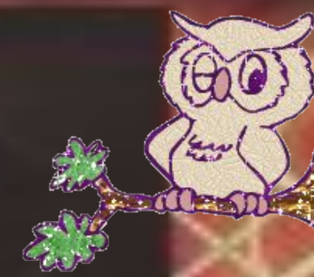
МБОУ «Краснослободский многопрофильный лицей»
г. Краснослободска Республики Мордовия

Урок по алгебре и началам математического анализа

Подготовила и провела учитель математики:
Афиногеева Вера Андреевна

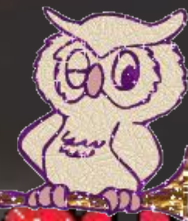
Урок – игра
тема урока :
«Многочлены»
10 класс



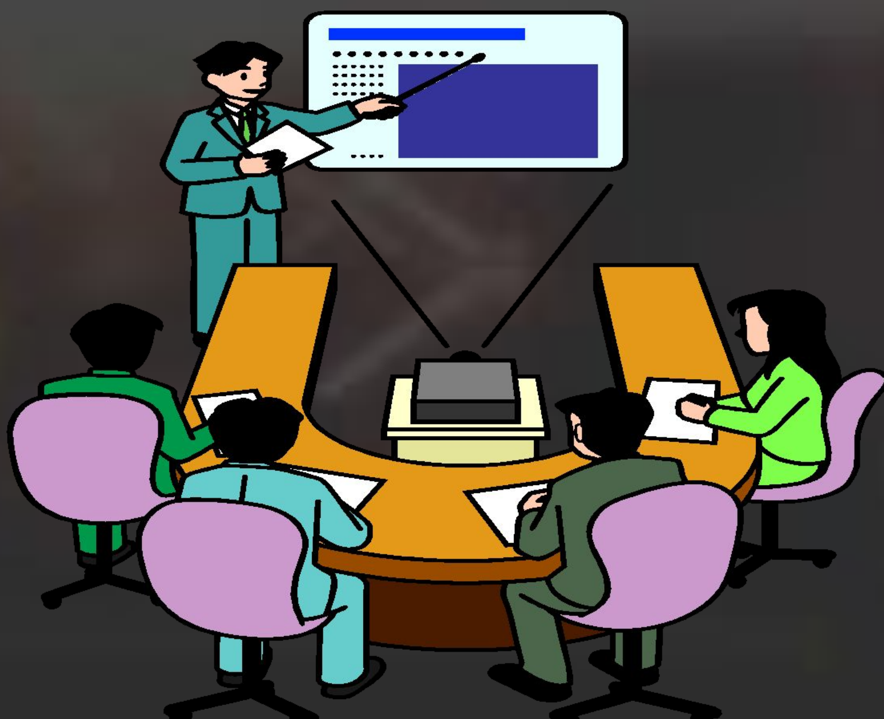
Цели урока:

- обобщить и систематизировать знания учащихся о решении алгебраических уравнений с n- ой степенью;
- обобщить полученные знания применения алгоритма деления многочлена на многочлен либо уголком, либо по схеме Горнера и разложения его на множители, используя следствия теоремы Безу;
- обобщить знания нахождения целых корней алгебраического уравнения с целыми коэффициентами;
- обобщить знания нахождения бинома в решении алгебраических уравнений и уравнений сводящимся к ним, а также систем уравнений и текстовых задач;
- развивать интерес учащихся к предмету математики, развивать их индивидуальные способности.

Математический



Брейн-ринг



Отборочный тур

I тур

Ответ:

а) x^3+x^2-x на двучлен $x-2$;

R=P(a),где a=2,то

R=P(2)=8+4-2=**10**.

б) x^4+2x^3+x на двучлен $x+1$;

