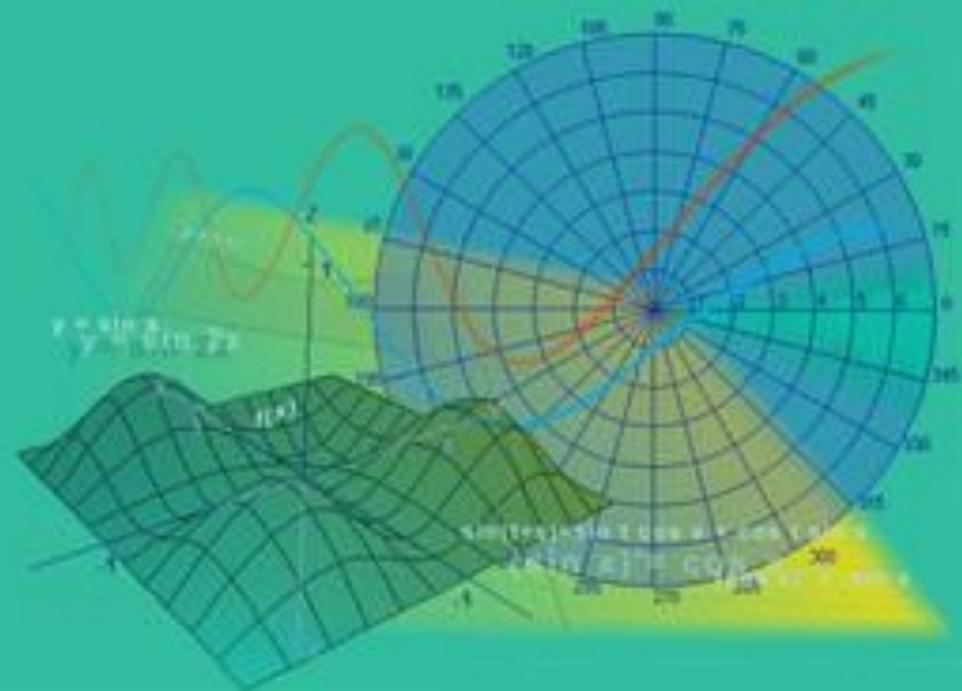


Показательная функция



«...Именно функция является тем средством математического языка, которое позволяет описывать процессы движения, изменения, присущие природе».

Г. Галилей

А что же такое функция?

Функция – одно из
основных математических
общенаучных понятий,
зависимость между
переменными величинами.

Задача

:

Если шофёру господина министра 40 лет 3 месяца и 12 дней, а мост в городе Квебек (Канада) имеет длину 577 метров, то на скольких желтках нужно замесить лапшу, чтобы накормить 6 человек различного возраста, если принять во внимание, что ширина полотна на железных дорогах Боснии составляет 0,7 метра?

Можно ли по условию задачи составить функцию?

Термин «функция»

начал применять

в конце

XVII века

Лейбниц и его

ученики



**Но сами функции
и способы их
задания
фактически
изучались людьми
очень давно.**

Знаменитый древнегреческий историк **Геродот** в 425 году до нашей эры писал, что египетские цари, разделив землю между египтянами, брали ежегодный налог, пропорциональный площади занимаемого участка. Конечно, ни египетские цари, ни землевладельцы, ни сам Геродот не произносили слова “**функция**”, но ведь речь идёт о том, что каждому значению площади соответствовало некоторое значение налога.

Хотя в древности функций не знали, но явления, которые мы сегодня описываем с их помощью, давно известны людям.

Какие ещё понятия связаны с понятием функции?

- зависимая переменная;***
- независимая переменная;***
- область определения;***
- множества значений
функции;***
- график функции.***

Рене Декартом (1596 – 1650)

**Понятие
переменной
величины
было введено
в науку
французским
ученым и
математиком**

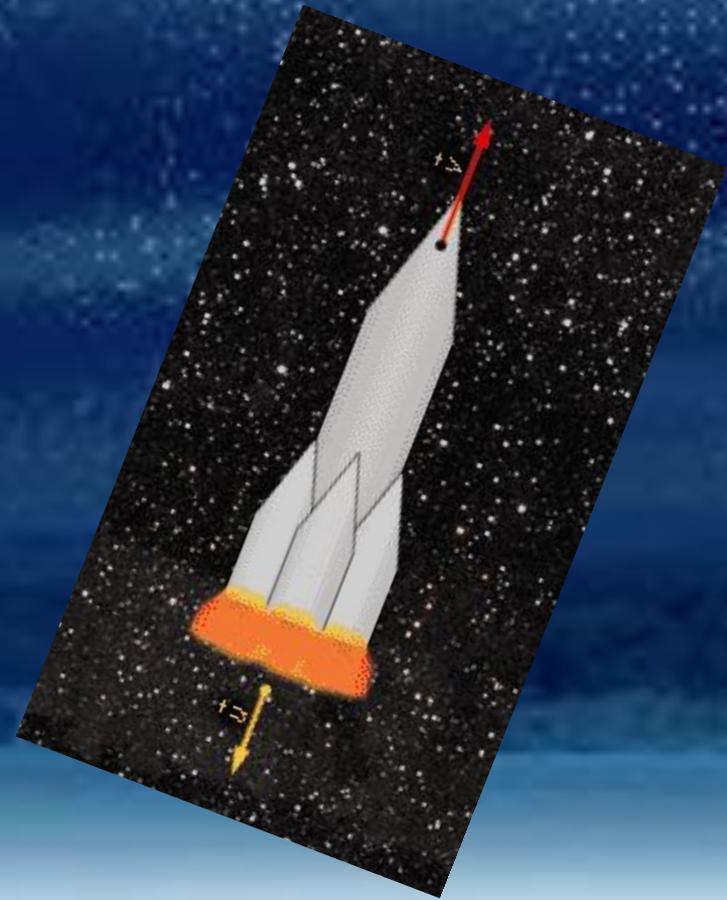


**МАТЕМАТИКА
РАССМАТРИВАЕТ
АБСТРАКТНЫЕ
ПЕРЕМЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ,
ИЗУЧАЕТ РАЗЛИЧНЫЕ
ЗАКОНЫ ИХ ВЗАИМОСВЯЗИ,
НЕ УГЛУБЛЯЯСЬ В ПРИРОДУ
ЗАДАЧИ.**

