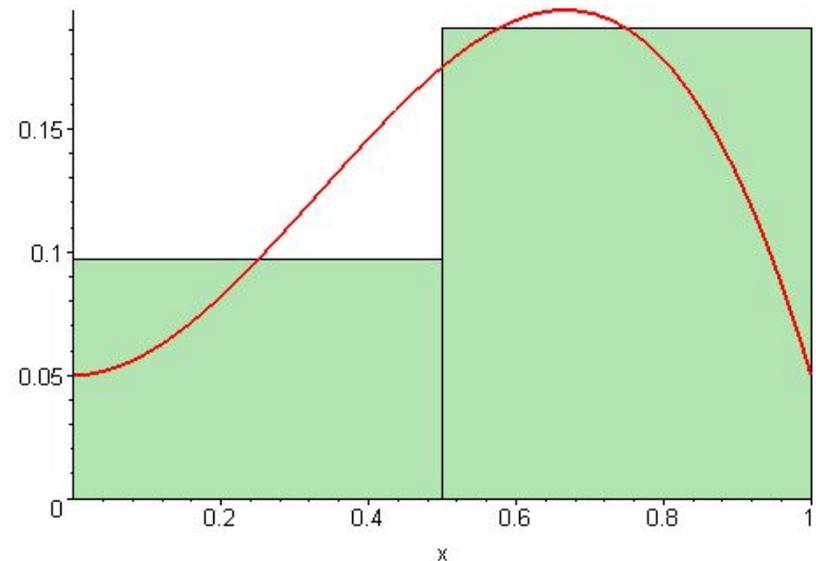


Логарифмическая линейка



При помощи таких логарифмических линеек советские инженеры выполняли расчеты при проектировании зданий, сооружений, крупных промышленных объектов, возводимых в СССР, новых самолетов, машин, кораблей. Ее использовали бухгалтеры и специалисты, которых сейчас назвали бы менеджерами. Когда-то логарифмические линейки значительно облегчали жизнь и студентам.

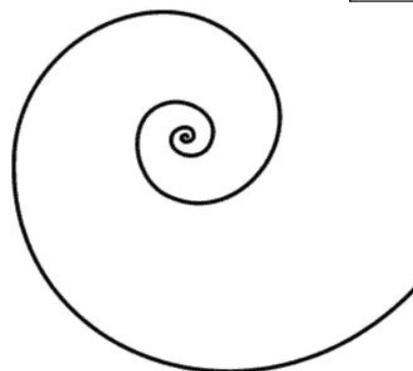
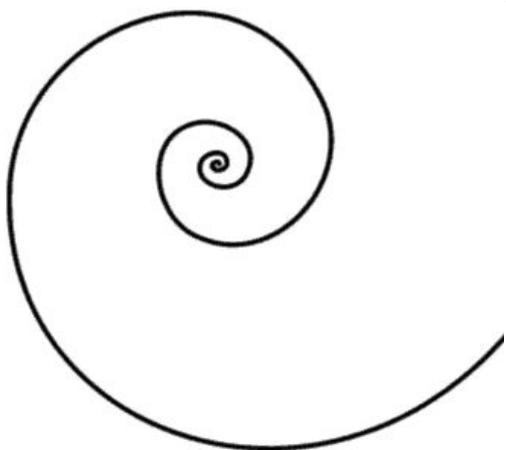
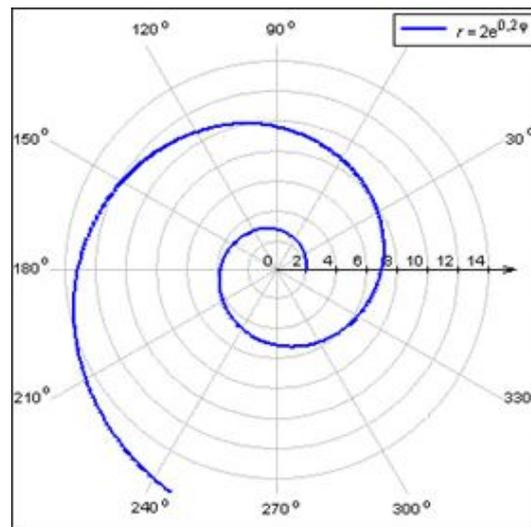
Ныне неумолимый прогресс предал логарифмические линейки забвению и оставил им место только на музейной полке.





**Логарифмы — это все! Музыка и звуки!
И без них никак нельзя обойтись науке!**

**Вот вы когда-нибудь слышали
О логарифмической спирали?**





Знаменитости и спираль



Впервые о логарифмической спирали говорится в письме французского математика Рене Декарта в 1638 г.



Великий немецкий поэт Иоганн Вольфганг Гете считал логарифмическую спираль математическим символом жизни.



Логарифмическая спираль так поразила математика Якоба Бернулли, что он завещал высечь ее изображение на своем надгробном камне вместе с надписью на латинском «Измененная, возрождаюсь прежней».





ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ «КОМЕДИЯ 2 > 3»

Комедия начинается с неравенства $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$ бесспорно
правильного.

Затем следует преобразование $\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$ тоже не внушающее
сомнение.
 $\lg\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \lg\left(\frac{1}{2}\right)^3$

Большему числу соответствует больший логарифм, значит,
 $2 \lg \frac{1}{2} > 3 \lg \frac{1}{2}$

После сокращения на $\lg \frac{1}{2}$ получаем: **2 > 3.**

В чем ошибка этого рассуждения?

Ошибка в том, что $\lg \frac{1}{2} < 0$, поэтому после сокращения на него знак
неравенства надо было поменять.



ВЫВОД:

Мы постарались проследить, как в ходе истории возникала необходимость введения и изучения логарифмов, усиливалась их значимость.





Группа «Науковеды»

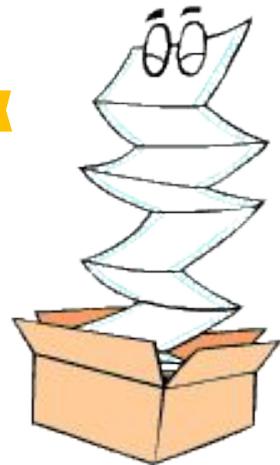
Логарифмы - это обычные математические понятия или нечто большее?!

Цел

ь: В каких науках применяются логарифмы

Задач

и: Как многие реальные объекты астрономии, биологии, физики, химии и других естественных наук связаны с логарифмами?

