

СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

Торопина В.С., учитель математики

Частные случаи степенной функции

$$y = x$$

$$y = x^2$$

$$y = x^3$$

$$y = \frac{1}{x}$$

Степенная функция

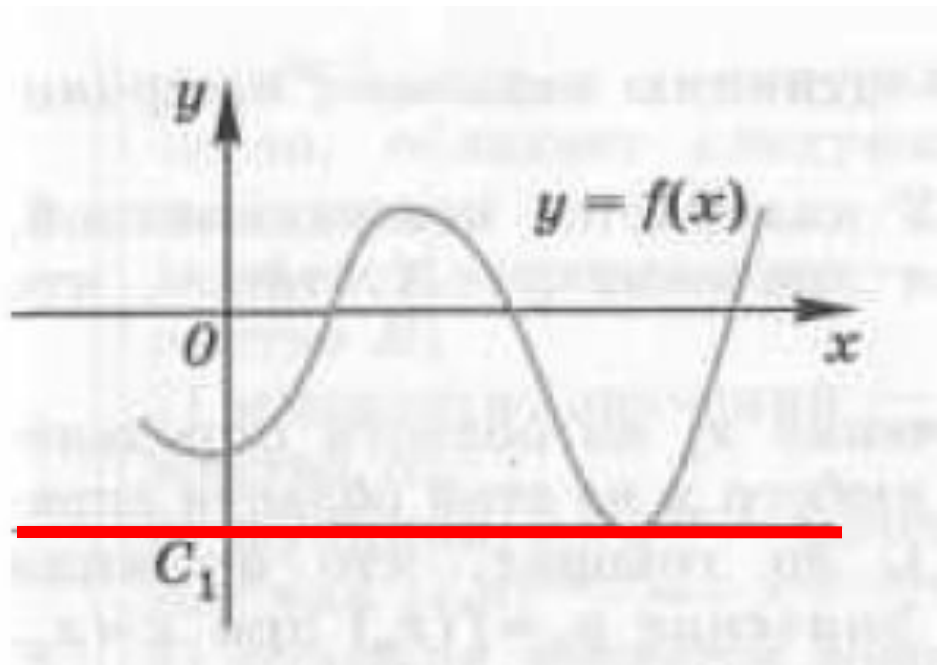
$$y = x^p$$

где p – заданное действительное число

Определение

- Функция $y=f(x)$, определенная на множестве X , называется **ограниченной снизу на множестве X** , если существует число C_1 , такое, что для любого $x \in X$, выполняется неравенство $f(x) \geq C_1$.

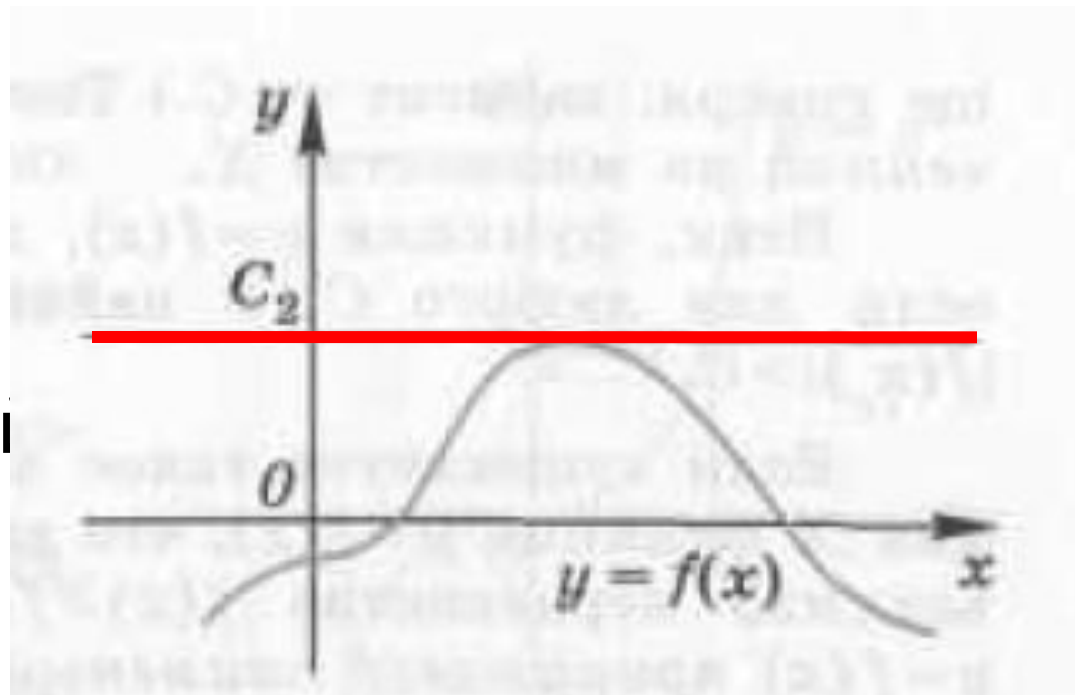
- Это означает, что все точки графика ограниченной снизу функции $y=f(x)$, $x \in X$ расположены выше прямой $y=C_1$ или на этой прямой.