Например, в соотношении $y = x^2$

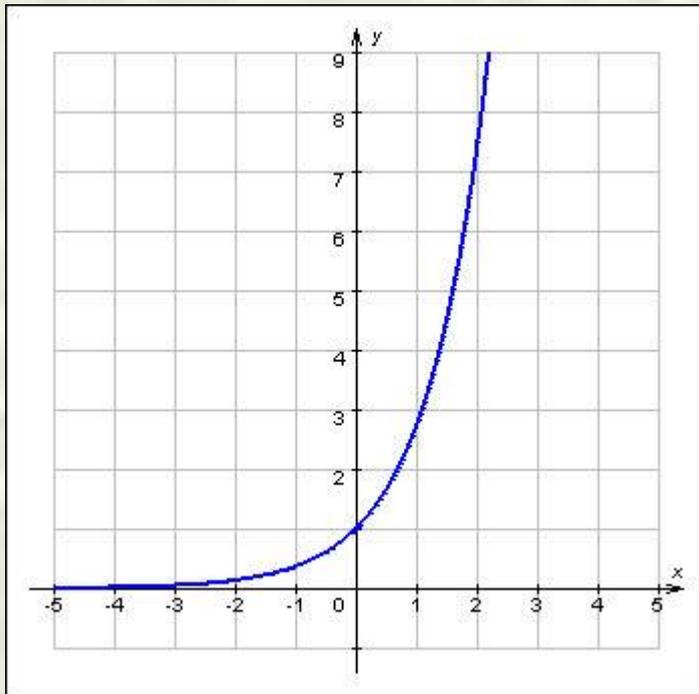
геодезист или геометр
увидит зависимость
площади квадрата от его
стороны,

а физик, авиаконструктор
или кораблестроитель может
усмотреть в нем зависимость
силы y сопротивления
воздуха или воды от
скорости x движения.

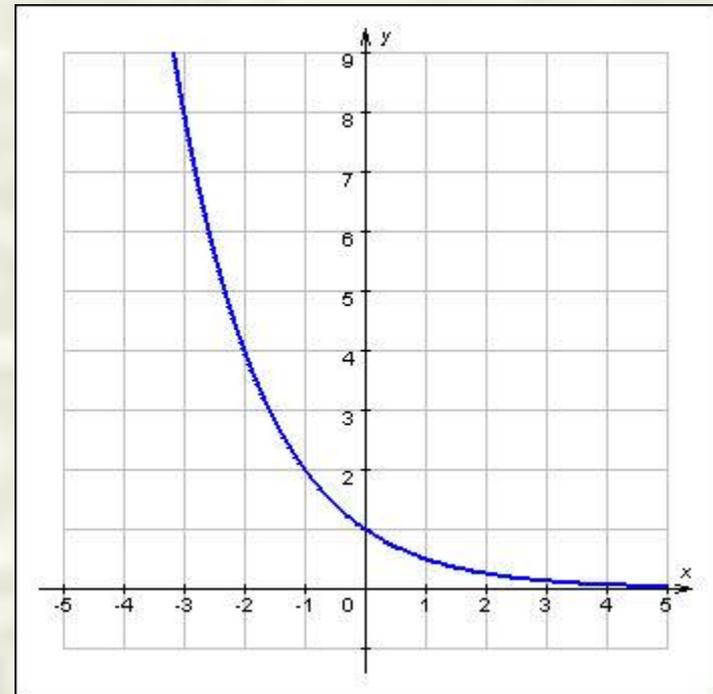


***В школьном
курсе изучается
немало функций***

Показательная функция $y = a^x$,
где $a > 0$, $a \neq 1$.