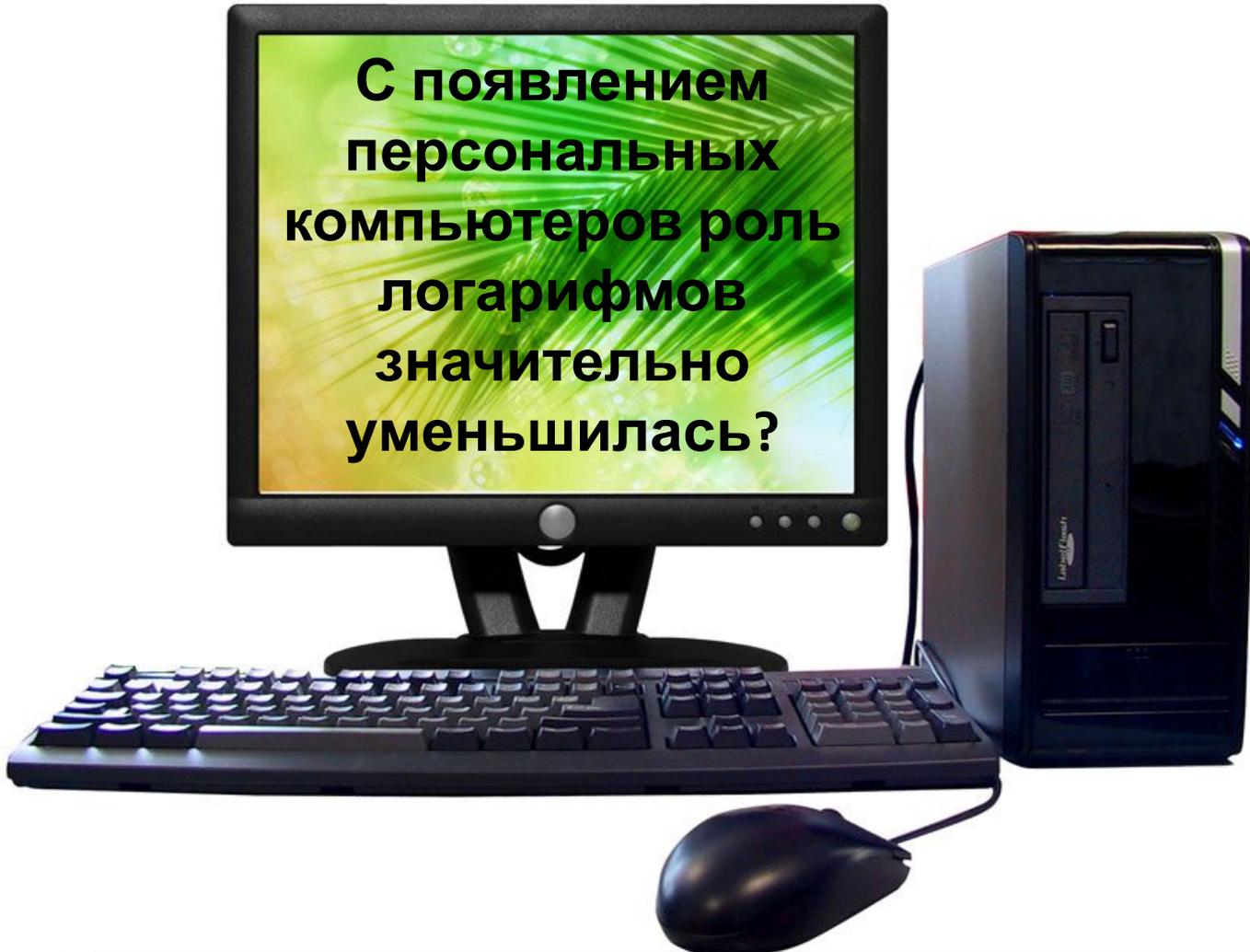




Зачем логарифмы в современном мире? Интересное и удивительное о логарифмах!

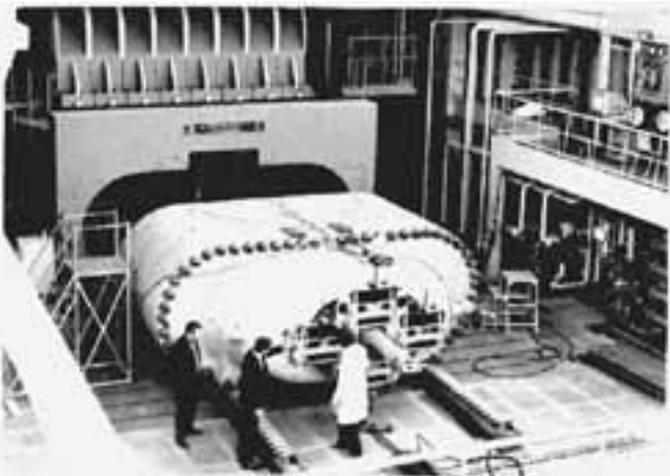
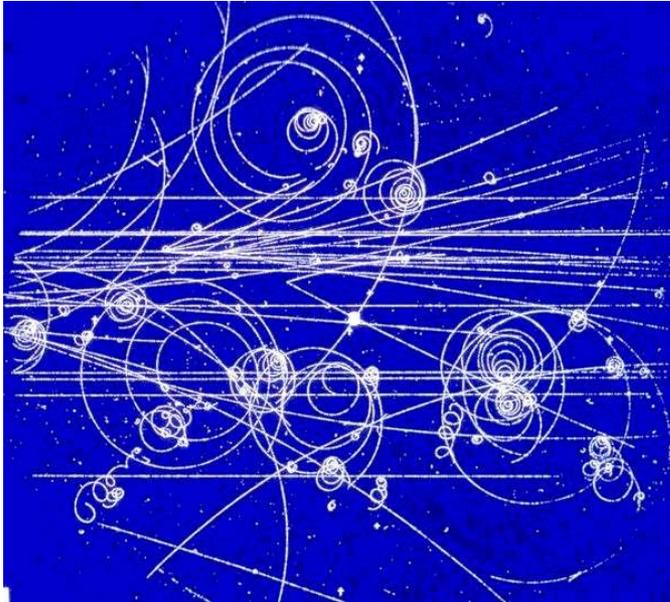


С появлением персональных компьютеров роль логарифмов значительно уменьшилась?