Определение

- Функция $y=f(x)$, определенная на множестве X , называется **ограниченной сверху на множестве X** , если существует число C_2 , такое, что для любого $x \in X$, выполняется неравенство $f(x) \leq C_2$.

- В этом случае все точки графика функции $y=f(x)$, $\notin$ лежат ниже прямой $y=C_2$ или на этой прямой.

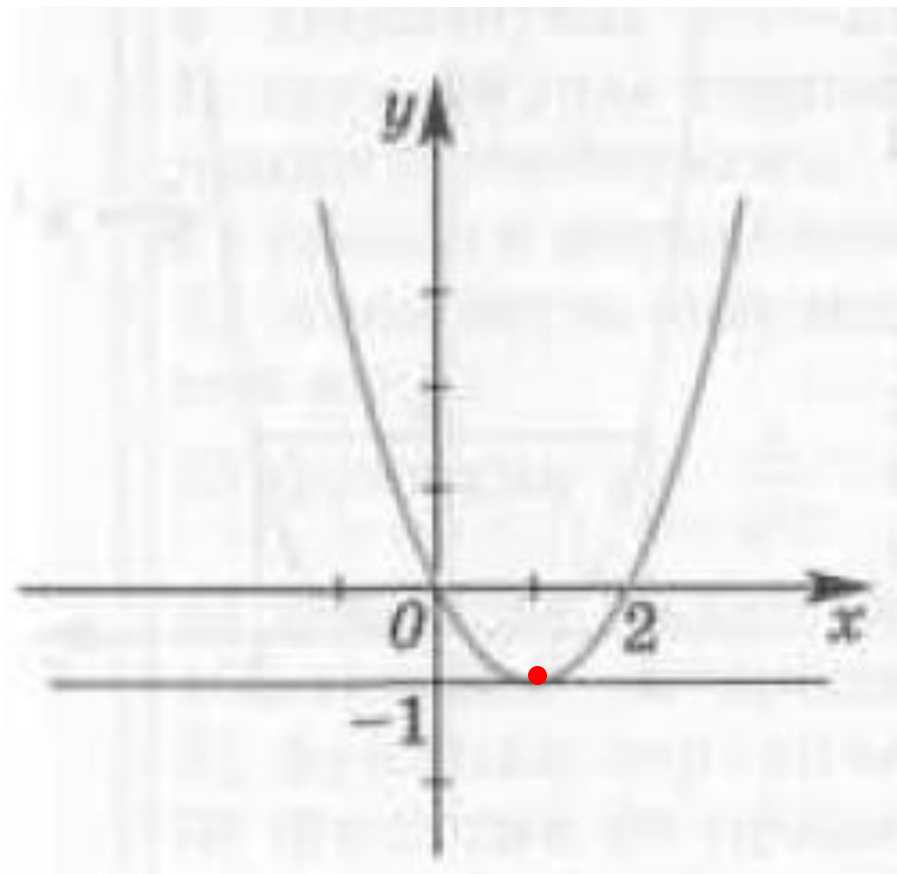


- Функцию,
ограниченную и сверху,
и снизу на множестве
 X , называют
ограниченной на этом
множестве.