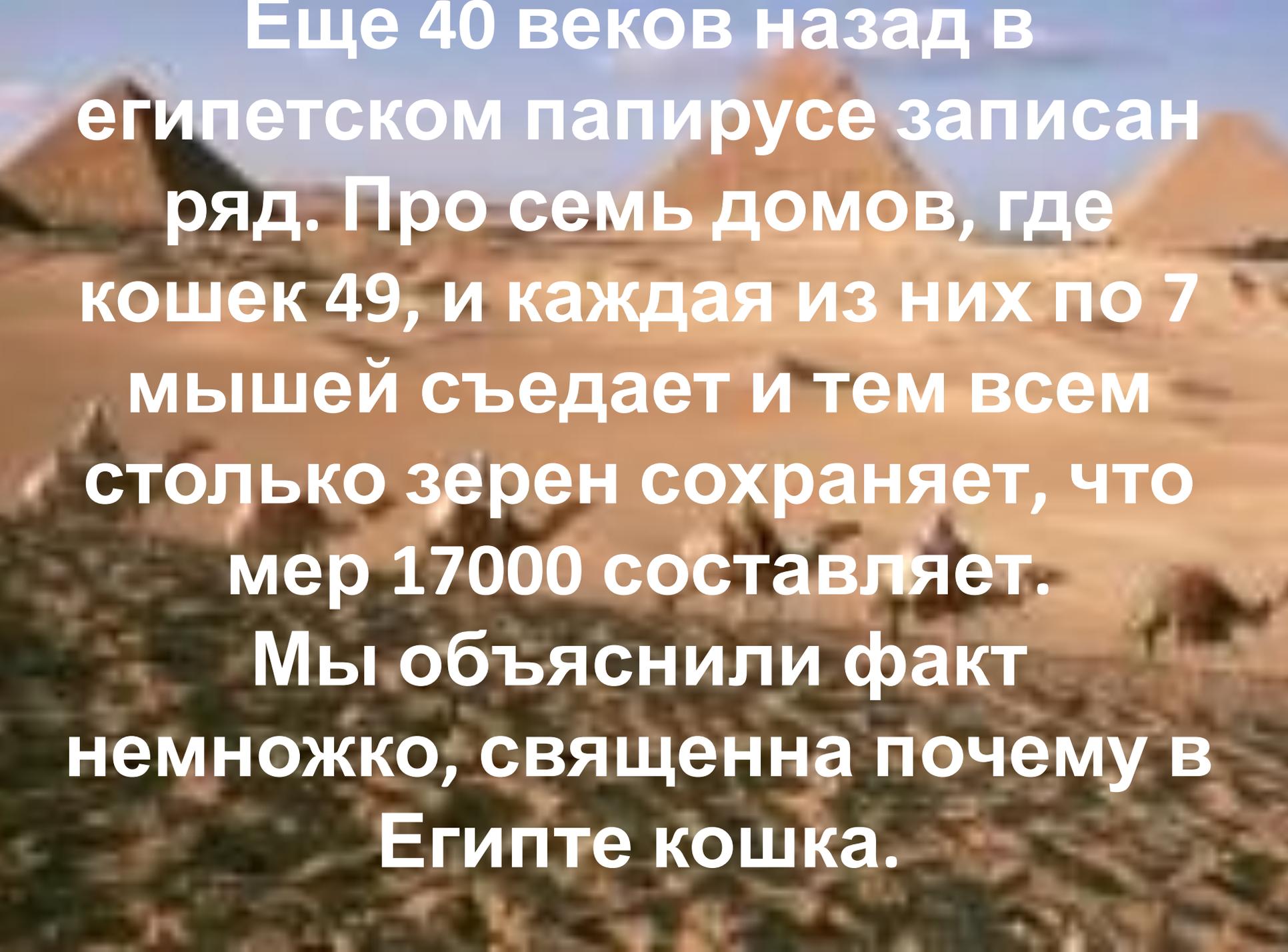
при $a > 1$



при $0 < a < 1$

Блиц – опрос

- Почему ее называют показательной?
- Чем отличаются степенная и показательная функции?
- Почему $a > 0$?
- Почему $a \neq 1$?
- Как ведет себя показательная функция при $a > 1$?
- Как ведет себя показательная функция при $0 < a < 1$?

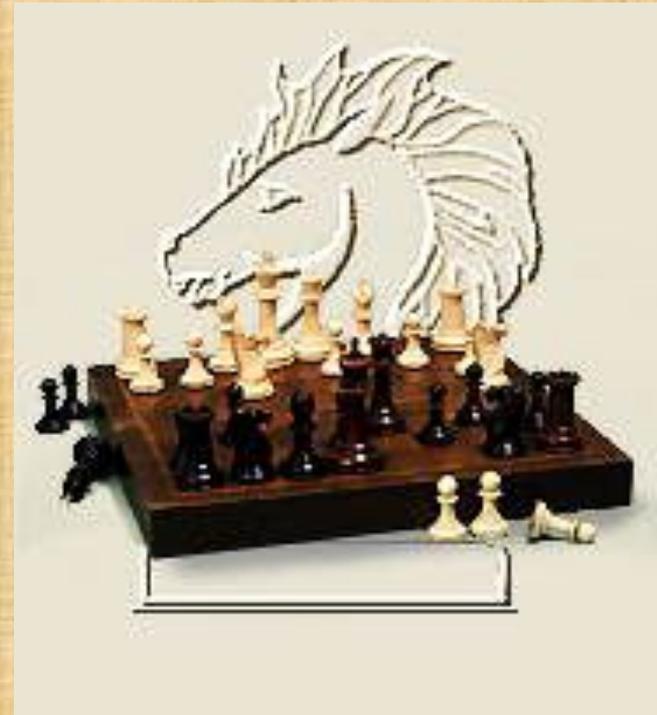


Еще 40 веков назад в египетском папирусе записан ряд. Про семь домов, где кошек 49, и каждая из них по 7 мышей съедает и тем всем столько зерен сохраняет, что мер 17000 составляет.

Мы объяснили факт немножко, священна почему в Египте кошка.

О том еще известна нам легенда

Как-то у арабского царя изобретатель шахматной доски, наверно потребовал за доску ту зерна. Причем за клетку первую – зерно, а за вторую – два просил изобретатель, за третью – снова больше раза в два, немало времени царь на подсчет потратил. Когда же подсчитали – прослезилась: число двадцатизначно получилось! Хватило б зернами засеять нам всю сушу и миллионы лет пришлось зерно бы кушать.