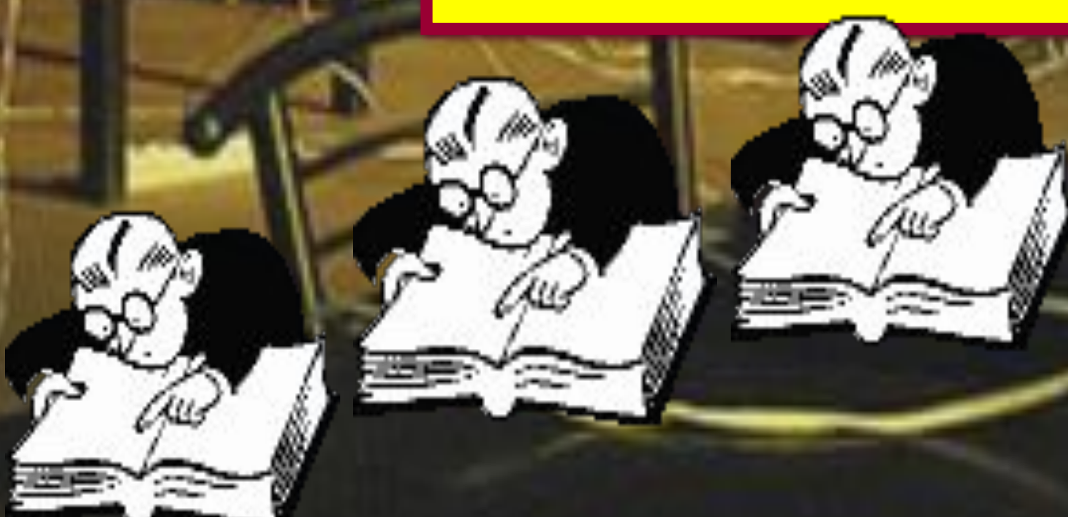
R=P(a),где a=-1,то

R=P(-1)=1-2-1=**-2.**

Не выполняя деление, найдите остаток от деления многочлена

а) x^3+x^2-x на двучлен $x-2$;

б) x^4+2x^3+x на двучлен $x+1$.

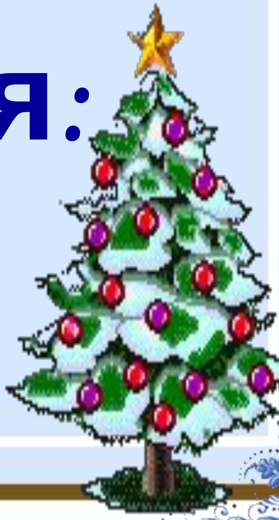


I тур

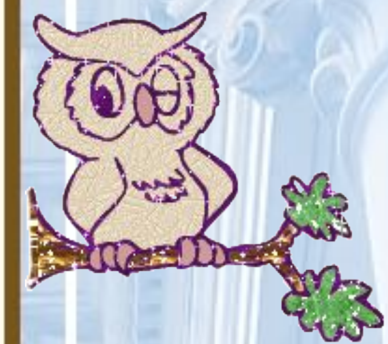
1 вопрос

Найдите все целочисленные решения уравнения:

$$x^2 = y^2 + 7$$



Решение:



$x^2 = y^2 + 7,$
$x^2 - y^2 = 7,$
$(x - y)(x + y) = 7,$

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x + y = 7, \end{cases} \begin{cases} x - y = 7, \\ x + y = 1, \end{cases} \begin{cases} x - y = -1, \\ x + y = -7, \end{cases} \begin{cases} x - y = -7, \\ x + y = -1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4, \\ y = 3, \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = -3, \end{cases} \begin{cases} x = -4, \\ y = -3, \end{cases} \begin{cases} x = -4, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: (4; 3), (4;-3), (- 4; -3), (- 4; 3).

I тур

2 вопрос

Найти а и другие корни многочлена

$ax^3+x^2-8x-12$, если известен один корень $x=3$.

Решение:

Если $x_1 = 3$, то $a \cdot 3^3 + 3^2 - 8 \cdot 3 - 12 = 0$,

$27a = -9 + 24 + 12$,

$27a = 27$,

$a = 1$, то $x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$.

Так как $x_1 = 3$- корень, то по схеме Горнера найдем разложение многочлен на множители. Получим: $P(x) = (x-3)(x^2+4x+4)$,

$X^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 = 0$ при $x = -2$.

Ответ: $a = 1$, $x = -2$.

I тур

3 вопрос

«Делится ли число а $= 16^{20}+2^{75}$ на 17?»

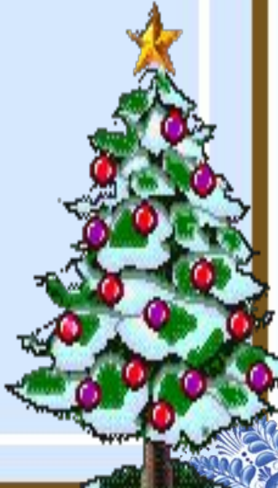
а) В решении данного задания найдите ошибку:

Решение: а $= 16^{20} + 2^{75} = 2^{80} + 2^{75} = 2^{75}(2^5 + 2)$.