Логарифмы в физике и астрономии





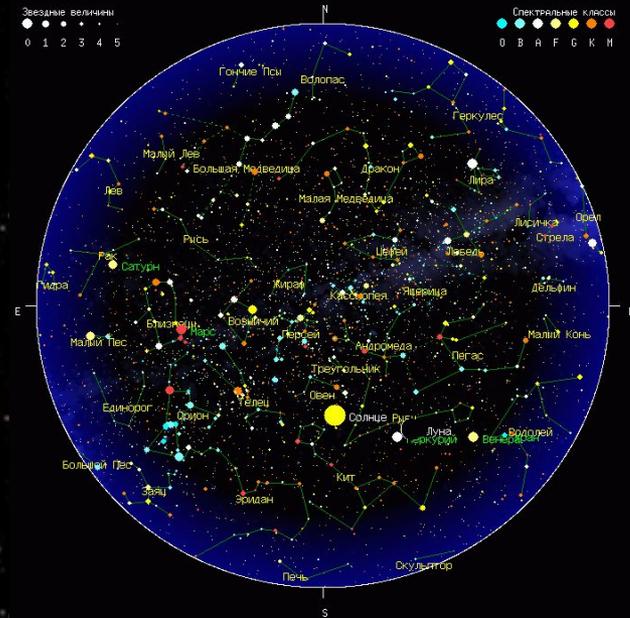
Звёзды

Во II веке до н.э. Гиппарх разделил звезды на 6 групп. Самые яркие – звезды 1-ой величины, самые слабые – 6-ой величины.

Установлено, что звезда 1-ой вел. ярче звезды 6-ой вел. ровно в 6 раз.

- звезда 1 вел. ярче зв. 2 вел. в $2,512$;
- звезда 1 вел. ярче зв. 3 вел. в $2,512^2$;

«Величина» звезды есть не что иное, как логарифм ее физической яркости.



Так что астрологи, оценивая видимую яркость звезд, оперируют с таблицей логарифмов, составленной при основании $2,512$.



Логарифмы и логарифмическая спираль в ХИМИИ

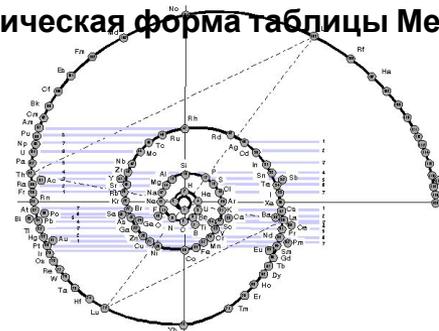
- **Водородный показатель рН** — это мера активности ионов водорода в растворе, количественно выражающая его кислотность, вычисляется как отрицательный десятичный логарифм концентрации водородных ионов, выраженной в молях на литр:



- $$pH = -\lg [H^+]$$



Геометрическая форма таблицы Менделеева





Логарифмы и

Человеческий организм воспринимает и «логарифмирует»
ощущения:



Мера непрозрачности роговицы глаза

$$D = \lg \left(\frac{F_0}{F} \right)$$



Уровень звукового
восприятия

$$L = \lg \left(\frac{P_{зд}}{P_{нс}} \right)$$



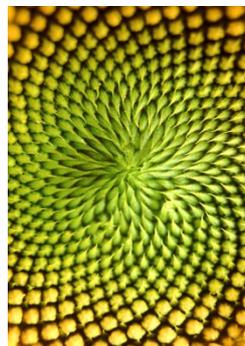
Электрическая активность нейронов
головного мозга

$$S = K \cdot \lg l + C$$





Логарифмическая спираль в биологии



Логарифмическая спираль
«Удивительное рядом»



Улитка является органом, воспринимающим звук, в которой самой гармоничной заложена ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ СПИРАЛЬ!

Человеческое ухо – это маленькое чудо!

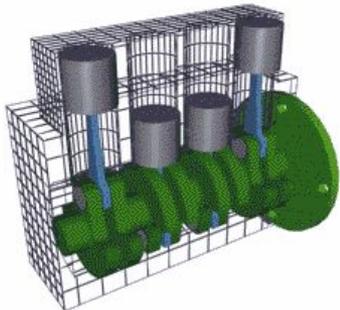
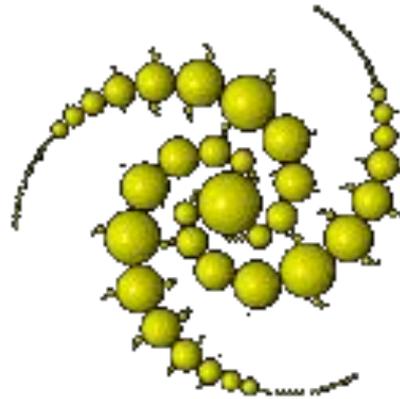
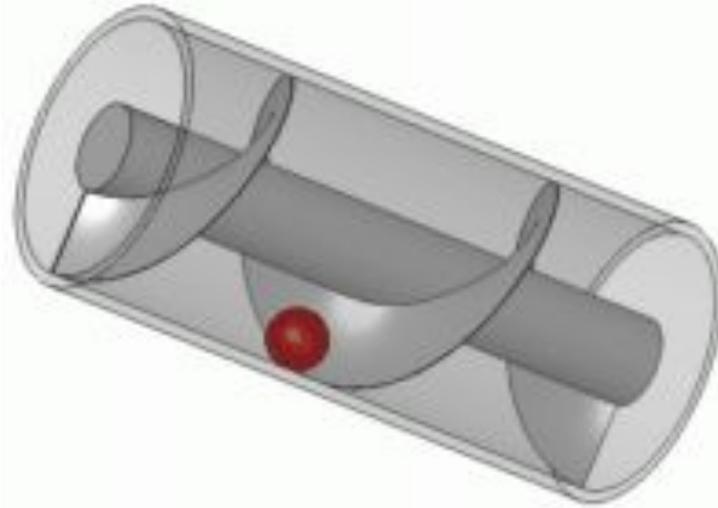
(c) Belchany

