

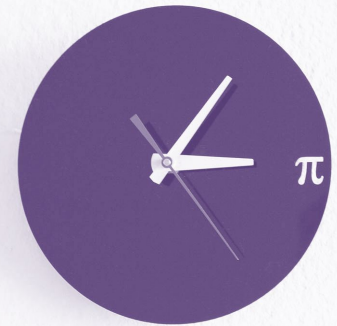
The background features a large, thin black circle. Overlaid on this circle is a white sine wave that oscillates across the frame. The overall color palette is a gradient of light yellow and cream.

Замечательное число π

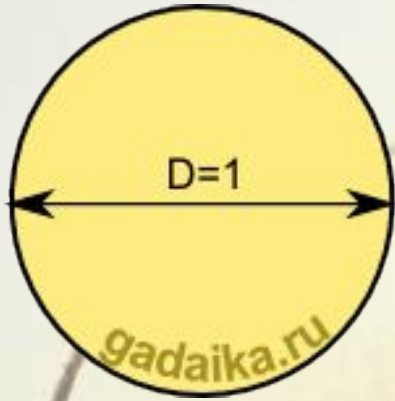
Число π

Куда бы мы ни обратили
свой взор, мы видим
проворное и трудолюбивое
число π : оно заключено
и в самом простом колесике,
и в самой сложной
автоматической машине

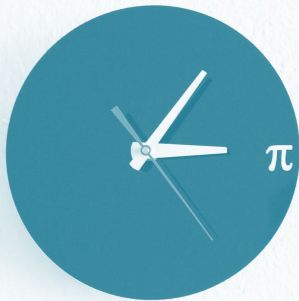
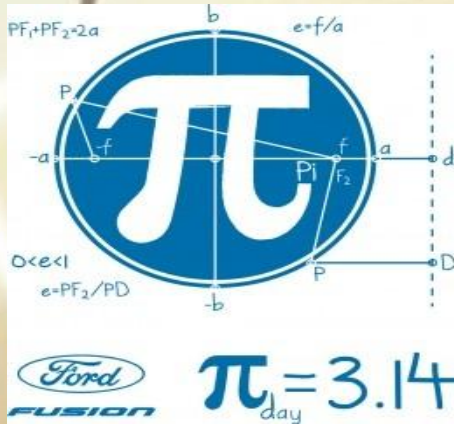
Ф. Кымпан



Число π



В математике есть «Четыре замечательные точки треугольника», «Первый замечательный предел» и число, которое обозначается буквой греческого алфавита π . Так чем же оно замечательно? Впервые с этим необычным числом мы встречаемся на уроках математики в 6 классе при изучении темы: «Окружность и круг». Число π — математическая константа, которая выражает отношение длины окружности к длине ее диаметра. Если взять окружность с диаметром равным единице, то длина окружности и будет равна числу $\pi = 3,1415926\dots$ — бесконечной, десятичной, непериодической дроби



История числа π

Число π было известно людям с глубокой древности.

Открывателями числа π можно считать людей доисторического времени, которые при плетении корзин заметили, что для того, чтобы получить корзину нужного диаметра, необходимо брать прутья в 3 раза длиннее диаметра



История числа π

История числа π шла параллельно с развитием всей математики

Древний период: π изучалось с позиции геометрии (Архимед III в. до н.э.)

Классическая эра: π изучалось с позиции математического анализа (Ф.Виет, Л.Эйлер)

Эра компьютеров: π изучалось с позиции цифровой техники (19.10.2011 рассчитано 10 триллионов цифр после запятой)