$2^5 + 2$ делится на 17, то и число а разделится на 17.

б) Какую цифру в чи… нужно …енить, чтобы получить правильное решение?

2^{75} на 2^{76}



Отборочный тур

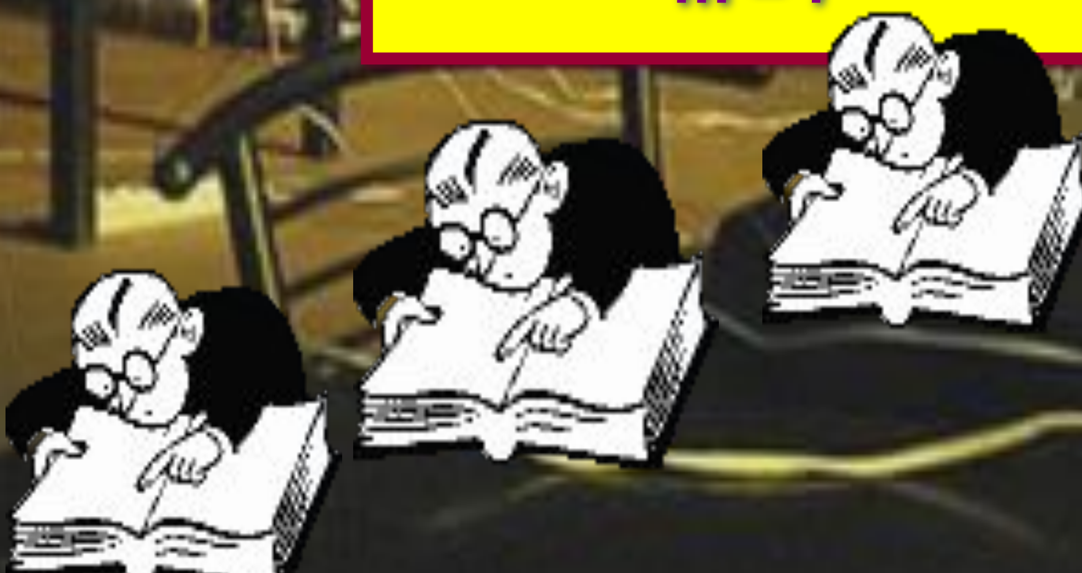
II тур

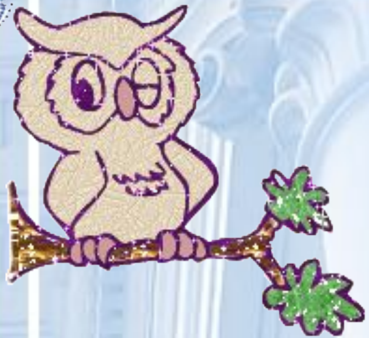
Ответ:

$m = 5(8n + 3) - 8(5n+1) = 40n + 15 - 40n - 8 = 7$,

$m = 7$

Натуральные числа $8n+3$ и $5n+1$ делятся на натуральное число $m \neq 1$. Найти m.



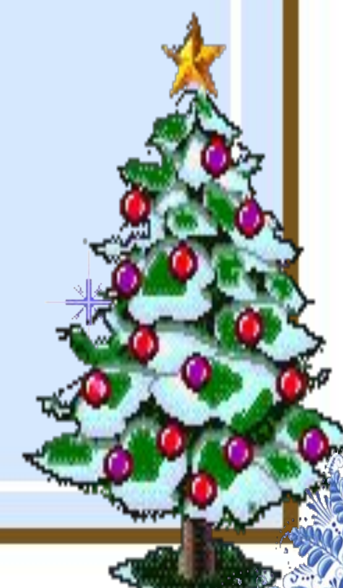


II тур

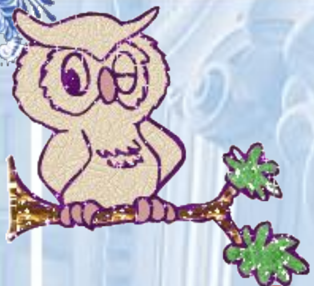
1 вопрос

Найдите корни многочлена

$x^4 - x^3 - 4x^2 + 2x + 4$



Решение:



$x^4 - x^3 - 4x^2 + 2x + 4 = 0.$

Делители 4: ±1; ±2; ±4.