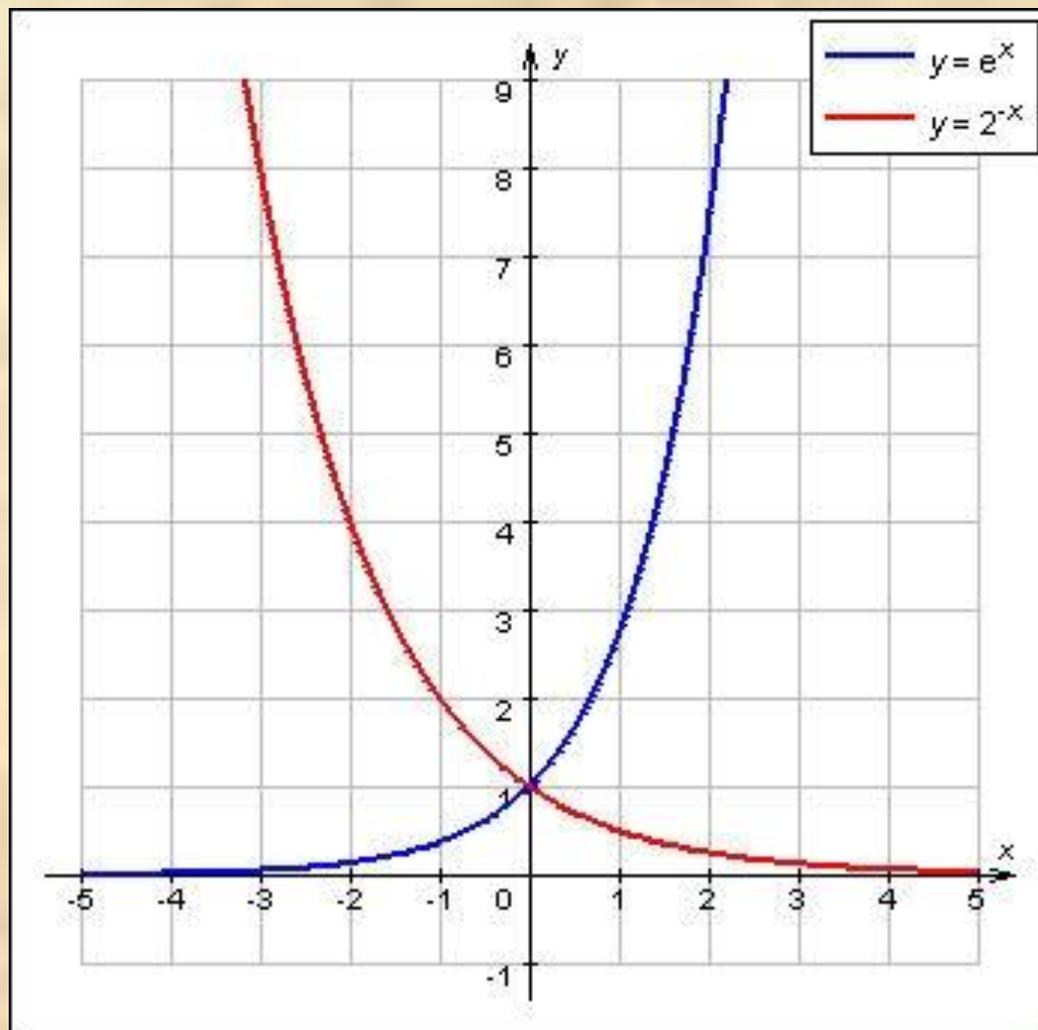
Возведение в степень на
немецком языке звучит -
potenzie. Отсюда и происходит
слово «потенцировать».

А слово «показатель» на
немецком языке звучит как
Exponent.

Число e (экспонента)

(от лат. *exponens* —
показывающий) - одна из
важнейших постоянных в
математике.

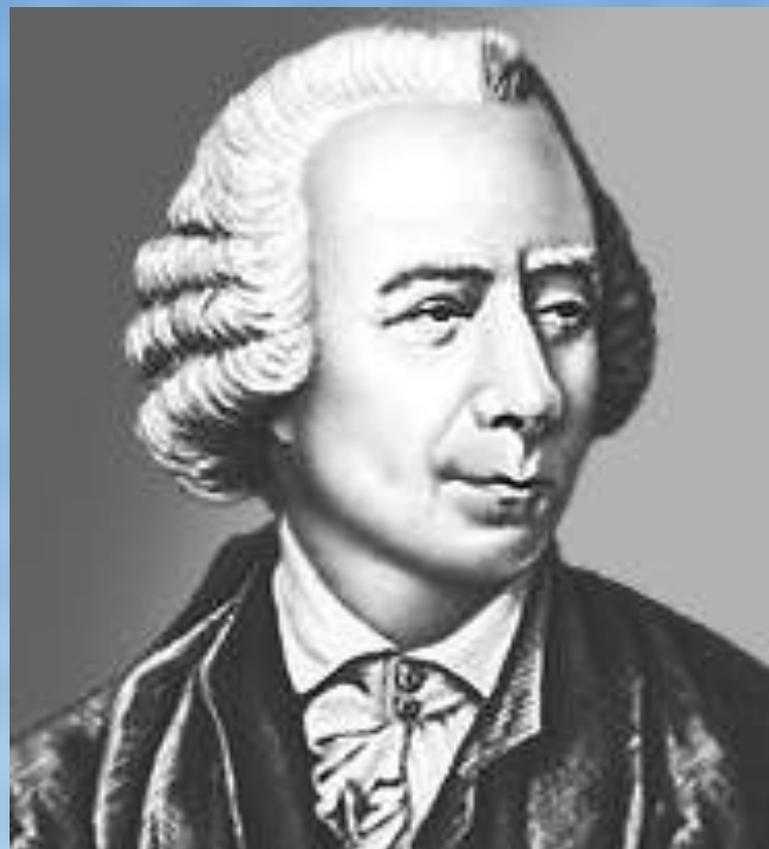
Говорят показательная функция или ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНАЯ



Обозначение *e* ввел **Леонард Эйлер**

В 1736 г.