33b.ru



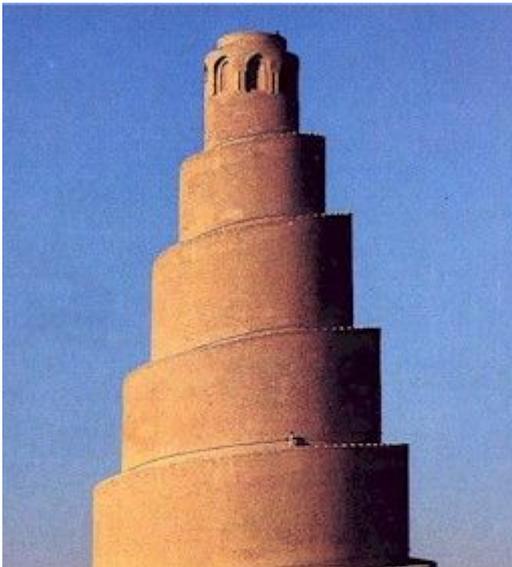
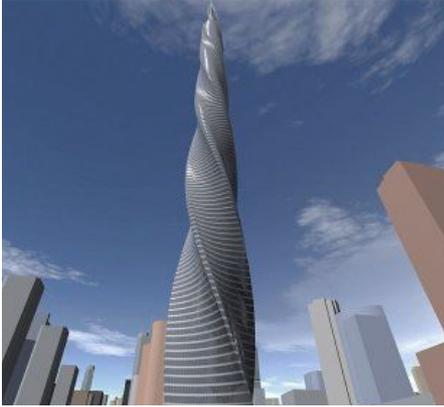
Логарифмическая спираль в технике

И эту спираль мы повсюду встречаем: К примеру, ножи в механизме вращения. В изгибе трубы мы ее обнаружим — Турбины тогда максимально послужат!





Логарифмическая спираль в архитектуре



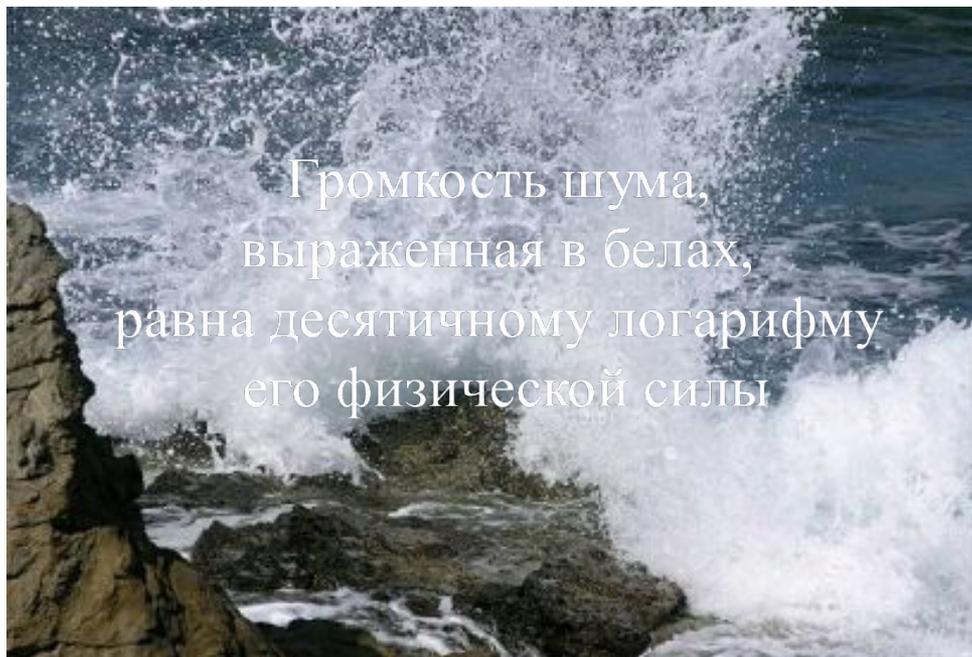


Логарифмы в нашей жизни





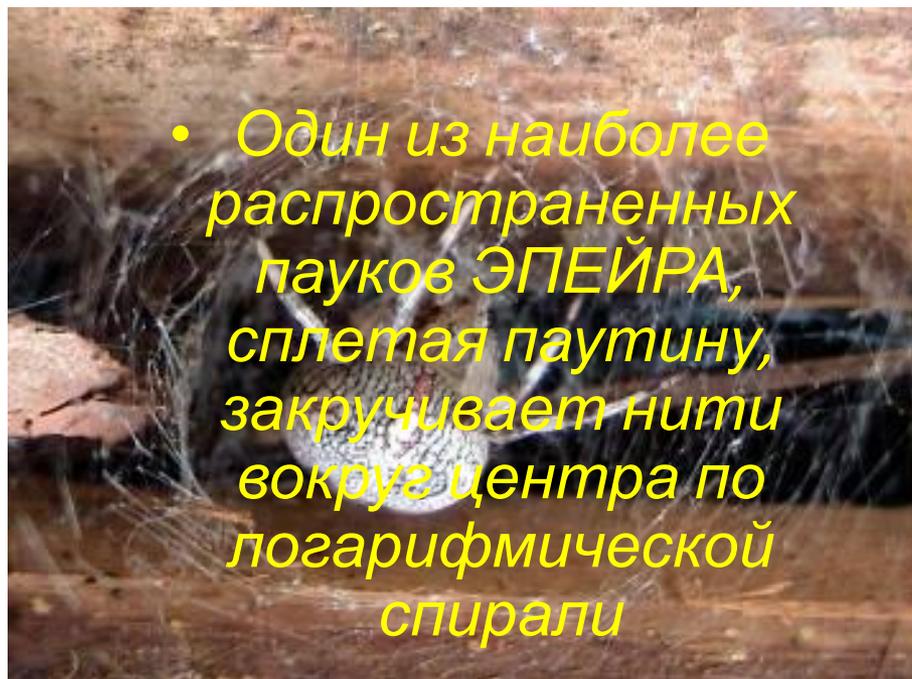
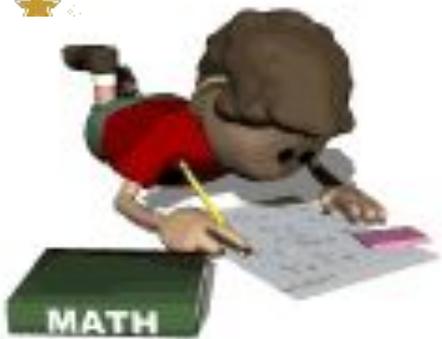
Величина ощущения
пропорциональна логарифму
величины раздражения



Громкость шума,
выраженная в белых,
равна десятичному логарифму
его физической силы

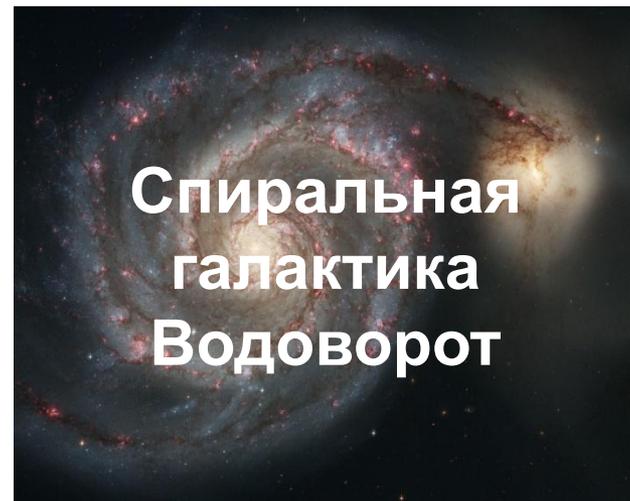


Номера клавишей
рояля представляют
собой логарифмы
чисел колебаний
соответствующих
звуков.