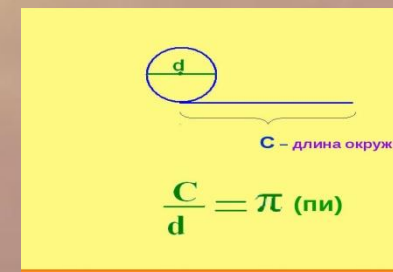
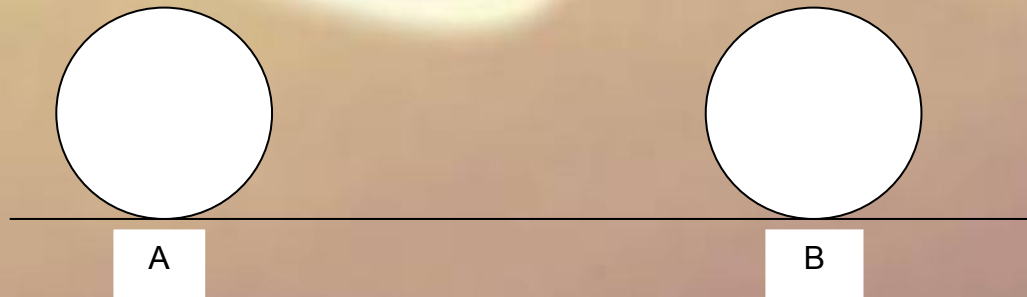
Практические вычисления

Проделаем следующий опыт. Вырезаем из картона круг. Ставим его ребром на лист бумаги, где начерчена прямая линия.

Отмечаем на прямой и на окружности точку их касания А. Затем плавно катим круг по прямой до тех пор, пока отмеченная точка на окружности не окажется на прямой в точке В. отрезок АВ будет равен длине окружности.

$$AB = 15,1 \text{ см}; \quad d = 4,8 \text{ см}.$$

$$AB : d = 15,1 : 4,8 = 3,1458333... = \pi$$



Практические вычисления

Вырежем из картона несколько кругов. Измерим их окружности и диаметры, а затем найдем отношения длины каждой окружности к длине своего диаметра. Результаты измерений занесем в таблицу

Круги	Длина окружности C	Диаметр круга d	Число π	Среднее арифметическое числа π
1	24,5 см	7,8 см	3,1410	$(3,1410+3,1429+3,1385+3,1369+3,1475):5=3,1414$
2	33 см	10,5 см	3,1429	
3	40,8 см	13 см	3,1385	
4	52,7 см	16,8 см	3,1369	
5	38,4 см	12,2 см	3,1475	

Практические вычисления

Возьмем монеты различного достоинства.
Измерим у каждой длину окружности и диаметр.
Вычислим приближенное значение числа π по формуле $\pi = C:d$

Достоинство монеты	Диаметр монеты d (см)	Длина окружности C (см)	Приближенное значение числа π
10 копеек	1,8 см	5,6 см	3,1111
50 копеек	2,1 см	6,6 см	3,1429
1 рубль	2,2 см	6,9 см	3,1364
2 рубля	2,5 см	7,9 см	3,1600
5 рублей	2,6 см	8,3 см	3,1923
10 рублей	2,3 см	7,2 см	3,1304



Найдем среднее арифметическое числа π

$$(3,1111+3,1429+3,1364+3,1600+3,1923+3,1304):6=3,1455...$$

Практические вычисления

- Используем ряд Лейбница. Это один из простейших рядов. Хотя он и не самый эффективный, так как очень медленно сходится к числу π
- $\pi = (4/1) - (4/3) + (4/5) - (4/7) + (4/9) - (4/11) + (4/13) - (4/15) + (4/17) \dots$
- Чем больше дробей мы сложим, тем более точное значение π мы получим

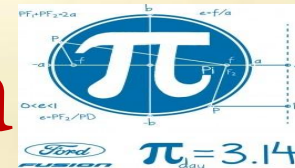
Практические вычисления

$$\pi = (4/1) - (4/3) + (4/5) - (4/7) + (4/9) - (4/11) + (4/13) - (4/15) + (4/17) \dots$$