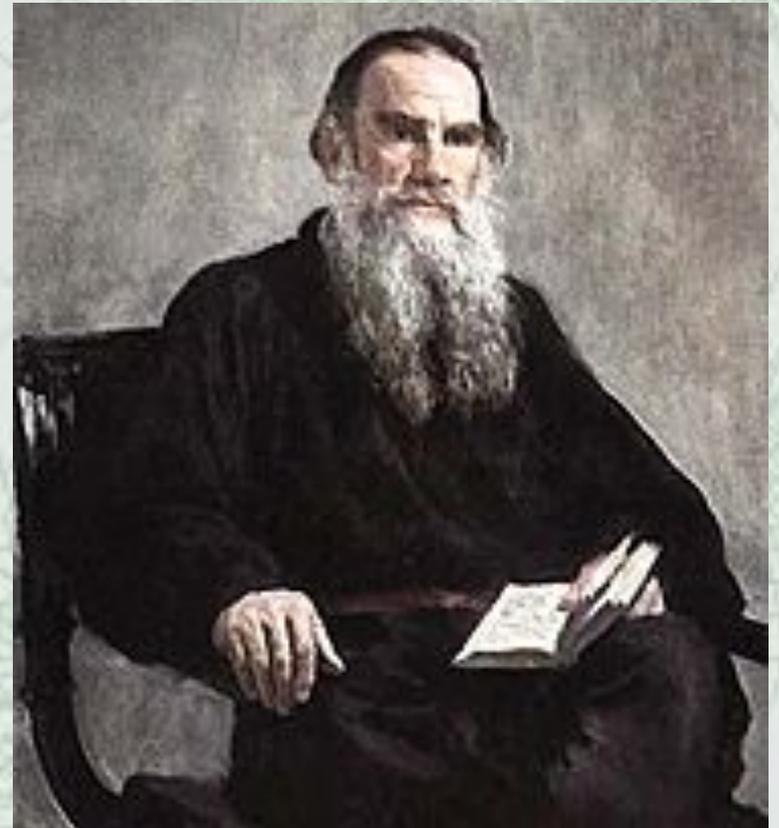
$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$



Он вычислил первые 23 знака этого числа в десятичной записи, а само число называли в честь Непера «**неперовым числом**».

Численно оно равно:
 $e = 2,718281828459045\dots$

Первые знаки числа e
запомнить несложно:
*два, запятая, семь,
два раза - год
рождения Льва
Толстого, сорок
пять, девяносто,
сорок пять.*



Все знают, что такое ростовщик.

Тот человек проценты брать привык.

**Они встречались в Вавилоне древнем, где пятую часть
«лихвы» взимали в среднем!**

**Пятнадцатый век – рождение банков, дающих деньги
людям под процент, тогда и встал вопрос довольно ярко
о дробном показателе, сомненья нет.**

**Его развили математик Штифель, Оресм, Шюке, затем
Исаак Ньютон. И в завершении Бернулли Иоганном
был термин «показательной» введен.**

**На множестве всех чисел он ее нам ввел, как
открыватель функции в историю вошел.**

**Итак, показательная функция не случайно родилась, в
жизнь органически влилась и движением прогресса
занялась.**

БЕРНУЛЛИ Иоганн (1667-1748)

(брат Якоба Бернулли)



**Определить и воспроизвести
идею составления ряда:**

1 2 4 8 16 32 64 ...

*Нет ни одной области
математики,
которая когда-нибудь не окажется
применимой к явлениям
действительного мира.*

Н.И. Лобачевский

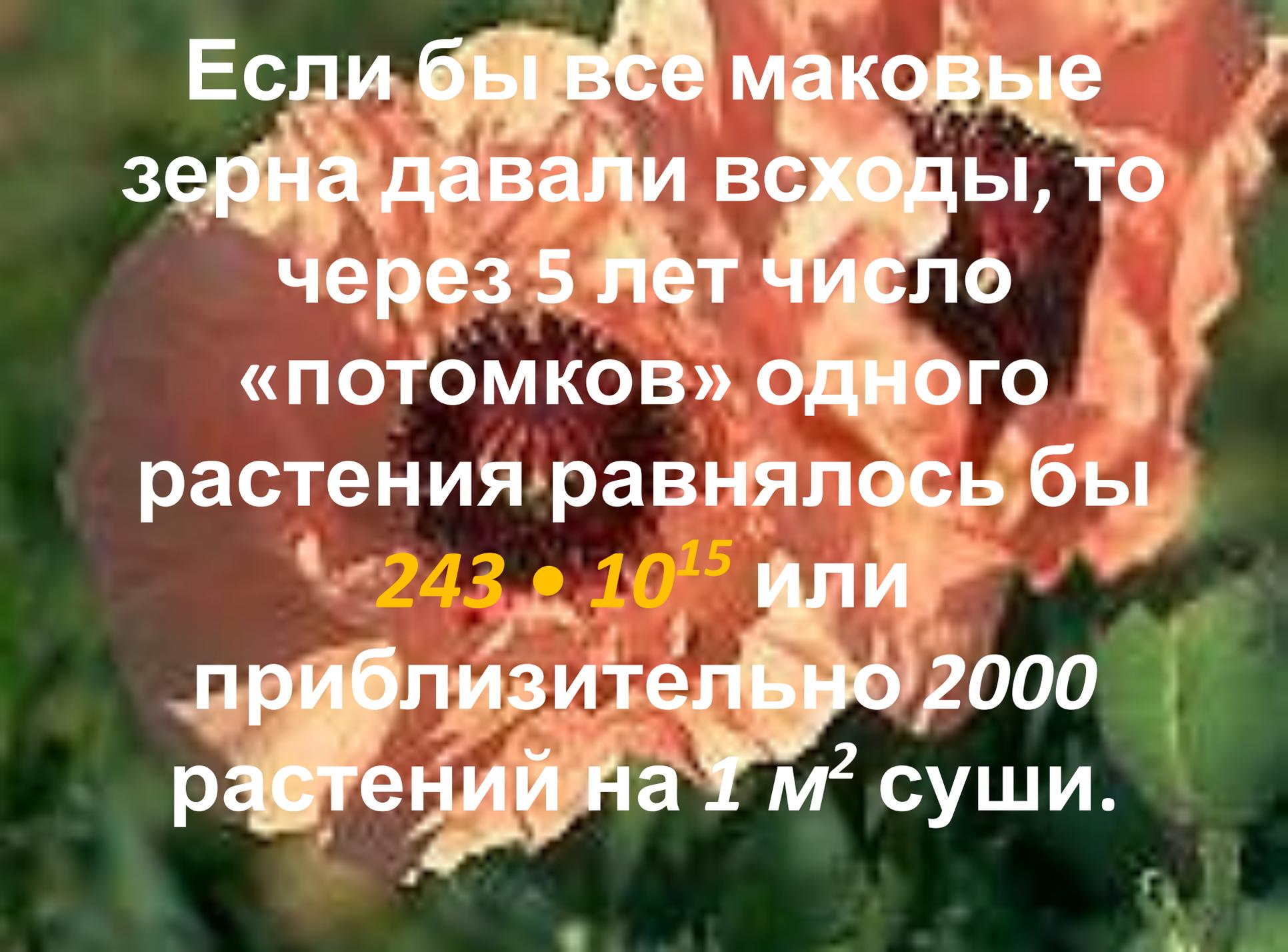
Показательная функция, подобно линейной и квадратичной, очень часто реализуется в физических, биологических и иных законах. И это, конечно, не является случайностью. В жизни нередко приходится встречаться с такими фактами, когда скорость изменения какой-либо величины пропорциональна самой величине (размножение бактерий, ход химической реакции и т.д.).

