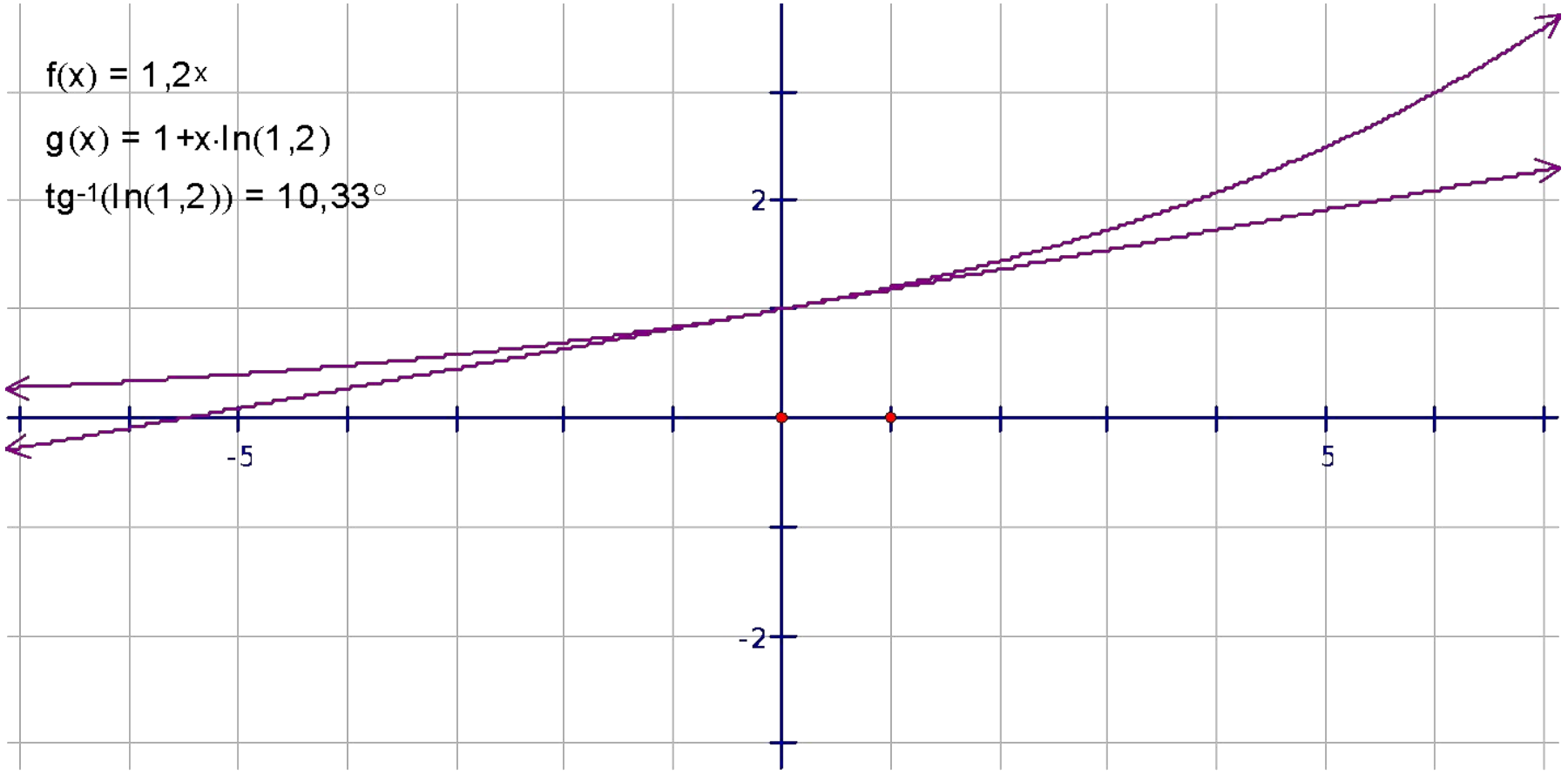
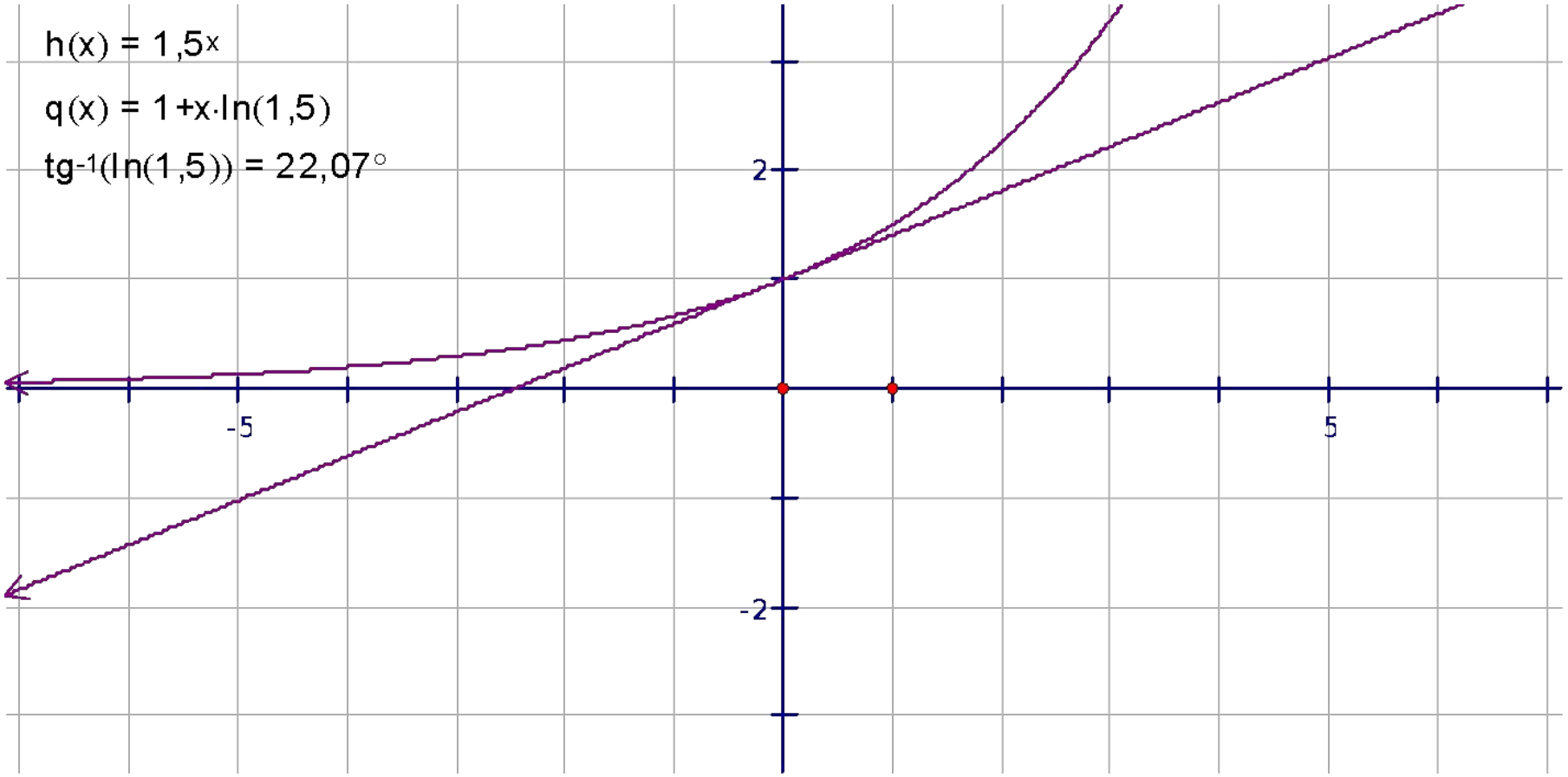
Число e.
Производная показательной функции.
Натуральный логарифм.