- *Один из наиболее распространенных пауков ЭПЕЙРА, сплетая паутину, закручивает нити вокруг центра по логарифмической спирали*

По логарифмическим спиральям закручены и многие галактики, в частности, галактика, которой принадлежит Солнечная Система



Спиральная галактика Водоворот



В литературе

Любопытная задача, взятая из книги “Господа Головлевы” Салтыкова-Щедрина:

“Порфирий Владимирович сидит у себя в кабинете, исписывая цифирными выкладками листы бумаги. На этот раз его занимает вопрос: Сколько было бы у него денег, если бы маменька подаренные ему при рождении дедушкой на зубок 100 рублей не присвоила себе, а положила в ломбард на имя малолетнего Порфирия?

Выходит, однако, немного: всего 800 рублей?

Предполагая, что Порфирию в момент расчета было 50 лет, и, сделав допущение, что он произвел вычисления правильно (допущения маловероятное, т.к. едва ли Головлев знал логарифмы и умел вычислять сложные проценты), требуется установить, сколько % платил в то время ломбард.





Пример кластера

Вращающиеся
ножи в
механизмах

Изгибы труб,
подводящие
воду

Зубчатые колеса
с переменным
числом

Зависимость
распределения
звезд от блеска

Полет самолета,
пересекая меридианы
под одним углом

техника

Применение логарифмической
функции

природа

Ракушки улиток,
моллюсков

Полет бабочки на
пламя свечи

Семечки в
подсолнухе

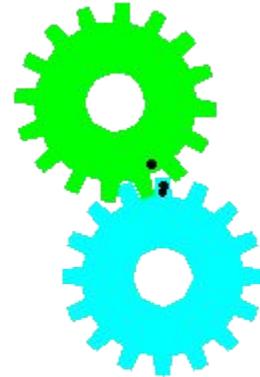
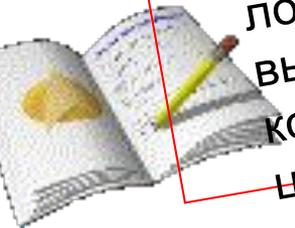
Спиральные
галактики

Закручивание
паутины





Однако в начале XXI века логарифмические линейки получили второе рождение в наручных часах. Дело в том, что следуя моде производители дорогих и престижных марок часов перешли от электронных хронометров с ЖК-экранами к стрелочным и соответственно места для встраиваемого калькулятора оказалось недостаточно. Однако спрос на хронометры со встроенным вычислительным устройством среди следящих за модой людей заставил производителей часов выпустить модели с встроенной логарифмической линейкой выполненной в виде вращающихся колец со шкалами вокруг циферблата.





Заключение

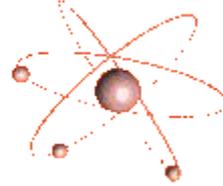
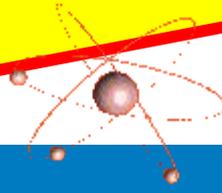
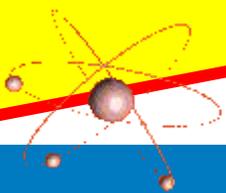
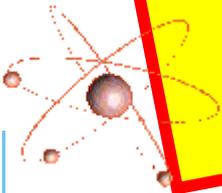
Поистине безграничны приложения логарифмической функции и логарифмов в самых различных областях науки и техники.

Многообразное применение функции вдохновило английского поэта Э. Брилла на написание оды о логарифмах.

Были поэты, которые не посвящали логарифмам целых од, но упоминали их в своих стихах. Известный поэт Борис Слуцкий в своём нашумевшем стихотворении «Физики и лирики» писал:

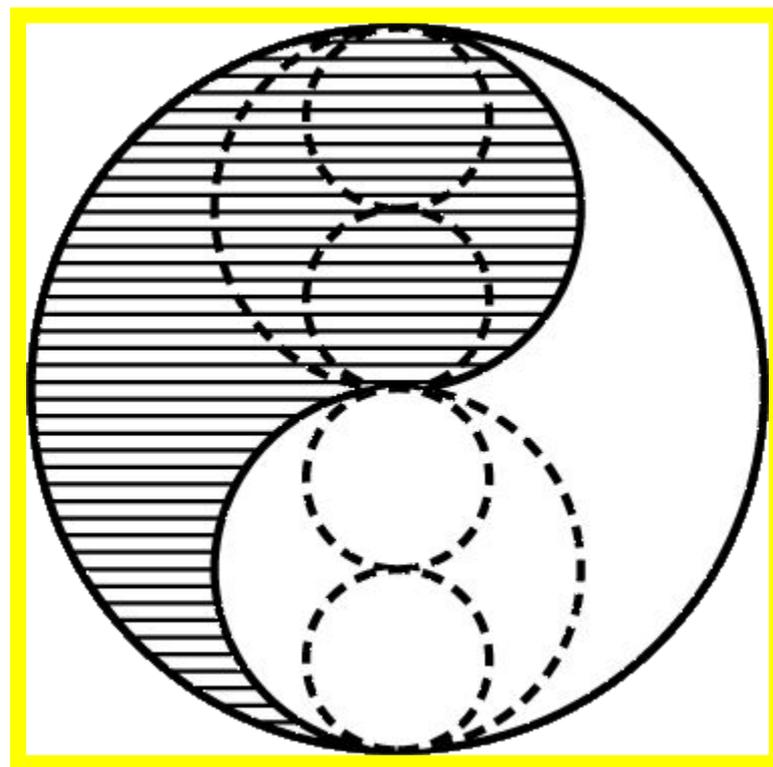
«Потому-то, словно пена,
Опадают наши рифмы
И величие степенно
Отступает в логарифмы».

Выполняя данную работу, мы сделали для себя открытие, что логарифмы и логарифмическая функция помогли человеку следовать путём технического прогресса и объяснить многие тайны природы, человеческих ощущений. Быть может человечество стоит на пороге новых революционных открытий, и поможет нам в этом «царица наук» - математика!