В этом случае рассматриваемая величина изменится по закону: $y = y_0 a^x$.

По закону показательной функции размножалось бы все живое на Земле, если бы для этого имелись благоприятные условия, т. е. не было естественных врагов и было вдоволь пищи.

Доказательство тому – распространение в Австралии кроликов, которых там раньше не было. Достаточно было выпустить пару особей, как через некоторое время их потомство стало национальным бедствием.





Если бы все маковые
зерна давали всходы, то
через 5 лет число
«ПОТОМКОВ» одного
растения равнялось бы
 $243 \cdot 10^{15}$ или
приблизительно 2000
растений на 1 м^2 суши.

Потомство комнатных мух за лето только от одной самки может составить $8 \cdot 10^{14}$. Эти мухи весили бы несколько миллионов тонн, а выстроенные в одну цепочку, они составили бы расстояние, большее, чем расстояние от Земли до Солнца. Потомство пары мух за 2 года имело бы массу, превышающую массу земного шара. И только благодаря сообществу животных и растений устанавливается динамическое равновесие в природе.



**экономике встречаются
многочисленные процессы,
в ходе которых значение
величины меняется в одно и
то же число раз,
т. е. по закону показательной
функции.**

**Эти процессы называются
*процессами органического
роста* или *органического
затухания*.**

- **Например, рост бактерий в идеальных условиях соответствует процессу органического роста;**
- **радиоактивный распад вещества – процессу органического затухания;**
- **Законам органического роста подчиняется рост вклада в Сберегательном банке;**
- **восстановление гемоглобина в крови, донора или раненого, потерявшего много крови;**
- **рост дрожжей, ферментов, микроорганизмов.**

**Закон органического роста
выражается формулой:**

$$N = N_0 e^{kt}.$$

По этому же закону изменяется количество древесины в дереве, что имеет большое значение для рационального ведения лесного хозяйства.

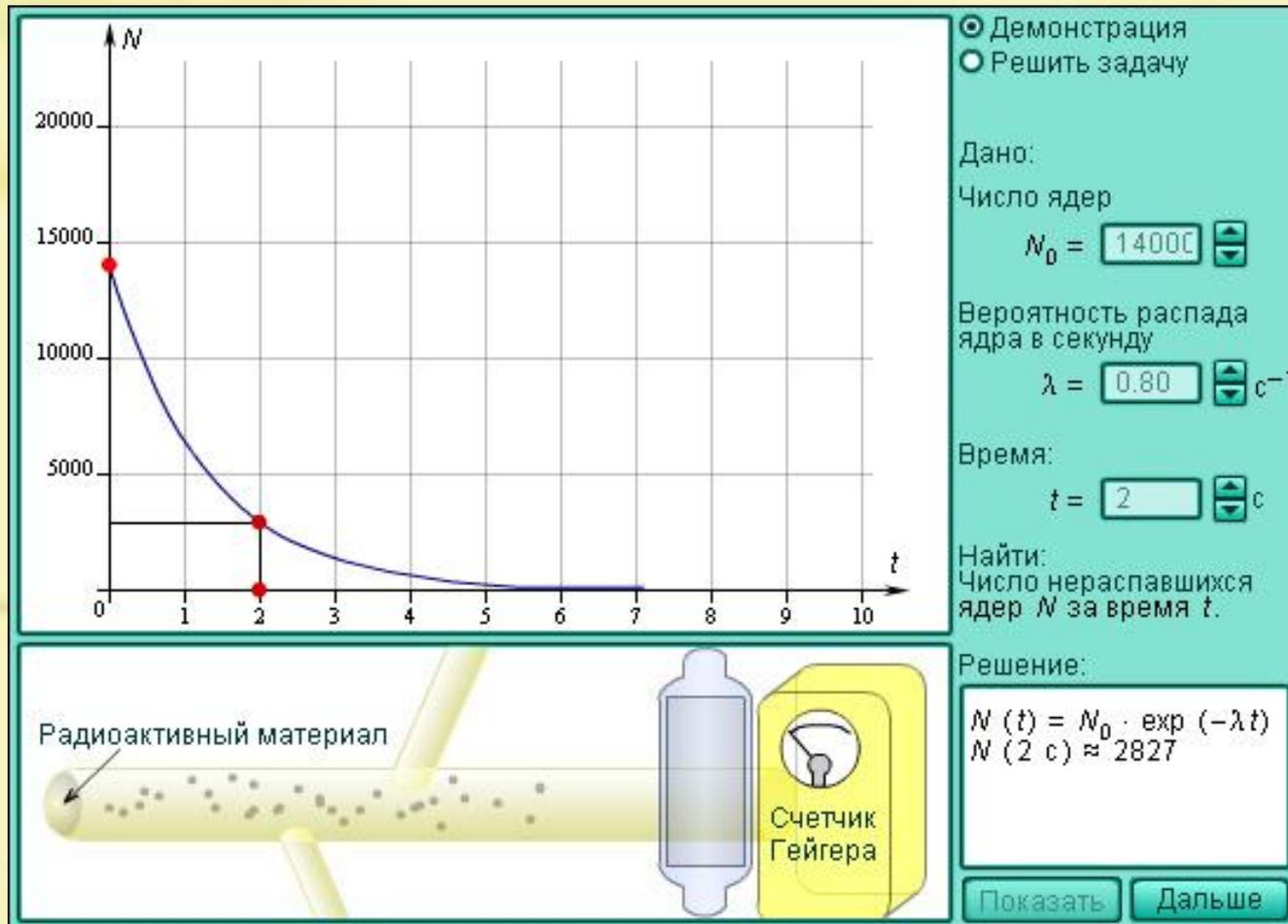
В природе и технике часто можно наблюдать процессы, которые подчиняются законам выравнивания, описываемым показательной функцией. Например, температура чайника изменяется со временем