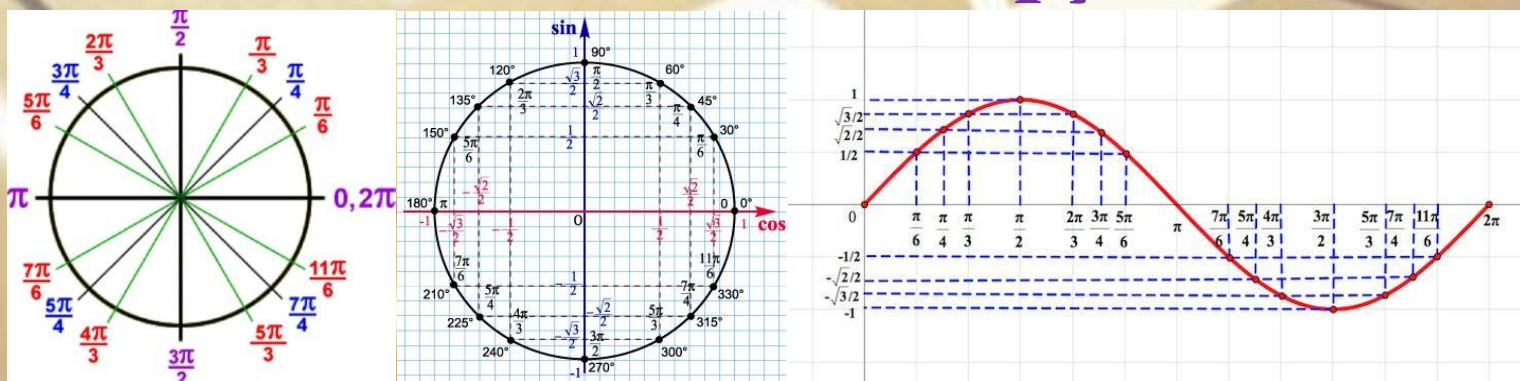
Результаты вычислений:

Порядок действий	Действия	Результат	Среднее арифметическое числа π
1	$4/1 - 4/3 = 8/3$	2,6666666	(2,6666666+3,4666663+ +2,8952380+3,3396825+ +2,9760461+3,2837384+ +3,0170718+3,2523659):8 =3,1121841
2	$8/3 + 4/5 = 52/15$	3,4666666	
3	$52/15 - 4/7 = 304/105$	2,8952380	
4	$304/105 + 4/9 = 1052/315$	3,3396825	
5	$1052/315 - 4/11 = 10312/3465$	2,9760461	
6	$10312/3465 + 4/13 = 147916/45045$	3,2837384	
7	$147916/45045 - 4/15 = 2038560/675675$	3,0170718	
8	$2038560/675675 + 4/17 = 37358220/11486475$	3,2523659	

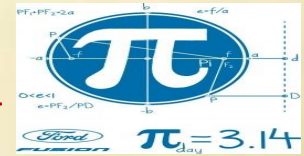
Применение числа



В тригонометрии число π - радианное измерение углов. Длины дуг окружности выражаются некоторыми долями числа π . На рисунке показано построение точек синусоиды с помощью единичной окружности



Применение числа



В современной математике π входит в большое количество различных формул

- В планиметрии - длина окружности, дуги; площадь круга и его частей
- В стереометрии - объем шара и его частей; объем цилиндра, конуса; площадь поверхности цилиндра, конуса, сферы
- В физике - теория относительности; квантовая механика; ядерная физика
- В теории вероятностей - формула Стирлинга для вычисления факториала

Число π в географии

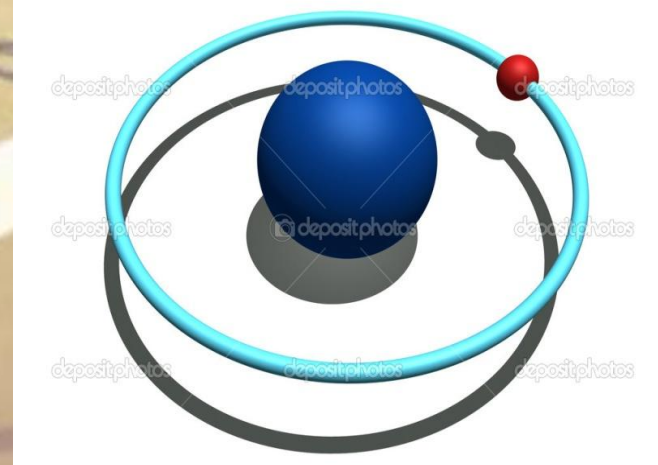
- Если рассчитать длину экватора Земли, приняв π с точностью до девятого знака, то ошибка в расчётах составит всего около 6 мм.
- Тридцати девяти знаков после запятой в числе π достаточно для вычисления длины окружности, опоясывающей известные космические объекты во Вселенной, с погрешностью не большей, чем радиус атома водорода



Определение географической широты



Определение географической долготы



Число π в географии

- Кандидат географических наук В. Пиотровский доказал, что все структуры рельефа Земли -от мелких до гигантских -связаны между собой числом π
- Отношение длины берега к расстоянию между истоком и устьем примерно равно 3,14 (числу "Пи")



Число π в задачах

Задача 1

Минутная стрелка Кремлевских курантов имеет длину 3,6 метра. Какова длина дуги окружности, которую описывает конец стрелки в течение 15 минут?