Мы рассказали вам о
логарифмах,
и показали их в
картинках!
Надеемся, вы поняли,
для чего они нужны
и как в поэзии важны!
И может быть когда-то
своим детям расскажете
о логарифме этом!





Группа «Математики-практики»

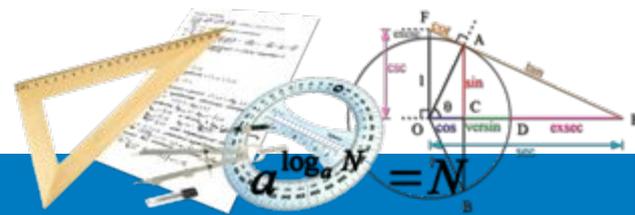
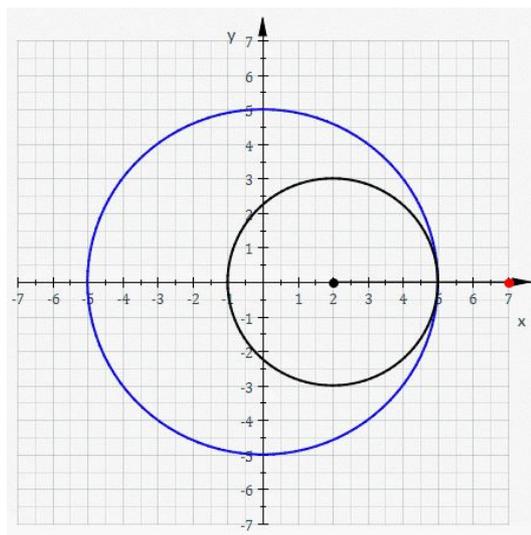
ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

Цель нашей работы:

показать решение примеров, взятых из заданий ЕГЭ.

Мы поставили перед собой задачу:

показать, что знания о логарифмах необходимы и на ЕГЭ по математике.



Только зная все свойства логарифма, можно научиться решать примеры

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a}$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$



Найдите значение выражения

$$\log_5 7 \cdot \log_7 25 = \log_5 7 \cdot \log_7 5^2 = 2 \log_5 7 \cdot \log_7 5 = ?$$

$$\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8} = \frac{\log_9 8}{\log_{9^2} 8} = \frac{\log_9 8}{\frac{1}{2} \log_9 8} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = ?$$

$$\begin{aligned} \frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}} &= 6^{\log_{12} 432} : 6^{\log_{12} 3} = 6^{\log_{12} 432 - \log_{12} 3} = 6^{\log_{12} (432:3)} \\ &= 6^{\log_{12} 144} = 6^{\log_{12} 12^2} = 6^{2 \log_{12} 12} = 6^2 \end{aligned}$$





Найдите значение выражения

$$\begin{aligned}(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12) &= \\ &= (\log_2 2 - \log_2 12)(\log_6 6 - \log_6 12) \\ &= \log_2 (2:12) \log_6 (6:12) = \log_2 \frac{1}{6} \log_6 \frac{1}{2} \\ &= \log_2 6^{-1} \log_6 2^{-1} = -1 \cdot (-1) \log_2 6 \cdot \log_6 2 = ?\end{aligned}$$





Найдите значение выражения



$$\frac{\log_6 180}{2 + \log_6 5} = \frac{\log_6 (36 \cdot 5)}{2 + \log_6 5} = \frac{\log_6 36 + \log_6 5}{2 + \log_6 5}$$

$$= \frac{2 + \log_6 5}{2 + \log_6 5} = 1$$

$$\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2 = \log_7 5 + \log_7 \frac{1}{5} = \log_7 5 + \log_7 5^{-1}$$

$$= \log_7 5 - \log_7 5 = 0$$





Вывод:

логарифмы – важные составляющие не только математики, но и всего окружающего мира, поэтому интерес к ним не ослабевает с годами и их необходимо продолжать изучать.





Мини – соревнования

Конкурс №1

Назовите фамилию математика, который продолжил работу Непера по созданию таблиц логарифмов?

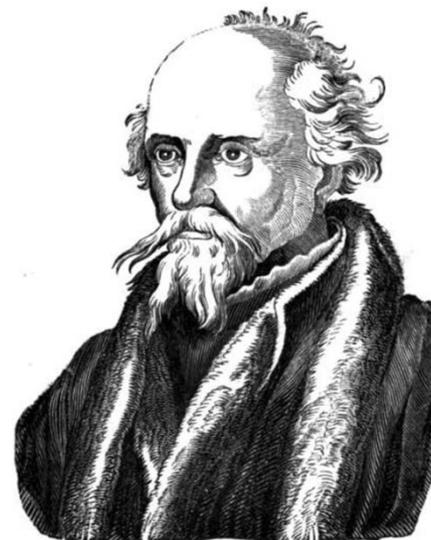
$$2, 3^{\log_{2,3} 7}$$

$$\log_2 \frac{1}{32}$$

$$\log_{\frac{1}{4}} 8$$

$$\log_2 \log_3 81$$

$$\frac{1}{4}^{\log_2 \frac{1}{3}}$$



Ключ к ответу:

А	Б	Г	И	К	О	Р	С
3,5	7	2	-1,5	5	-2,5	-5	9

Ответ: Бригс



Конкурс №2

Укажите географические координаты острова Ян - Майен, где проживал Непер – создатель логарифмов.

Географические координаты:

$x^{\circ}00'$ северной широты,

$y^{\circ}00'$ западной долготы.

Чтобы найти x и y , решите уравнения:

$$\log_4(x - 7) = 3$$

$$\log_3(y + 10) - \log_3(y - 2) = 1$$

Ответ:

$71^{\circ}00'$ северной широты,

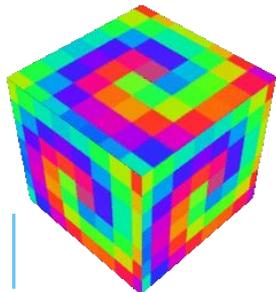
$8^{\circ}00'$ западной долготы

Черный ящик



ln(x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	-INF	0	0,69315	1,09861	1,38629	1,60944	1,79176	1,94591	2,07944	2,19722
1	2,30259	2,3979	2,48491	2,56495	2,63906	2,70805	2,77259	2,83321	2,89037	2,94444
2	2,99573	3,04452	3,09104	3,13549	3,17805	3,21888	3,2581	3,29584	3,3322	3,3673
3	3,4012	3,43399	3,46574	3,49651	3,52636	3,55535	3,58352	3,61092	3,63759	3,66356
4	3,68888	3,71357	3,73767	3,7612	3,78419	3,80666	3,82864	3,85015	3,8712	3,89182
5	3,91202	3,93183	3,95124	3,97029	3,98898	4,00733	4,02535	4,04305	4,06044	4,07754
6	4,09434	4,11087	4,12713	4,14313	4,15888	4,17439	4,18965	4,20469	4,21951	4,23411
7	4,2485	4,26268	4,27667	4,29046	4,30407	4,31749	4,33073	4,34381	4,35671	4,36945
8	4,38203	4,39445	4,40672	4,41884	4,43082	4,44265	4,45435	4,46591	4,47734	4,48864
9	4,49981	4,51086	4,52179	4,5326	4,54329	4,55388	4,56435	4,57471	4,58497	4,59512