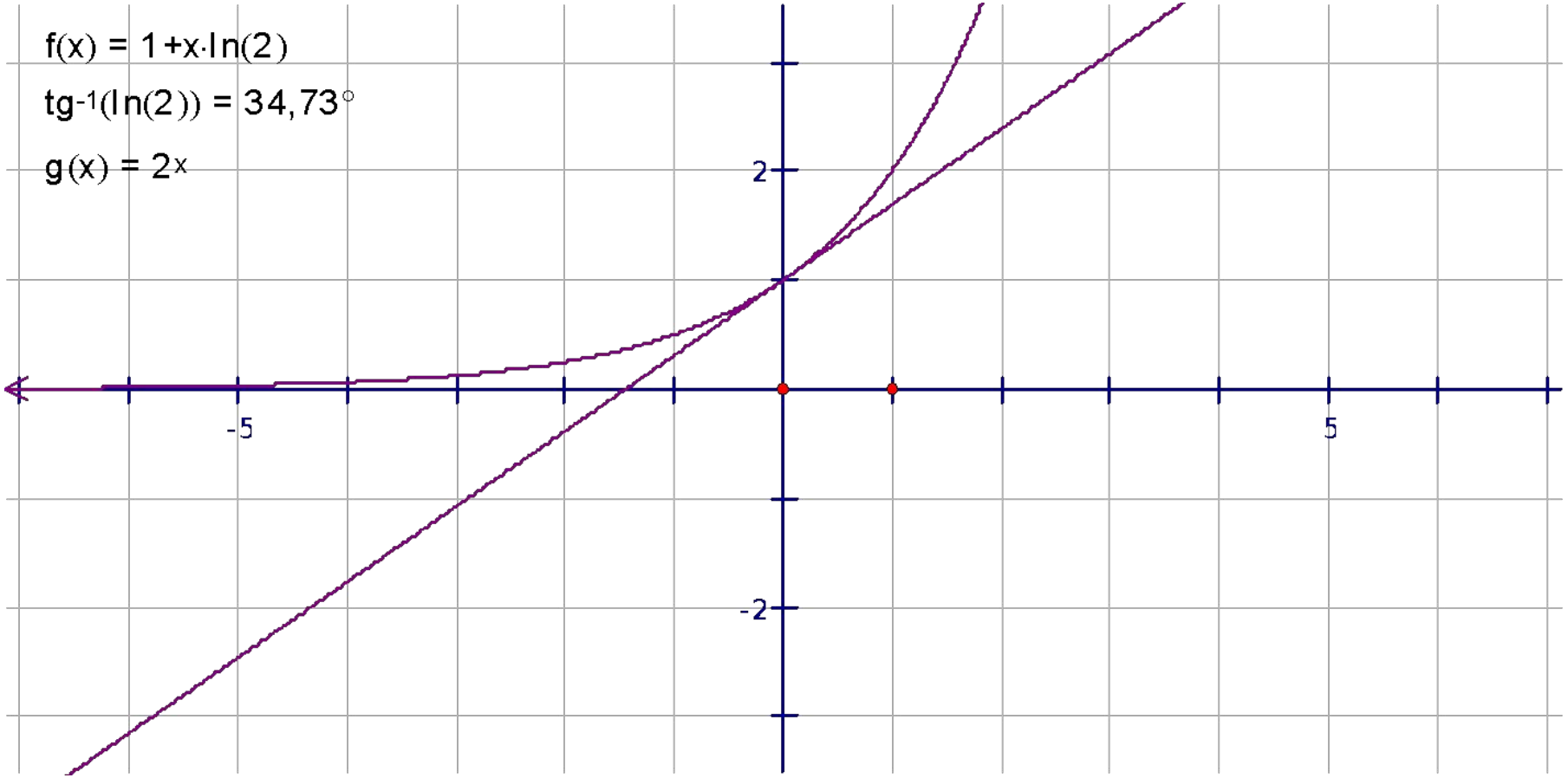
$f(x)=1.2^x$ $\alpha = 10.33^o$



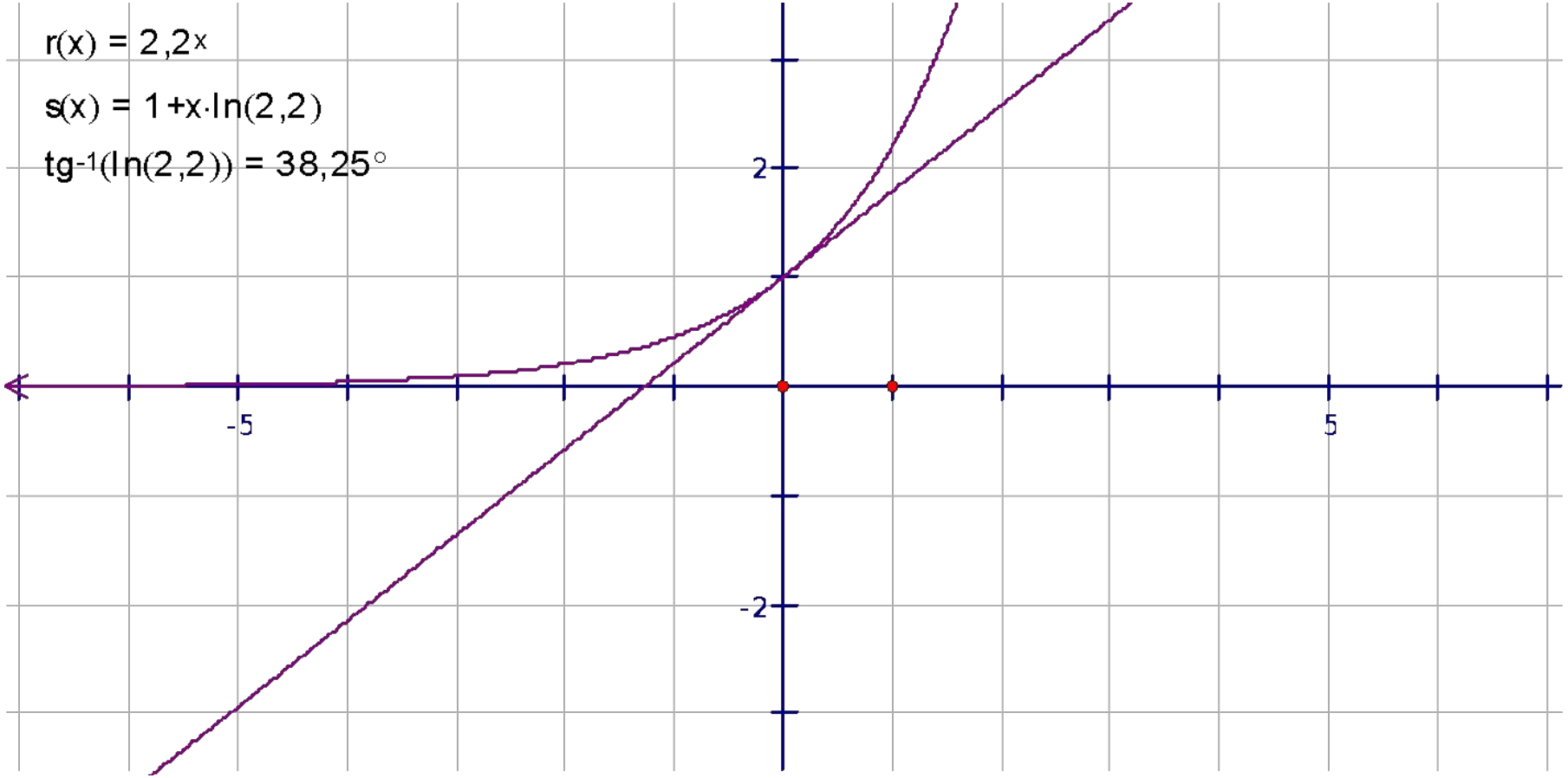