$P_4(-1) = 0$, то $x_1 = -1$- корень уравнения.

По схеме Горнера получим: $P_4(x) = (x+1)(x^3 - 2x^2 - 2x + 4)$,

$x^3 - 2x^2 - 2x + 4 = 0,$

$(x^3 - 2x^2) - (2x - 4) = 0,$

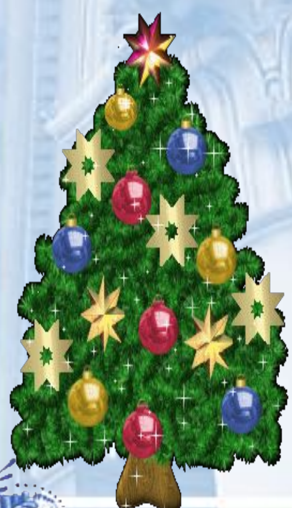
$x^2(x-2) - 2(x-2) = 0,$

$(x-2)(x^2-2) = 0,$

$x - 2 = 0$, или $x^2 - 2 = 0$,

$x_2 = 2$, $x^2 = 2$,

$x_{3,4} = \pm\sqrt{2}$



Ответ: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$, $x_{3,4} = \pm\sqrt{2}$

II тур

2 вопрос

Решите уравнение

$$(x^2+x+1)(x^2+x+2)=12$$

Решение:

$(x^2+x+1)(x^2+x+2)-12=0,$

$(x^2+x+1)\ ((x^2+x+1)+1)\ -12=0,$

Пусть $x^2+x+1 = y$, то

$y^2 + y - 12 = 0,$

$y_1 = -4, \quad y_2=3.$

1) Если $y=3$, то $x^2+x+1= 3$, $x^2 + x -2=0$,

$x_1=1, x_2=-2.$

2) Если $y = -4$, то $x^2+x+1= - 4$, $x^2+x+5 = 0$ - данное уравнение не имеет корней.

Ответ: $x_1=1, x_2=-2.$

II тур

3 вопрос

Уравнение

$x^3+x^2+ax+в=0$

имеет корни $x_1 = 1$ и $x_2 = -2$.

Найдите: а, в и x_3

Решение:

$x^3+x^2+ax+в=0$.

При $x_1=1$ $1 + 1+a +в =0$, получим $a +в =-2$,

при $x_2= -2$ $-8 + 4-2a+в=0$, получим $-2a+в=4$.

Из системы уравнений $\begin{cases} a+в=-2, \\ -2a+в=4 \end{cases}$

$a = -2$, $в = 0$.

Значит, получим уравнение: $x^3+x^2-2x =0$,

$x(x^2+x-2) =0$, откуда

$x_1 = 1$, $x_2 = - 2$, $x_3=0$.

Ответ: $x_3=0$, $a = -2$, $в = 0$.

Отборочный тур

III тур

Ответ:

Формула бинома Ньютона:

$$(x+a)^m = C_m^0 x^m + C_m^1 x^{m-1} a + C_m^2 x^{m-2} a^2 \ldots. + C_m^{m-1} x a^{m-1} + C_m^m a^m$$

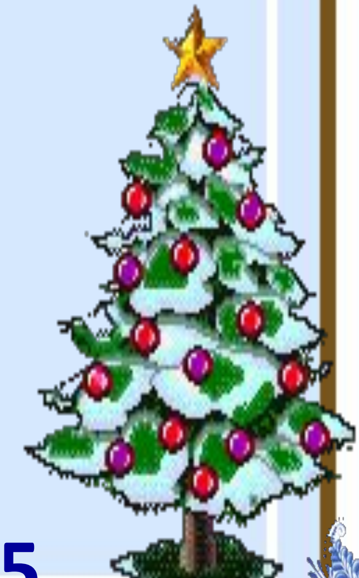
1. Какой многочлен называется симметрическим?
2. Записать формулу бинома Ньютона.