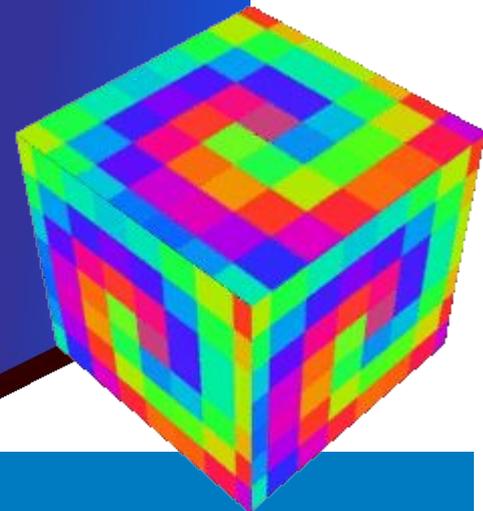
уч
ин



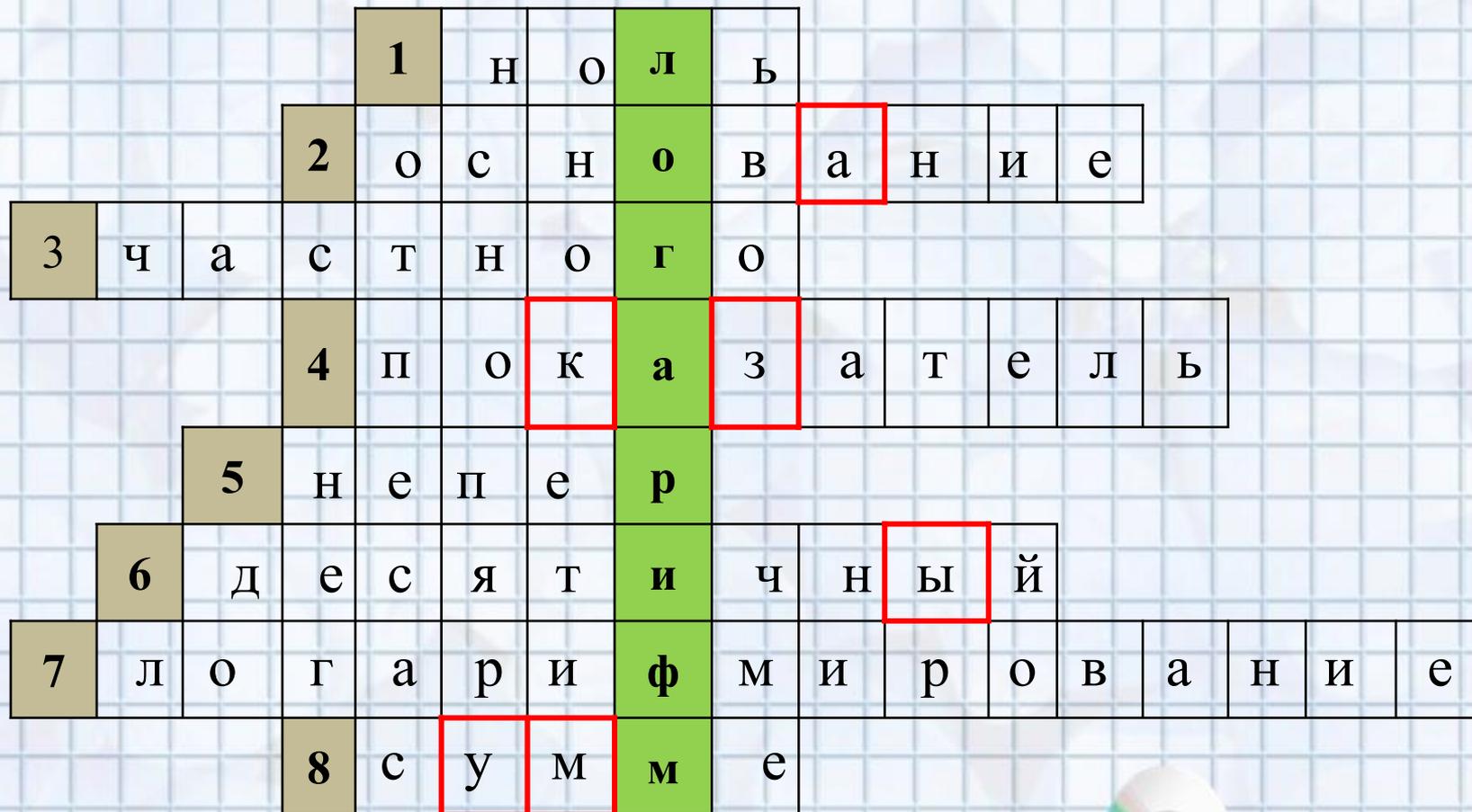


Здесь вы можете увидеть еще в 20-м веке придумал
Этот математик Уильям Отред.