$f(x) = 1.5^x$ $\alpha = 22.07^o$



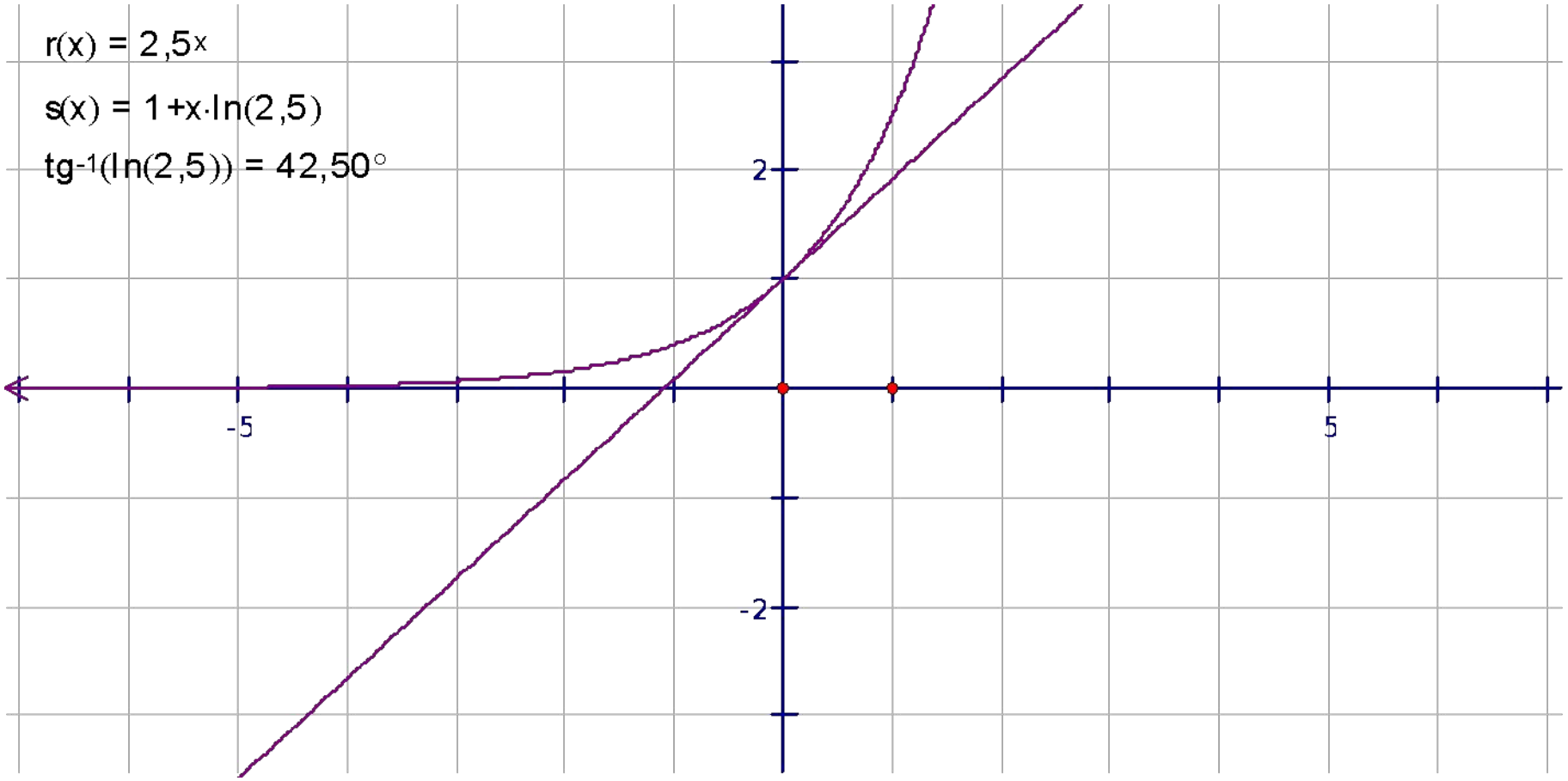
$f(x) = 2^x$ $\alpha = 34.73^o$



$f(x) = 2.2^x$ $\alpha = 38.25^o$