Решение.

За 15 минут конец минутной стрелки описывает четверть окружности то есть $s = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r = \pi r = 3,14 \cdot 3,6 = 5,652$ (м)

Ответ: 5,652 м



Число π в задачах

Задача 2.

Вычислите длину земного экватора, зная, что радиус его приблизительно равен 6400 км.

Решение.

Длину окружности земного экватора вычислим по формуле:

$$C = 2r = 2 * 3,14 * 6400 = 40192 \text{ (км)}$$

Ответ: 40192 км



Число π в задачах

Задача 3

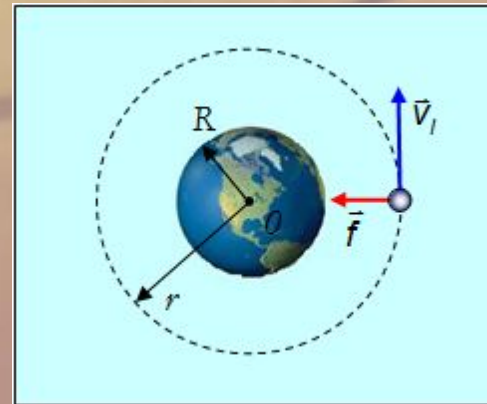
Спутник вращается по круговой орбите на высоте 100 км от поверхности Земли. Какова длина пути, проходимого спутником за 1 оборот вокруг Земли? Диаметр Земли составляет 12 640 км.

Решение.

$$D_1 = D(\text{земли}) + 100 \text{ км}$$

$$C = D_1 = (12\,640 + 100) * 3,14 = 40003,6 \text{ (км)}$$

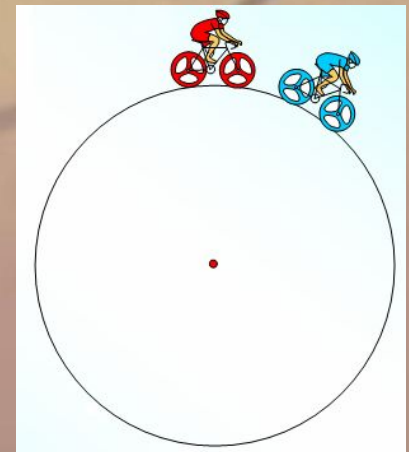
Ответ: 40003,6 км



Число π в задачах

Задача 4

Два велосипедиста одновременно начали двигаться по единичной окружности из одной точки в противоположных направлениях. Первый велосипедист за одну секунду $\frac{\pi}{4}$ проходит угол в положительном направлении, а второй за $\frac{\pi}{3}$ секунду проходит угол в отрицательном направлении. В какой точке окружности они встретятся первый раз? Встретятся ли они когда-нибудь снова в первоначальной точке? Найти все точки встречи.



Число π в задачах

Задача 4

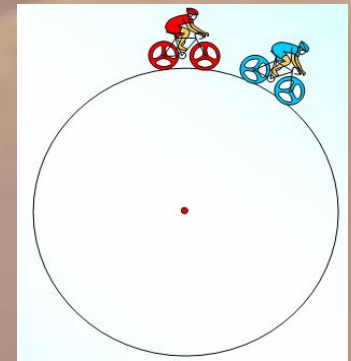
Решение.

За одну секунду велосипедисты сближаются на угол

$$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{12} \quad \text{Длина единичной окружности } 2\pi.$$

Найдем время, через которое велосипедисты встретятся первый раз $t = \frac{7\pi}{12} \pi: \frac{12}{7\pi} \pi \cdot \frac{24}{7} =$ (с). За это время первый велосипедист повернется по окружности в положительном направлении на угол $\frac{24}{7} \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{6\pi}{7}$. Все точки встречи можно записать выражением $\text{ви}, \frac{6\pi k}{7}, k$ - натуральное число.