*«Считать на ней можно
быстро, месс...»*



Кроссворд

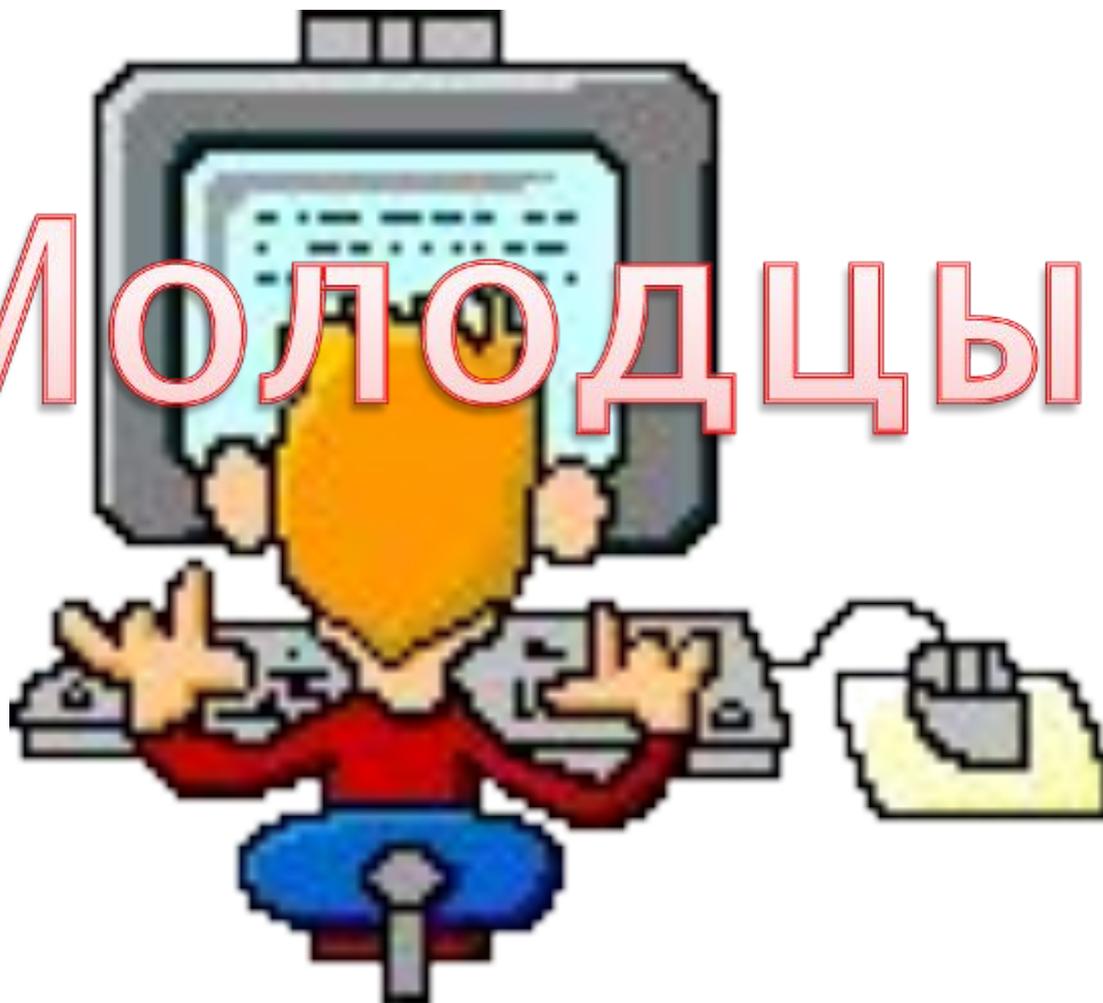


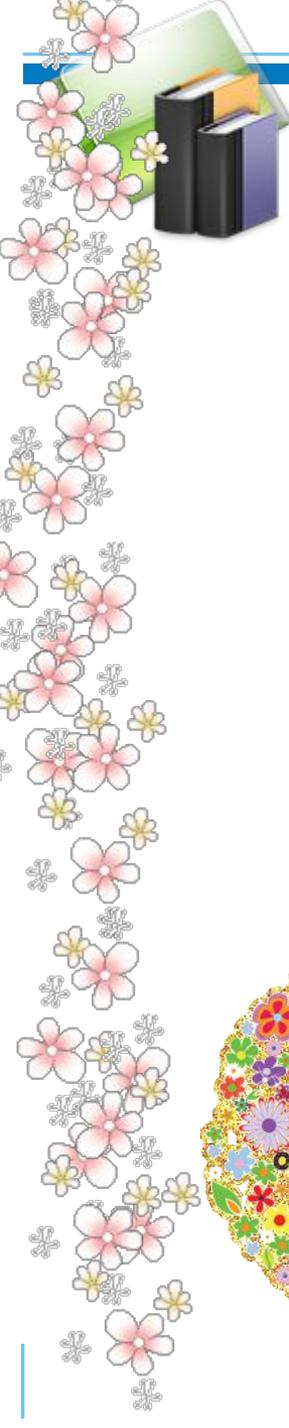
4. Логарифмом числа b по основанию a называют
83. Логарифмом числа b по основанию a называют $\log_a b$,
чтобы получить b .



Подведем итоги:

МОЛОДЦЫ!



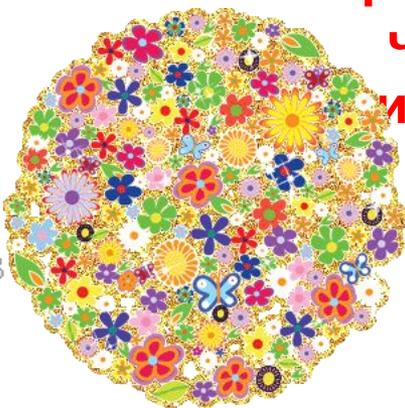
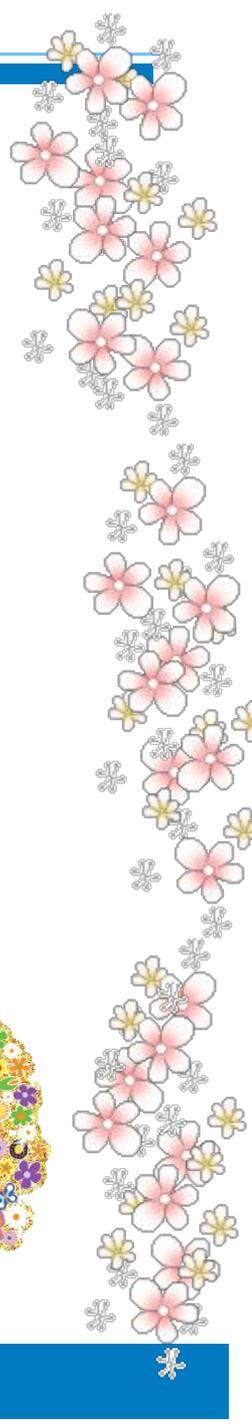


Любимая цифра

А теперь возьмите, пожалуйста, ручки
и запишите свою любимую цифру.

Умножьте эту цифру на 9. Полученное
число умножьте на 12345679.

Если Вы сделали правильно, то у
Вас получится букет из Ваших
любимых цифр. А теперь
припишите справа к полученному
числу 9 нулей. Пусть в Вашей
жизни будет столько счастливых
дней.





**• В любом гениальном
открытии 99% труда и 1%
таланта**