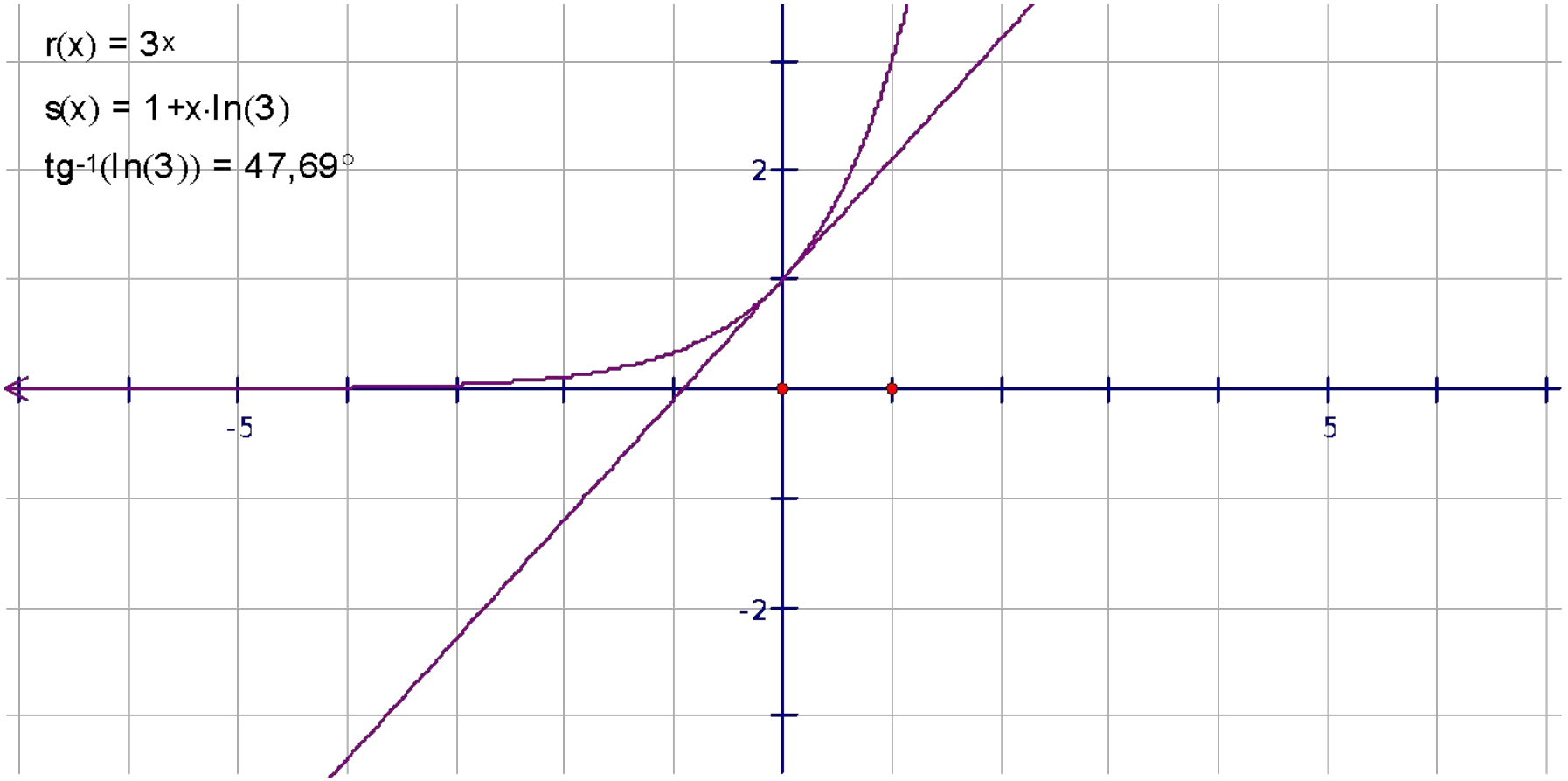


$f(x) = 2.5^x$ $\alpha = 42.50^o$



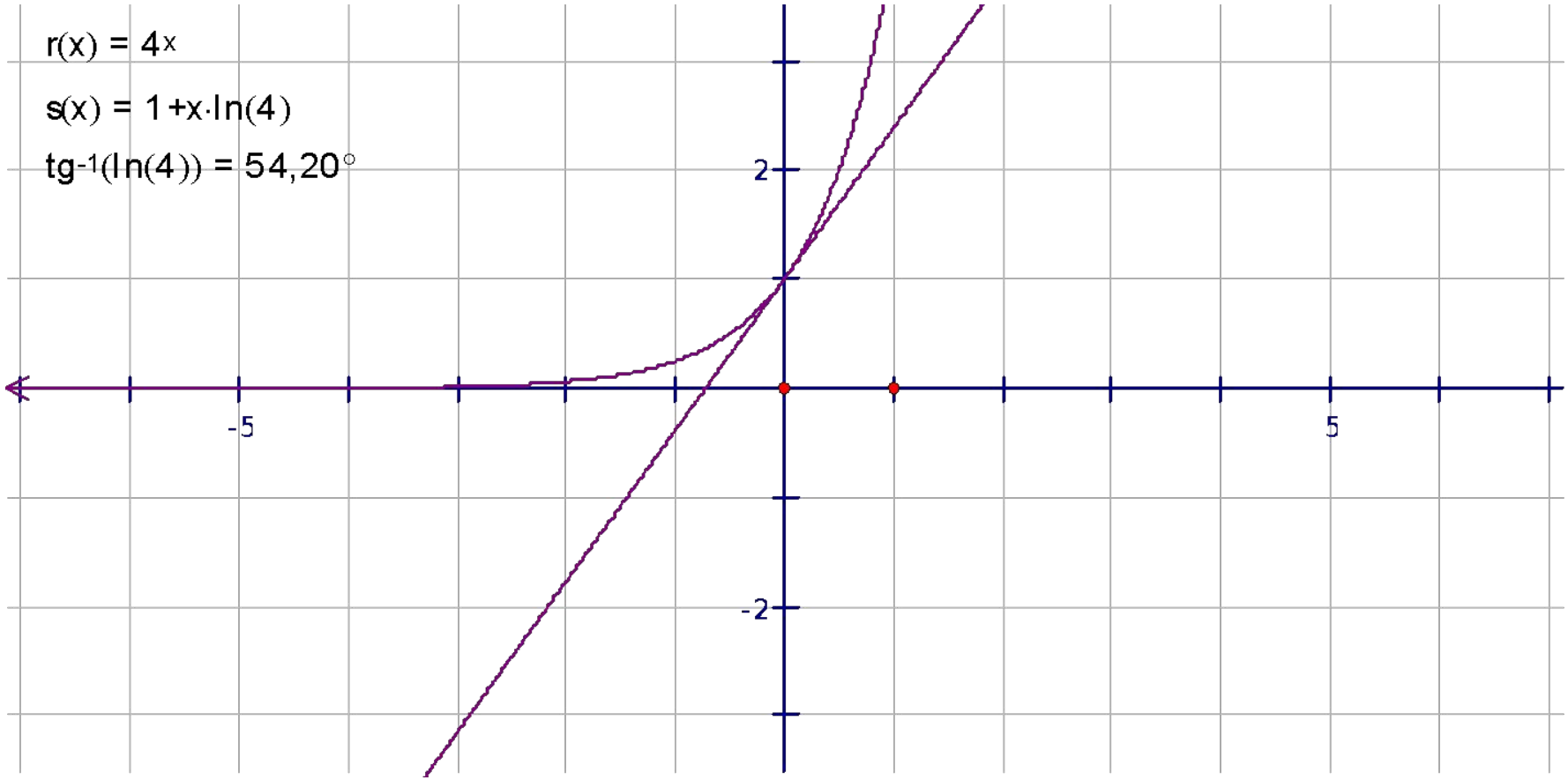