по формуле $T = T_0 + (100 - T_0)e^{-kt}$

Процесс выравнивания в биологии

- встречается при разрушении адреналина в крови;
- о работе почек судят по их способности выводить радиоактивные вещества, количество которых уменьшается по показательному закону.

Радий распадается в зависимости от времени по закону $M = M_0 e^{-kt}$, где:
 M_0 – начальное количество радия,
 k – некоторый коэффициент.



**Пользуясь этой формулой,
ученые смогли подсчитать
возраст Земли,
то есть время, в течение
которого радий смог
распадаться нормально.**



Вы все слышали о цепных реакциях, теорию которых в 20-х годах описал молодой химик Н.Н. Семенов, а потом развили ученые-атомщики. Как управлять этим процессом в мирных целях? На этот вопрос можно ответить только при помощи знаний о показательной функции.



**СЕМЕНОВ Николай
Николаевич
(1896-1986)
русский ученый**

Давление атмосферы, выраженное в миллиметрах ртутного столба, меняется по закону:

$$P = 760 \cdot e^{-\frac{h}{8000}}$$

где h – высота точки над уровнем моря (в м).

Эту формулу используют геодезисты для определения разности высот над уровнем моря двух точек на земной поверхности.

При прохождении света через мутную среду каждый слой этой среды поглощает строго определенную часть падающего на него света.

Сила света I определяется по формуле:

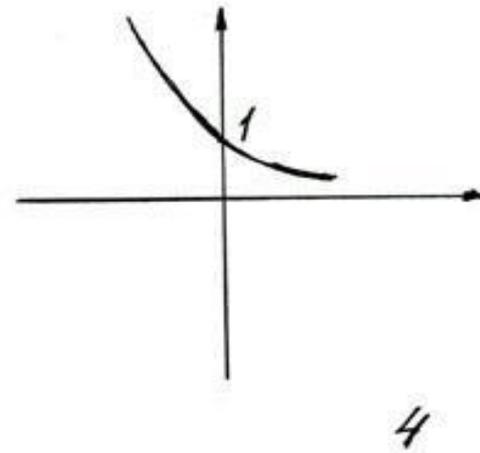
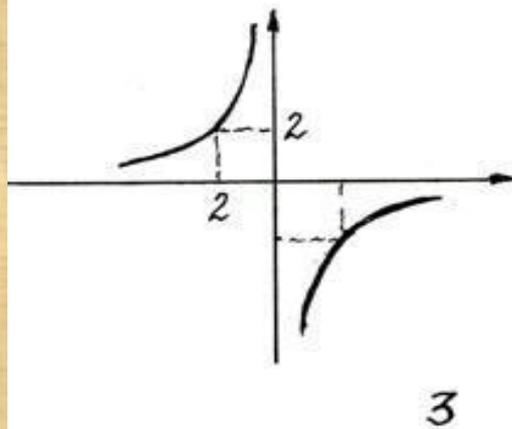
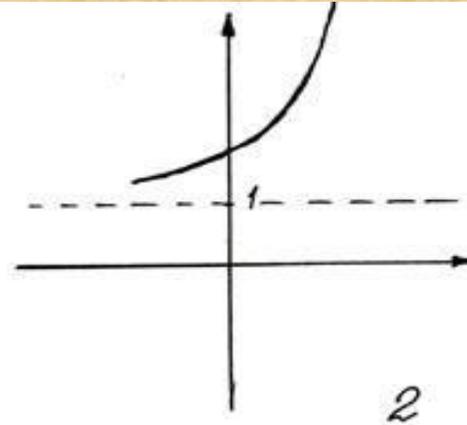
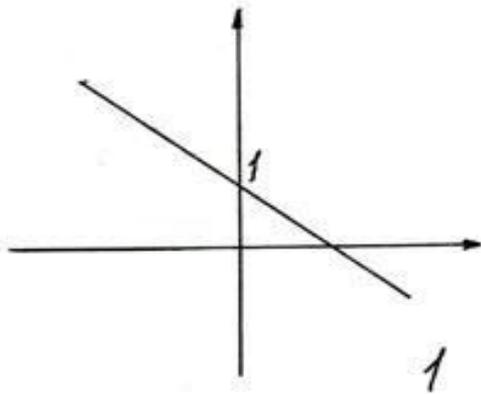
$I = I_0 e^{-ks}$, где: s – толщина слоя, k – некоторый коэффициент, характеризующий мутную среду.