III тур

1 вопрос

Запишите разложение Бинома Ньютона

$$\boxed{\left(a-\frac{1}{5}\right)^{5}}$$



Ответ:

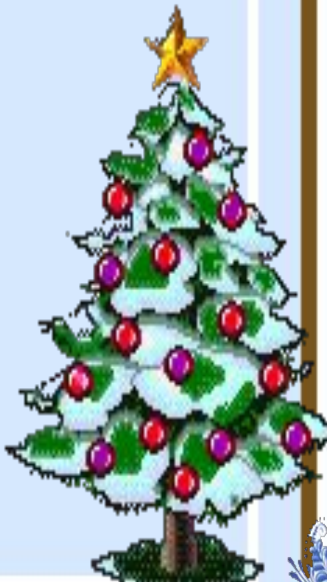
$a^5 - a^4 + 2/5a^3 - 2/25a^2 + 1/125a + 1/3125$

III тур

2 вопрос

Разложите на множители $x^4+x^2y^2+y^4$

Ответ: $(x^2+y^2-xy)(x^2+y^2+xy)$



III тур

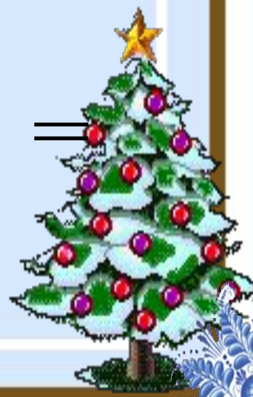
3 вопрос

Найдите пятый член разложения

$$(\sqrt{x}+x)^8$$

Ответ:

$$T_5 = T_{4+1} = C_8^{8-4}(\sqrt{x})^{8-4}x^4 = C_8^4 x^2 x^4 = 70x^6$$



Отборочный тур

Ответ:
192

IV тур

Вычислите

$$2^3C_5^3+2^4C_5^4+2^5C_5^5$$

IV тур

1 вопрос

Вычислить:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3-2^n}{2^n}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{10^{n+1}}$$

Ответы: *-1; 0*

IV тур

2 вопрос

Сумма квадратов числителя и знаменателя некоторой дроби равна 25. Сумма этой дроби и обратной ей равна 25/12. Найдите исходную дробь.

Ответ: 4/3 или 3/4

Решение:

Пусть x- числитель, а y - знаменатель, тогда

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ \dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x} = \dfrac{25}{12}. \end{cases}$$

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{25}{12},$$

$$\frac{25}{xy} = \frac{25}{12},$$

$$xy = 12, mo$$

$$y = \frac{12}{x},$$

$$x^2 + \frac{144}{x^2} = 25,$$

$$x^4 - 25x^2 + 144 = 0,$$

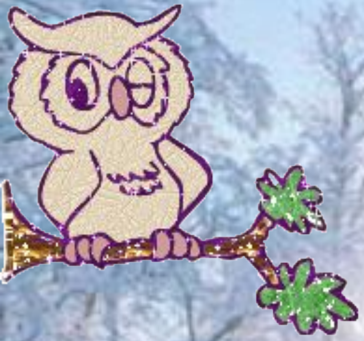
$$1) x^2 = 16,$$

$$x_{1,2} = \pm 4,$$

$$2) x^2 = 9,$$

$$x_{3,4} = \pm 3.$$

$$Ответ: \frac{4}{3}\ или\ \frac{3}{4}.$$

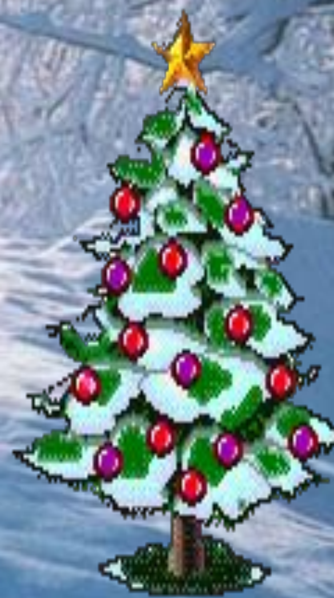


IV тур

3 вопрос

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy - 10 = -\dfrac{x^3}{y}, \\ xy - \dfrac{5}{2} = -\dfrac{y^3}{x}. \end{cases}$$



Решение:

Перемножим левые и правые части уравнений

$$\begin{cases} xy - 10 = -\dfrac{x^3}{y}, \\ xy - \dfrac{5}{2} = -\dfrac{y^3}{x}. \end{cases}$$