$f(x) = 3^x$

$\alpha = 47.69^o$

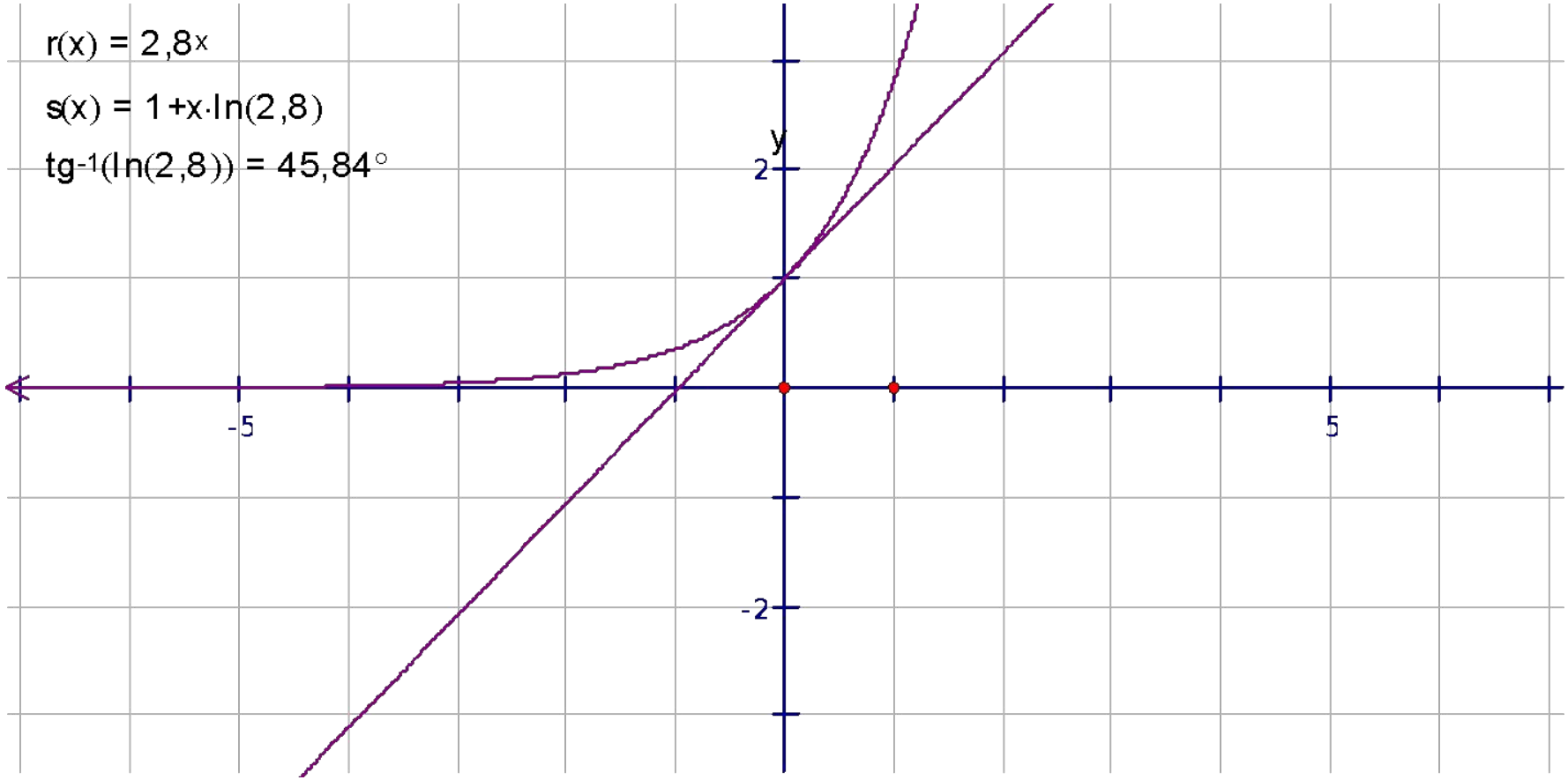


$f(x) = 4^x$

$\alpha = 54.20^o$