Если существует такое значение x_0 из области определения X функции $y=f(x)$, что для любого x из этой области справедливо неравенство $f(x) \geq f(x_0)$, то говорят, что функция $y=f(x)$ **принимает наименьшее значение $y_0 = f(x_0)$** при $x=x_0$.

Например

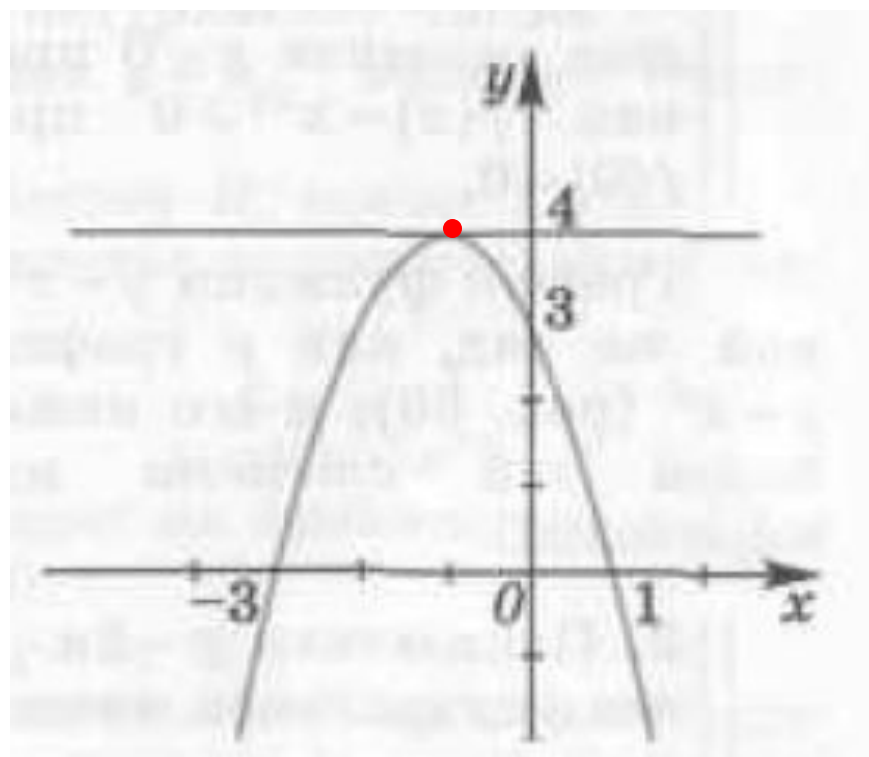
Функция $y = x^2 - 2x$
принимает наименьшее
значение, равное -1,
при $x=1$.



Если существует такое значение x_0 из области определения X функции $y=f(x)$, что для любого x из этой области справедливо неравенство $f(x) \leq f(x_0)$, то говорят, что функция $y=f(x)$ **принимает наибольшее значение $y_0 = f(x_0)$** при $x=x_0$.

Например

Функция $y = -x^2 - 2x + 3$ принимает наибольшее значение, равное 4, при $x = -1$.



Свойства степенной функции $y = x^p$
при различных значениях p

1. Показатель $p=2n$ – четное натуральное число;
2. Показатель $p=2n-1$ - нечетное натуральное число;
3. Показатель $p=-2n$, где n – натуральное число;
4. Показатель $p=-(2n-1)$, где n – натуральное число.