Получим: $(xy - 10)(xy - 5/2) = x^2y^2$,

$x^2y^2 - 5/2xy - 10xy + 25 - x^2y^2 = 0$,

- $-12{,}5xy = -25$,

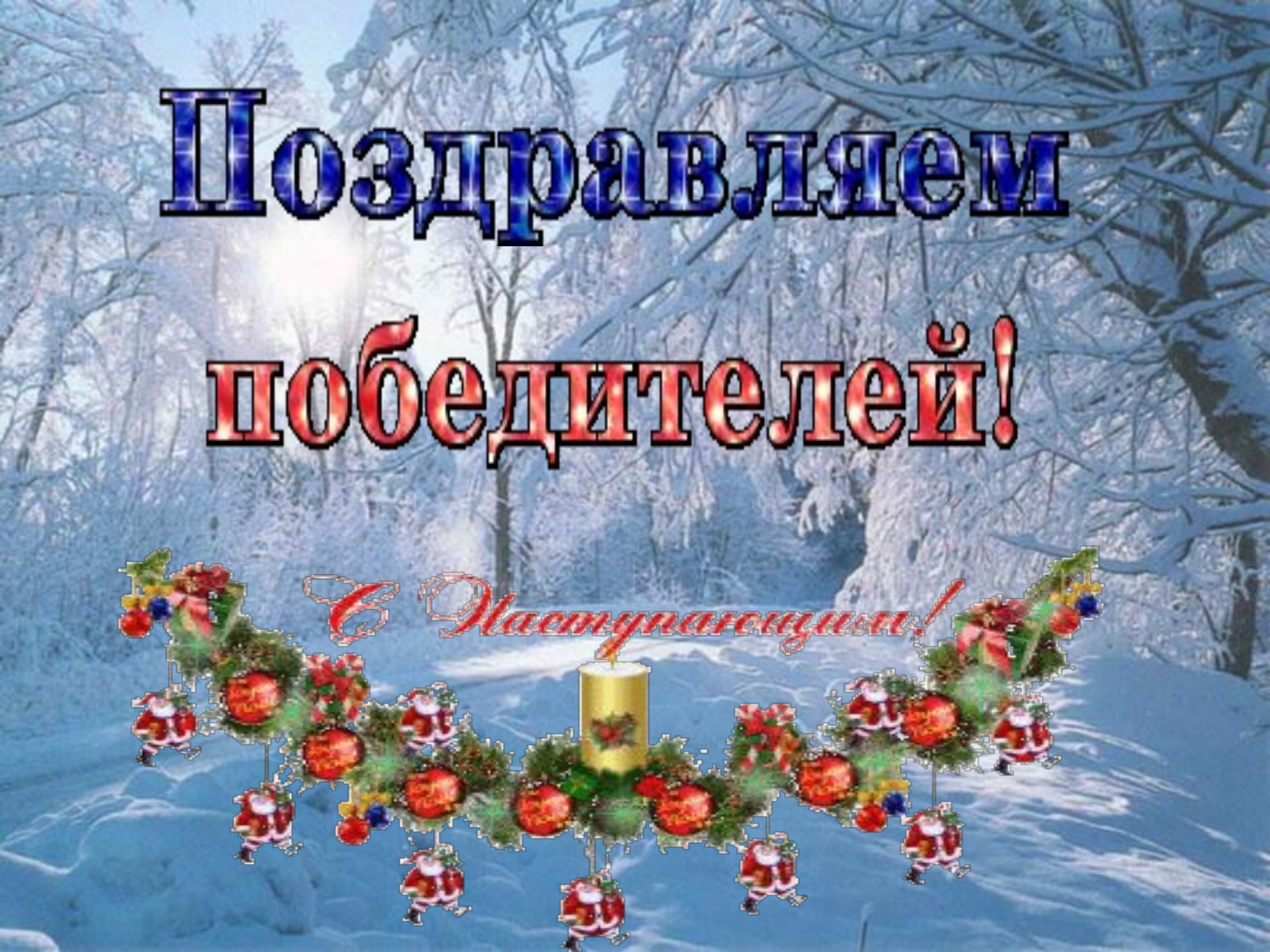
$xy = 2$, отсюда выразим $y = 2/x$ и подставим в 1-е