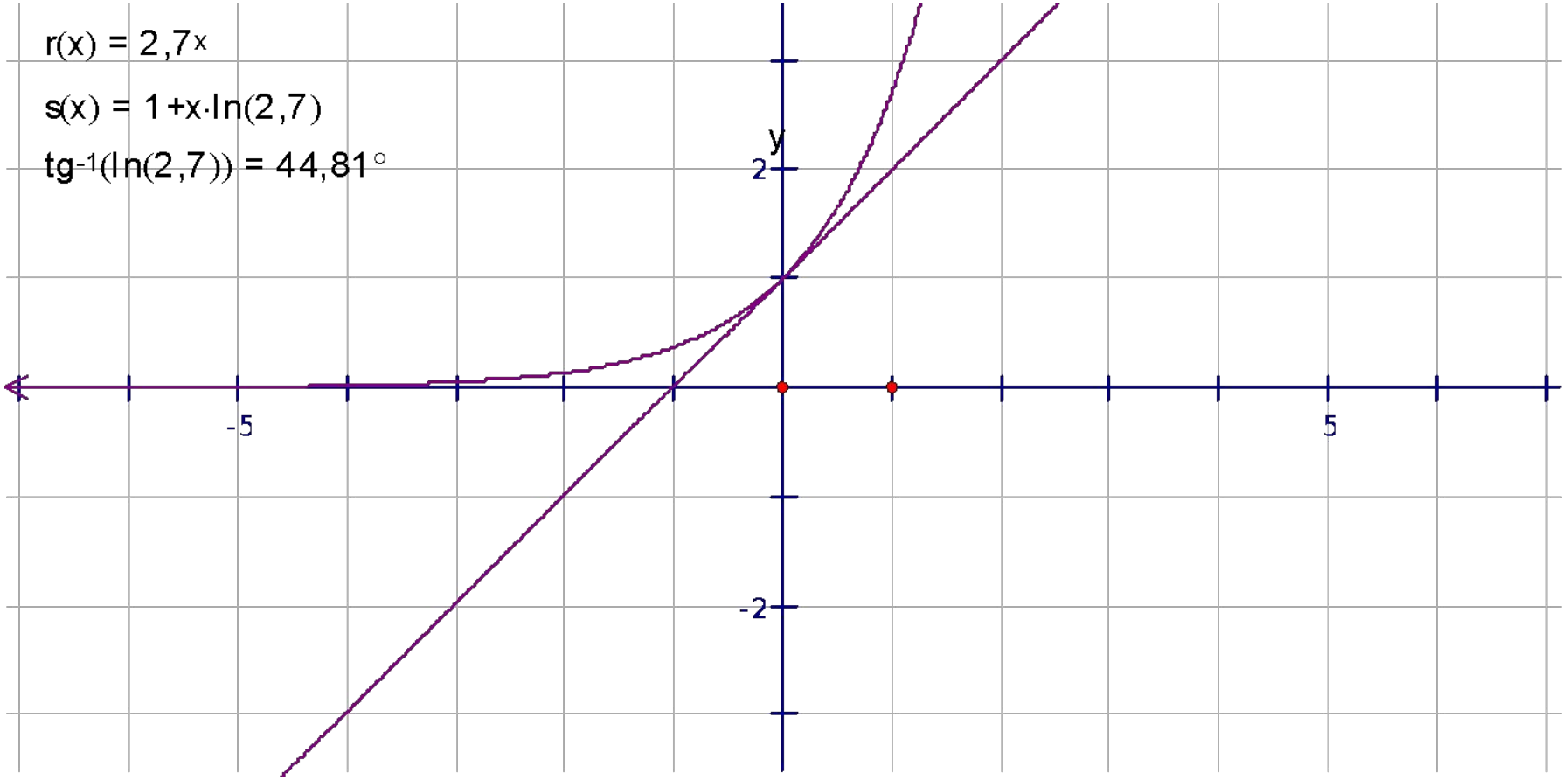


$f(x) = 2.8^x$ $\alpha = 45.84^o$

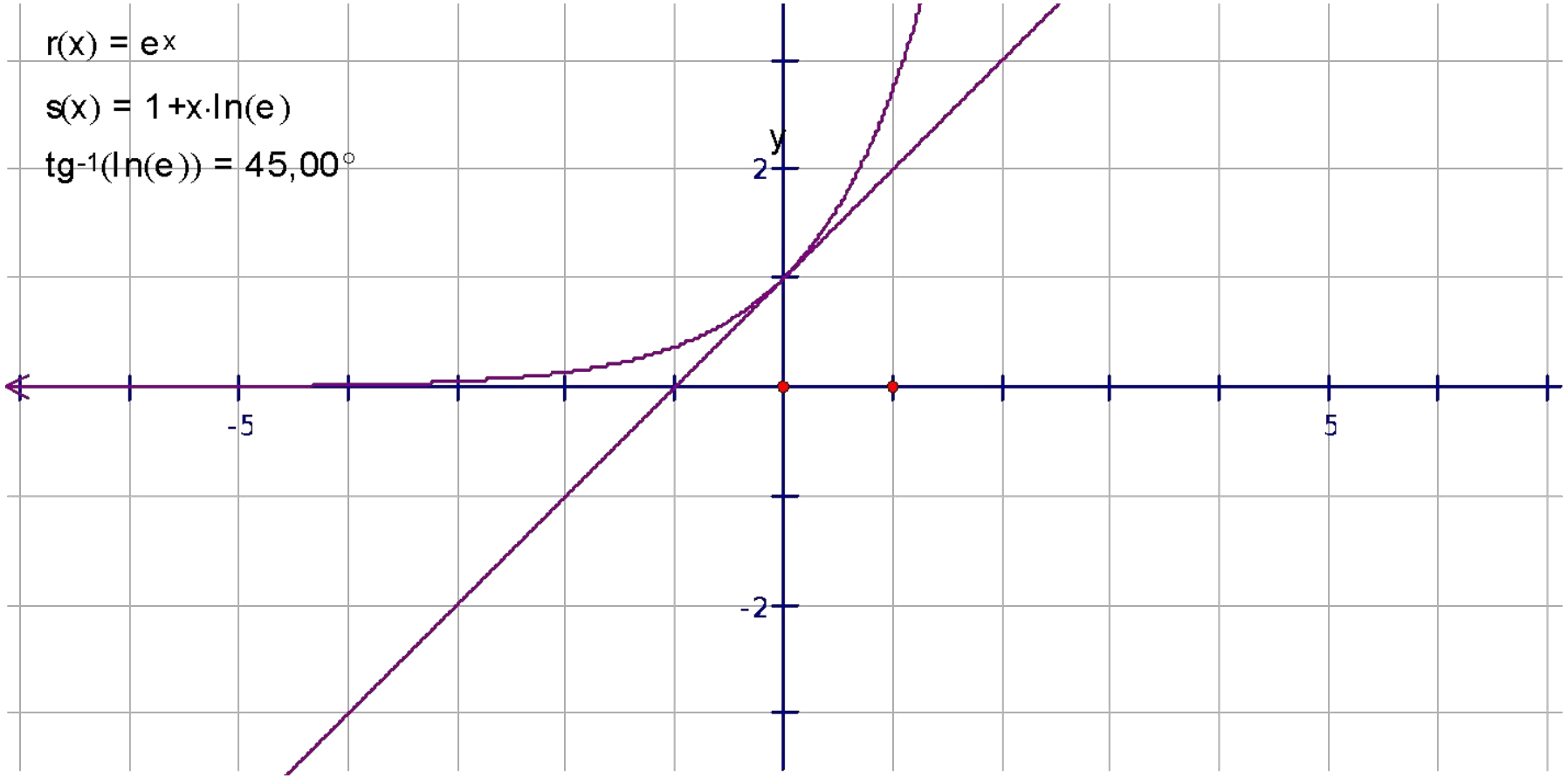


$f(x) = 2.7^x$

$\alpha = 44.81^o$



$f(x)=e^x$ $\alpha = 45^o$ $\mathbf{k} = \operatorname{tg} \alpha = 1$



Иррациональное число e.