Ответ: $\frac{6\pi}{7}$, да, $\frac{6\pi k}{7}$, k – натуральное число.



Египетские пирамиды и число π



- Пирамиды строго ориентированы по сторонам света, все их размеры связаны со значением числа π
- Измерения пирамиды Хеопса привели к новым сенсационным данным. Оказалось, что периметр пирамиды, разделенный на удвоенную высоту, дает значение числа π с точностью до 0,01



Пирамида Хеопса и число π

Задача 5

Дано:

$SABCD$ -правильная четырехугольная пирамида

$a=AB=230,3$ м - сторона основания

$h=SO=146,6$ м – высота, P -периметр квадрата $ABCD$

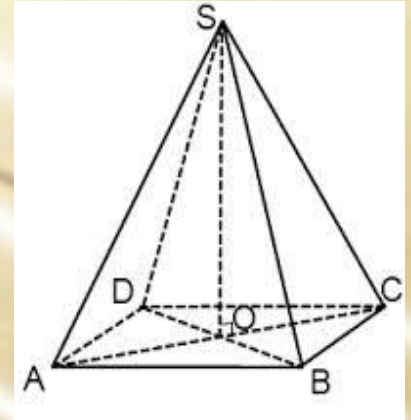
Найти: $P:2h$

Решение:

$P=4a$ – периметр основания

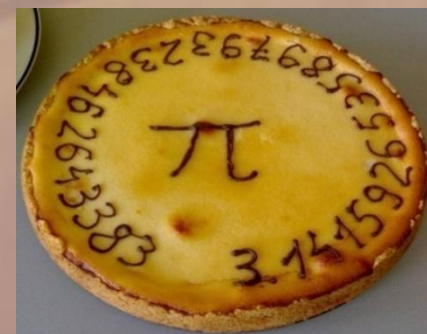
$$P:2h=4a:2h=2a:h=2*230,3:146,6=\\=460,6:146,6=3,1418826....$$

Ответ: $P:2h=3,14$ – число π



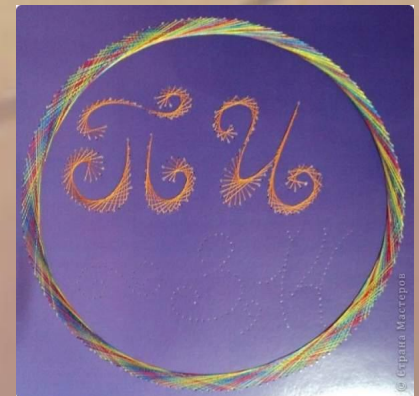
День рождения числа π

- Этот праздник был учрежден в 1987 году физиком из Сан-Франциско, который подметил, что в американской системе записи дат (месяц/число) 14 марта – 3.14 и время 1:59:26 совпадает с первыми разрядами числа $\pi = 3,1415926$
- В этот день принято читать хвалебные речи в честь числа π , его роли в жизни человечества.
- Итальянцы в этот день готовят ПИццу, англичане – жареную ПИкшу, немцы ставят на стол свиной шПИк, французы готовят что-нибудь ПИкантное. В России же пекут ПИроги.



День приближенного значения числа π

Датой, связанной с числом π , является 22 июля, так как в европейском формате дат этот день записывается как 22/7, а значение этой неправильной дроби является приближённым значением числа $\pi=22/7=3,1428571\dots$



Памятники числу π

□ «Пи» – часы



□ Памятник числу «Пи» перед зданием музея искусств в Сиэтле



□ Дворец Кастель дель Монте, в пропорциях которого можно вычислить число «Пи»



□ Прозрачный флакон духов с вытесненными геометрическими узорами назван в честь числа «Пи»



Заключение

- Значение числа π в современном мире представляет собой не только научную ценность, но и используется для точных вычислений
- С числом π связано много интересных фактов, поэтому оно вызывает интерес к изучению
- История числа π это череда усилий величайших умов человечества по уточнению его знаков и поисков алгоритмов для их нахождения