уравнение.: $x \cdot \dfrac{2}{x} - 10 = -\dfrac{x^4}{2}$,

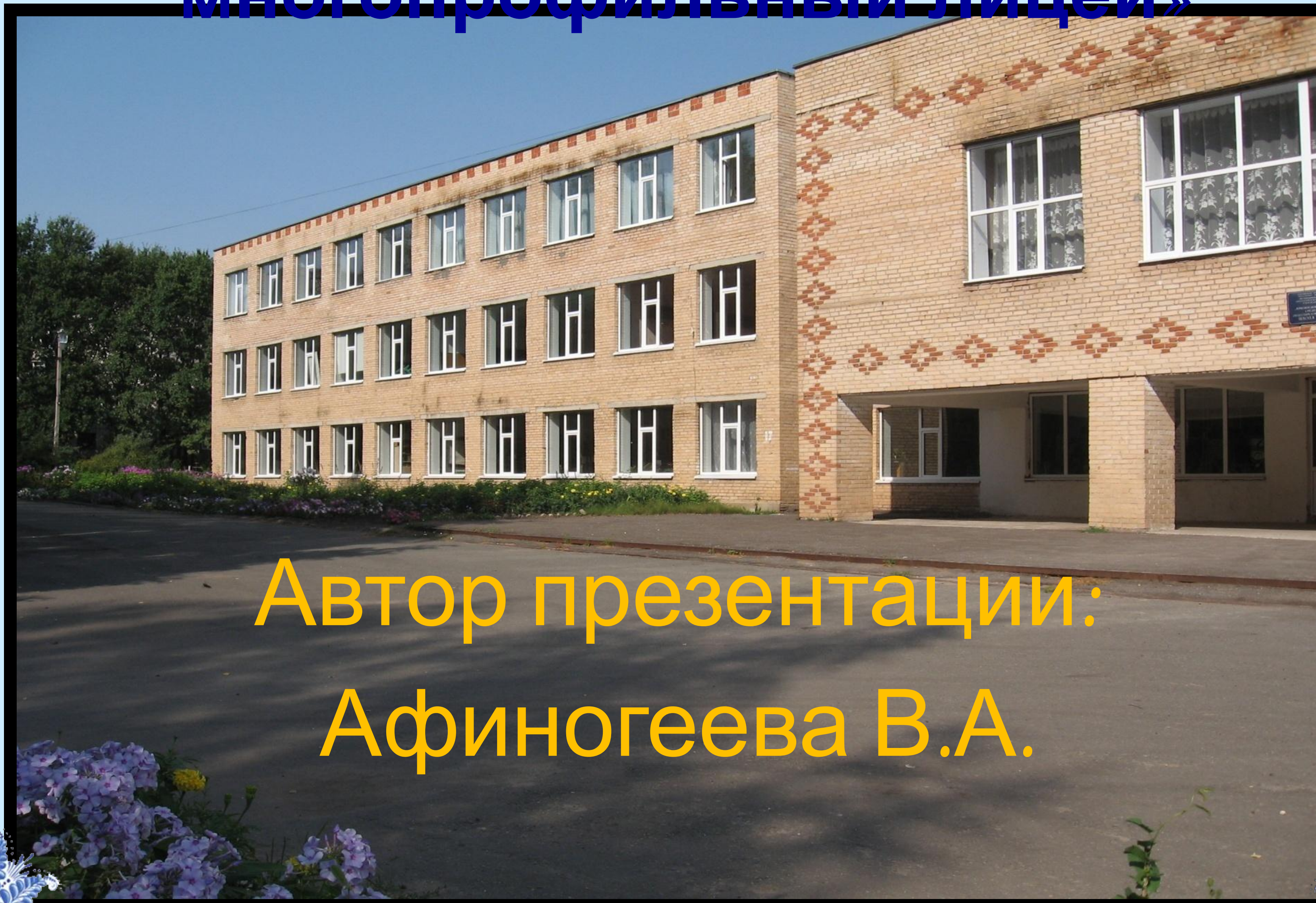
$-8 = -\dfrac{x^4}{2}$,

$x_{1,2} = \pm 2$, тогда $y_{1,2} = \pm 1$.

Ответ: (2;1) , (-2; -1)


Поздравляем
победителей!
С Наступающим!

МБОУ «Краснослободский многопрофильный лицей»



Автор презентации:
Афиногеева В.А.

За урок и за участие всем