- **e = 2,7182818284590…**

  бесконечная непериодическая десятичная дробь
- **e ≈ 2,7**

- ***В пи – цифры не пересчитать,***
- ***е – бесконечно столь же .***
- ***А если их с конца писать, какое будет больше?***

Свойства функции $y=e^x$

- **D(y) = R;**
- **Функция общего вида;**
- **Возрастает на всей области определения;**
- **Не имеет наибольшего и наименьшего значений;**
- **Ограничена снизу и неограничена сверху;**
- **Непрерывна;**
- **E(y) = (0 ;+ ∞);**
- **Выпукла вниз;**
- **Дифференцируема на всей области определения.**

- **График касательной к графику функции $y=e^x$ в точке с абсциссой $x=0$, образует с положительным направлением оси абсцисс угол в 45^o.**
- **Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y=e^x$ в точке с абсциссой $x=0$, равен 1**

- **Показательная функция $y = e^x$ в точке x=0 имеет производную , равную 1.**

- Т.е. $$\frac{e^{\Delta x} - e^0}{\Delta x} = \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} \to 1 \quad \underline{(A)}$$

при $$\Delta x \to 0$$

Определение производной

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} \xrightarrow[\Delta x \to 0]{} f'(x_0)$$

Производная функции $y=e^x$

- **Нам задана функция $y(x)=e^x$**
- **$y'(0) = 1$, т.к. $e^0=1$,**
- **$y(x) =e^x$**
- **$y(x+\Delta x) = e^{x+\Delta x}$,**
- **$\Delta y = y(x+\Delta x) - y(x) = e^{x+\Delta x} - e^x = e^x (e^{\Delta x} – 1)$,**
- **пользуясь условием (А) можем записать :**

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{e^x(e^{\Delta x}-1)}{\Delta x} = e^x \cdot \frac{e^{\Delta x}-1}{\Delta x} \xrightarrow[\Delta x \to 0]{} e^x$$

- **$(e^x)'= e^x$**

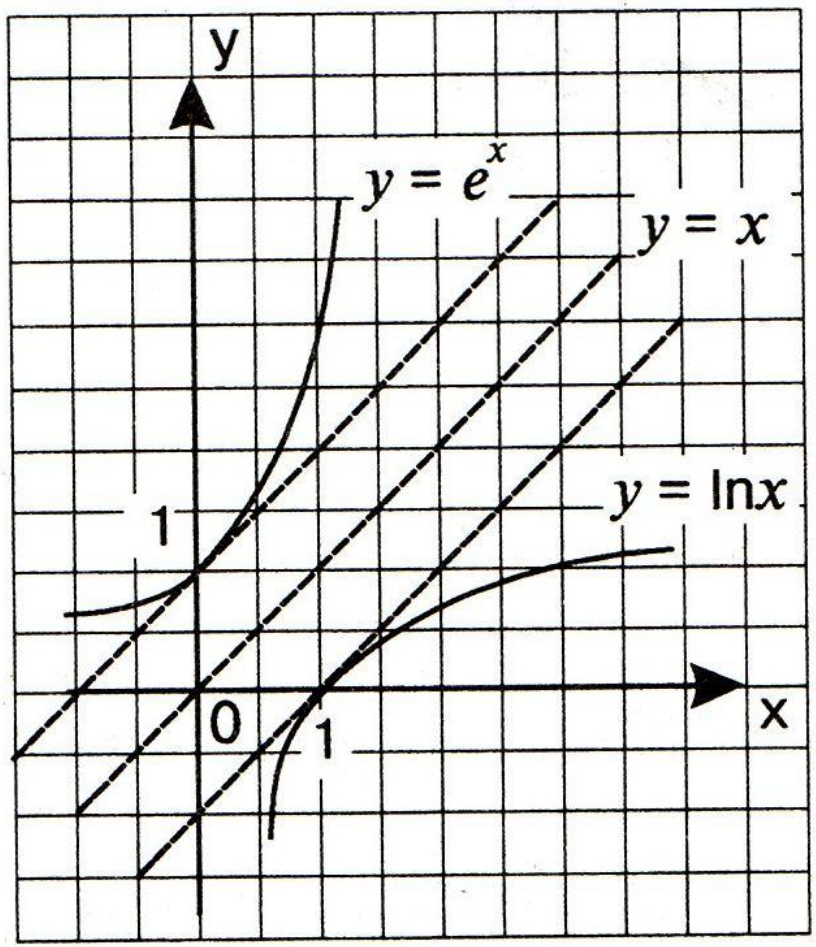
- **Любая первообразная для функции $y(x) = e^x$ может быть записана в виде**

  $Y(x) = e^x + c$

Натуральный логарифм

- **Натуральным логарифмом называется логарифм по основанию e**
- **Обозначение:** $\ln x = \log_e x$

График функции y=ln x



Свойства функции $y = \ln x$

- **D(y) = (0 ;+ ∞);**
- **Функция общего вида;**
- **Возрастает на всей области определения;**
- **Не имеет наибольшего и наименьшего значений;**
- **Неограничена снизу и сверху;**
- **Непрерывна;**
- **E(y) = R;**
- **Выпукла вверх;**
- **Дифференцируема на всей области определения.**

Производная показательной функции с произвольным основанием.

- $a = e^{lna}$, $a^x = e^{\ln a^x}$

- $(a^x)' = (e^{\ln a^x})' = (e^{x \ln a})' = (e^{\ln a \cdot x})' =$

  $= (e^{\ln a \cdot x}) \cdot (x \ln a)' = a^x \ln a$

Первообразная показательной функции с произвольным основанием.

- **Любая первообразная для функции у (x) = a^x может быть записана в виде**

$$\mathbf{Y\ (x)} = \frac{a^x}{\ln a} + c$$