Показатель $p=2n$ – четное натуральное число

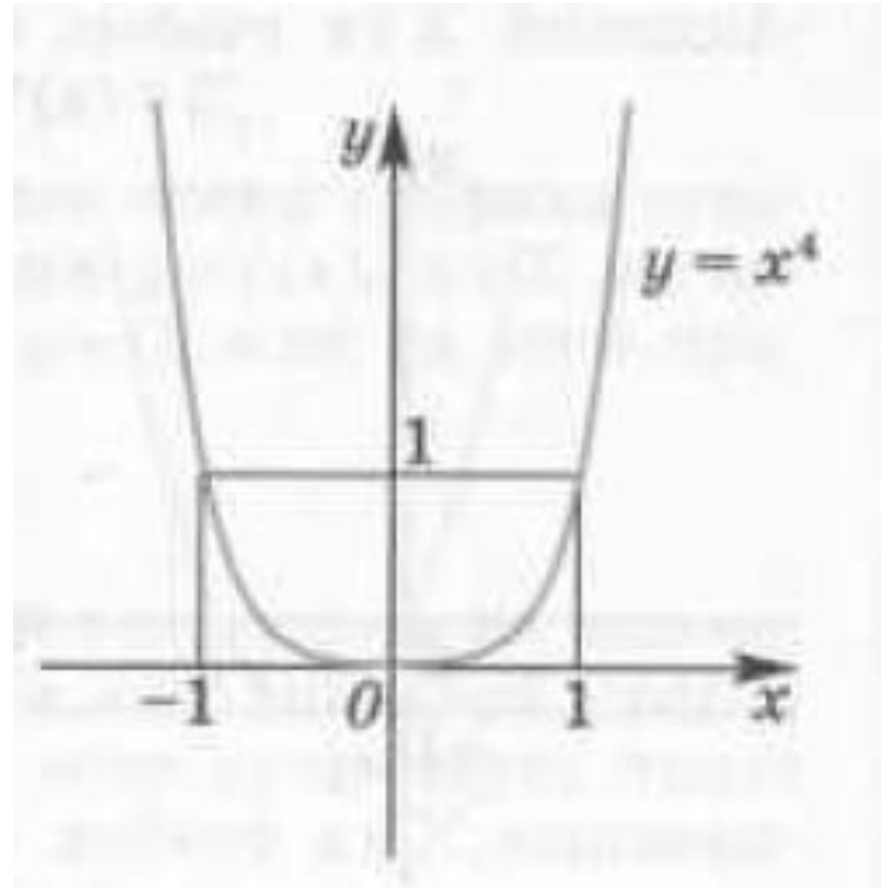
$$y = x^{2n}$$

- 1) Область определения – $x \in R$;
- 2) Множество значений – $y \geq 0$;
- 3) Четная, т.к. $(-x)^{2n} = x^{2n}$;
- 4) Является убывающей на промежутке $x \leq 0$ и возрастающей на промежутке $x \geq 0$;
- 5) Ограничена снизу;
- 6) Принимает наименьшее значение $y = 0$ при $x = 0$.



Парабола n-ной степени (или просто парабола)