Многообразные применения
показательной или
экспоненциальной функции
вдохновили английского поэта
Элмера Брила на написание
«Оды экспоненте»,
отрывок из которой гласит:

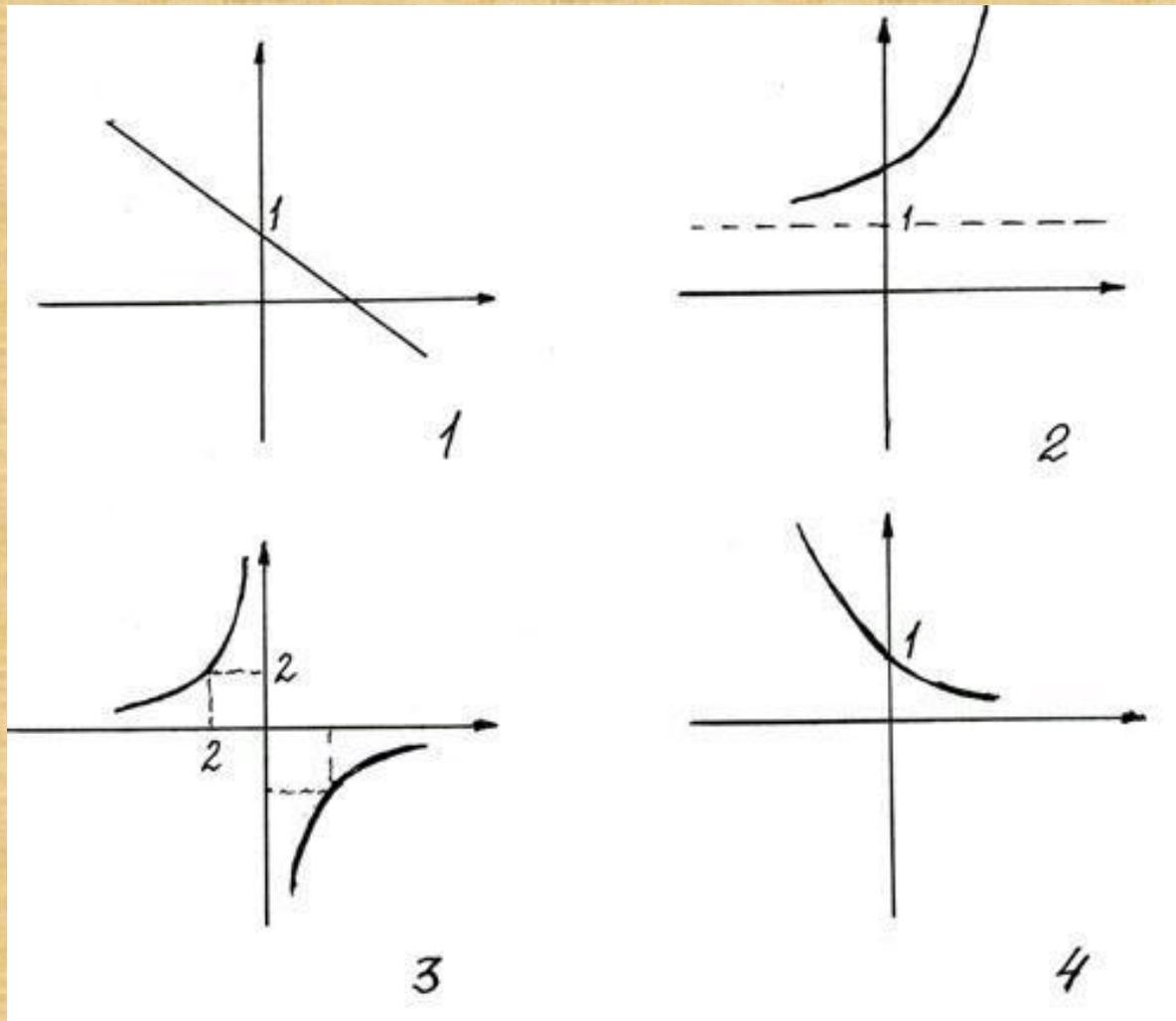
“...Ею порождено многое из того, что
«достойно упоминания»,
Как говорили наши англосаксонские
предки.

Могущество её порождений
Заранее обусловлено её собственной
красотой и силой,
Ибо они суть физическое воплощение
Абстрактной идеи е.
Английские моряки любят и знают её
Под именем “Гунтер”.

1. На каком рисунке изображена показательная функция с основанием $a > 1$



2. На каком рисунке графики показательной функции с основанием $0 < a < 1$



3. Какие из перечисленных ниже функций являются показательными:

1. $y = 2^x$;

2. $y = x^2$;

3. $y = 5x$;

4. $y = x^{-1}$;

5. $y = 10^{-x}$.

**4. Какие из перечисленных
показательных функций
являются возрастающими:**

1. $y = (7,2)^x$;

2. $y = 64^{-x}$;

3. $y = (1/3)^x$;

4. $y = 2^x$

5. Решить уравнение:

1. $3^{2x+1} - 9 = 0;$

2. $2^{2x+1} + 2^{2x-1} - 20 = 0;$

6. Что больше

$$\left(\frac{1}{3}\right)^4 \text{ или } 27?$$

Таблица ответов:

1.	2 и 4
2.	4
3.	1 и 5
4.	1 и 4
5.	1. $X = 0,5$; 2. $X = 1$.
6.	27
	6 баллов - «5»; 5 – 4 баллов - «4»; 3 – 2 балла - «3»; 2 - 1 балл - «2».