$$y = x^{2n}$$



Показатель $p=2n-1$ - нечетное натуральное число

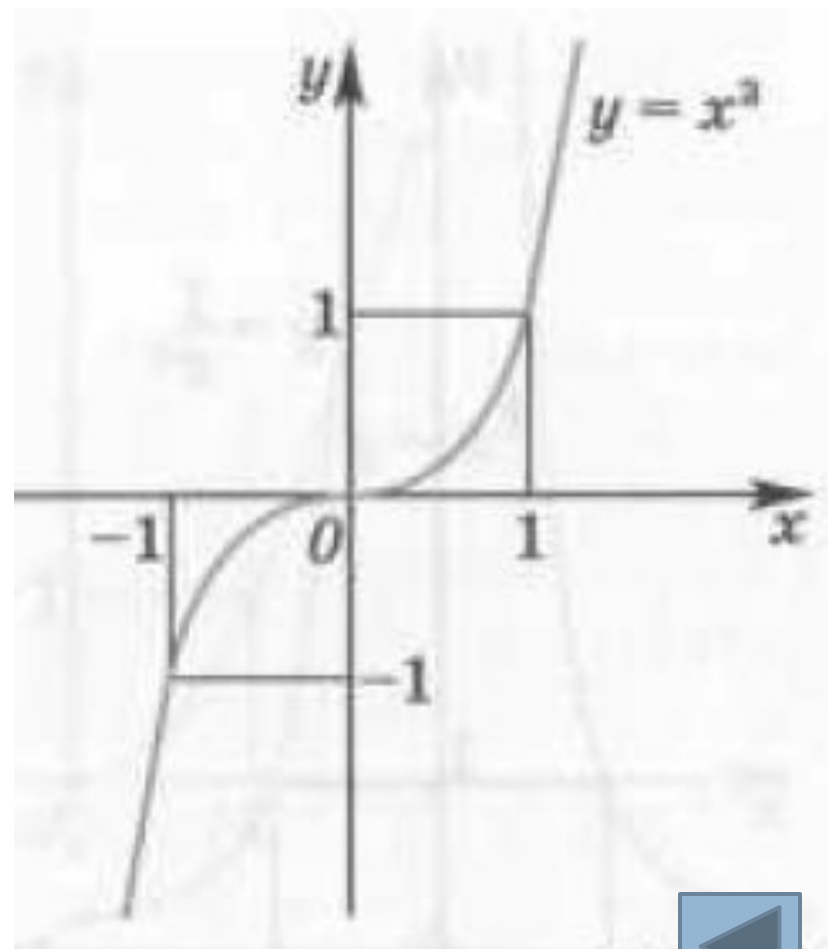
$$y = x^{2n-1}$$

- 1) Область определения $-x \in R$;
- 2) Множество значений $-y \in R$;
- 3) Нечетная, т.к. $(-x)^{2n-1} = -x^{2n-1}$;
- 4) Является возрастающей на всей действительной оси;
- 5) Не является ограниченной ни сверху, ни снизу;
- 6) Не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.



Кубическая парабола

$$y = x^{2n-1}$$



Показатель $p = -2n$, где n – натуральное число

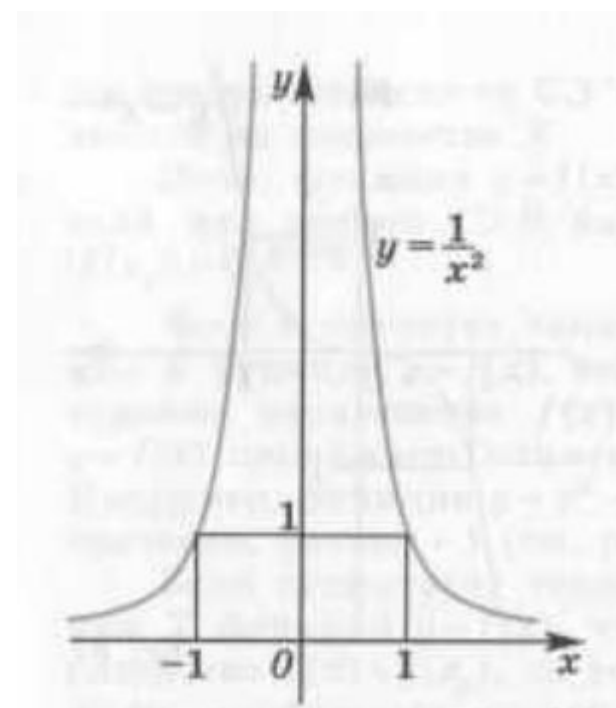
$$y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}$$

- 1) Область определения – $x \neq 0$;
- 2) Множество значений – $y > 0$;
- 3) Четная, т.к. $\frac{1}{(-x)^{2n}} = \frac{1}{x^{2n}}$;
- 4) Является возрастающей на промежутке $x < 0$ и убывающей на промежутке $x > 0$;
- 5) Ограничена снизу: $y > 0$;
- 6) Не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значения.



График функции $y = \frac{1}{x^{2n}}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y = \frac{1}{x^2}$

$$y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}$$



Показатель $p=-(2n-1)$, где n – натуральное число

$$y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}$$

- 1) Область определения – $x \neq 0$;
- 2) Множество значений – $y \neq 0$;
- 3) Нечетная, т.к. $\frac{1}{(-x)^{2n-1}} = -\frac{1}{x^{2n-1}}$;
- 4) Является убывающей на промежутках $x < 0$ и $x > 0$;
- 5) Не является ограниченной.



График функции $y = \frac{1}{x^{2n-1}}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y = \frac{1}{x^3}$

$$y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}$$

